

**Г.С. Теслер**

**НОВАЯ КИБЕРНЕТИКА**

---

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие</b>	7
<b>Раздел I. ОСНОВЫ НОВОЙ КИБЕРНЕТИКИ</b>	
<b>Глава 1. Информация - феномен природы</b>	
1.1. Постановка проблемы	13
1.2. Общие положения	14
1.3. Феномен воды и кристаллических структур	18
1.4. Факты, прямо или косвенно свидетельствующие о влиянии информации на протекающие в природе процессы	21
1.5. Постулат об информационном взаимодействии и влиянии	23
1.6. Философско-семантический подход	27
1.7. Информационное поле	29
<b>Глава 2. Новая кибернетика как объект исследований</b>	
2.1. Кризис кибернетики	36
2.2. Кибернетики Н. Винера и В.М. Глушкова	38
2.3. Объект исследования новой кибернетики	43
<b>Глава 3. Системный подход при изучении эволюционных процессов: прогнозирование процессов естественной и искусственной природы</b>	
3.1. Состояние проблемы	
3.2. Прогнозирование процессов естественной и искусственной природы	51
3.3. Общие законы развития и деградации объектов природы	53
3.4. Системный подход и аппарат предсказания эволюционных процессов	58
3.5. Глобализация экономики	66
<b>Глава 4. Принцип смешанного экстремума как основа развития эволюционных процессов</b>	
4.1. Постановка проблемы	81
4.2. Эволюция вычислительных средств	86

4.3.	Прогнозные формы ЭВМ	90
<b>Глава 5. Механизмы внесения динамизма в плановую экономику</b>		
5.1.	Постановка проблемы	97
5.2.	Адаптивное управление	98
5.3.	Механизмы обратных связей	100
5.4.	Схема управления экономикой переходного периода на основе эталонной модели и теоретических знаний об экономике	102
5.5.	Примеры экономико-математических моделей	103
5.6.	Динамическая модель рынка	104
<b>Глава 6. Постиндустриальное информационное социально-экологическое общество</b>		
6.1.	Постановка проблемы	108
6.2.	Критика марксизма-ленинизма вообще и политэкономии К. Маркса, в частности	111
6.3.	Критика капиталистической рыночной экономики	113
6.4.	Концепция построения постиндустриального информационного социально-экологического общества	114
6.5.	Иерархия балансов	118
6.6.	Построение гармоничного общества	120
<b>Глава 7. Базисы вычислительной техники</b>		
7.1.	Алгоритмический базис и его классификация	126
7.2.	Анализ базисов вычислительной техники и решение проблемы производительности	132
7.3.	Методы и средства алгоритмического базиса для ускорения процесса вычислений	137
7.4.	Адаптация и ее роль в процессе вычислений	142
7.5.	Адаптивные аппроксимации и интенсификация процесса вычислений	145
<b>Глава 8. Интенсификация процесса вычислений</b>		
8.1.	Постановка проблемы	150
8.2.	Основные принципы интенсификации процесса вычислений	153
8.3.	Критерии показателей качества интенсификации процесса вычислений	156

## **Глава 9. Сопоставление процессов эволюционного развития компьютерных средств и растительного мира**

9.1.	Постановка проблемы	166
9.2.	Информация и энтропия	167
9.3.	Эволюция растительного мира	171
9.4.	Сопоставление эволюционных процессов растительного мира и вычислительных средств	173

## **Глава 10. Перспективы развития вычислительных средств с сетевым взаимодействием**

10.1.	Постановка проблемы	182
10.2.	Эволюция развития вычислительных средств, живой природы и общества	184
10.3.	Роль био-, нейрокомпьютеров и вычислительных сетей в эволюции развития вычислительных средств	187
10.4.	Виртуальные семантико-информационные сети	189

## **Глава 11. Эволюция развития языков и систем программирования**

11.1.	Состояние проблемы	195
11.2.	Классификация и сопоставление языков программирования	195
11.3.	Эволюционное развитие языков и систем программирования	197
11.4.	Структурное программирование и абстрактные типы данных	203
11.5.	Дальнейшие пути развития языков и систем программирования	206

## **Глава 12. Концепция создания компьютерных систем с высоким уровнем отказоустойчивости**

12.1.	Постановка проблемы	213
12.2.	Принципы создания высоконадежных отказоустойчивых компьютерных систем	216
12.3.	Роль базисов вычислительной техники и избыточности в решении проблемы отказоустойчивости	218

## **Раздел II. АДАПТАЦИЯ И ОБРАТНЫЕ СВЯЗИ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ. РОЛЬ МАТЕМАТИКИ В ПОНИМАНИИ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ, ПРОИСХОДЯЩИХ В ПРИРОДЕ**

### **Глава 13. Адаптивные аппроксимации и итеративные процессы**

13.1.	Постановка проблемы	224
13.2.	Теоретические основы итеративных процессов	229
	Разложение функций по невязкам как основа получения	
13.3.	адаптивных	233
	аппроксимаций и итерационных функций	
13.4.	Рекуррентные формулы для вычисления функций и уменьшения	239
	интервала изменения аргумента	

### **Глава 14. Методы разложения функций по невязкам**

14.1.	Разложение функций по невязкам	244
14.2.	Прямые методы разложения в ряд невязок	246
14.3.	Функциональные преобразования для получения разложений по невязке	250
14.4.	Вычисления обратных функций	255
14.5.	Разложение функций в ряды невязок по многочленам Чебышева	257
14.6.	Методы получения дробно-рациональных разложений по невязке	260
14.7.	Методы экономизации разложений функций по невязкам	268
14.8.	Базовые последовательности ИФ для вычисления функций	271
14.9.	Адаптивные по данным вычисления функций	291
14.10.	Сегментная аппроксимация и таблично-алгоритмические методы вычисления функций	294

### **Глава 15. Адаптивные экономические асинхронные итерационные методы "цифра за цифрой"**

15.1.	Состояние проблемы	309
15.2.	Функциональные соотношения для получения адаптивных методов "цифра за цифрой"	313
15.3.	Вычисление функций на основе адаптивных методов "цифра за цифрой"	315

## **Глава 16. Адаптивные аппроксимации функции: общий подход**

16.1.	Постановка проблемы	322
16.2.	Адаптивные аппроксимации, основанные на разложении функций по невязкам	323
16.3.	Адаптивные по точности аппроксимации функций	329

### **Дополнение**

I.	Наследие академика В.М. Глушкова: к 80-летию со дня рождения	333
----	--	-----

---

## Предисловие

В настоящее время термин «кибернетика» переживает глубокий кризис. Он считается архаизмом на фоне новых брендов, его заменивших: информатики и computer science (см. главу 2). Первый имеет европейское, а второй – американское гражданство. И это происходит на фоне того, что провозглашенные в 50 – 60 годы прошлого столетия возможности кибернетических систем в настоящее время нашли свое воплощение. Это и проникновение компьютерных чипов во все области быта (стиральные машины, пылесосы, банкоматы и т.д.), деловой деятельности, учебы, производства, интеллектуальной и другой деятельности. Средства коммуникаций сделали доступным получение разнообразной информации и знаний практически в любой точке Земли. Осуществляются самые смелые предположения писателей фантастов: компьютеры играют в шахматы вничью либо выигрывают у чемпионов мира, переводят с десятков языков, управляют космическими кораблями и т.д. Получили широкое распространение сетевые экономика и производство. Эти примеры можно продолжать до бесконечности.

Так из-за чего все-таки возник кризис понятия «кибернетика»? Для этого имеются как объективные, так и субъективные причины. Начнем с того, что кризис понятия кибернетика возник не сегодня, а имеет достаточно долгую историю. Один из первых, кто понял это, был академик В.М. Глушков, который связал данный термин с понятиями хранения, переработки и передачи информации, т.е. с компьютерами. Это несколько продлило стогнацию понятия термина кибернетика. В.М. Глушков подвел научную базу под синтез цифровых автоматов, проектирование и использование компьютеров, включая решение проблем искусственного и машинного интеллекта. Именно эти успехи привели к тому, что спустя пятнадцать лет после его смерти, в 1997 г. международное компьютерное общество (нечто вроде Нобелевского комитета по компьютерным наукам) посмертно присудило В.М. Глушкову медаль «Пионер компьютерной техники». Это мотивировалось следующими обстоятельствами: за основание первого в СССР Института кибернетики НАН Украины, создание теории цифровых автоматов, архитектур вычислительных систем, высококачественного рекурсивного макроконвейерного процессора. Помимо этого редакции американской и британской энциклопедии обратились к В.М. Глушкову с предложением написать статьи относительно термина кибернетика. В это же время понятие термина кибернетика начало распространяться как вглубь, так и вширь. Появилась кибернетика биологическая, медицинская, правовая, психо-

логическая, техническая, физиологическая и экономическая. Но, как видим, все это не спасло понятие кибернетика от нынешнего кризиса.

Во-первых, это связано с тем, что кибернетика Н. Винера имеет философско-стохастический характер и не имеет четкого (своего) предмета и объекта исследований. Об этом неоднократно писали академики В.М. Глушков и А.Н. Колмогоров.

Во-вторых, кибернетика В.М. Глушкова, хотя и имеет более четкие объекты и предметы исследований типа преобразование и переработка информации, модели и т.д., сузила объект своего исследования до создания и использования компьютеров и информационных технологий, оставив в стороне общность управления в живых организмах, машинах и обществе, присущих кибернетике Н. Винера, а также их эволюционное развитие.

В-третьих, хотя вроде бы и у Н. Винера и В.М. Глушкова информация играет первостепенное значение, но кроме фундаментальной теории по передаче и хранению информации К. Шеннона, особых успехов в этой области не замечается. На это обстоятельство обратил внимание академик А.Н. Колмогоров.

В-четвертых, в кибернетике Н. Винера и В.М. Глушкова имеются два взаимоисключающих подхода – стохастический и детерминистский, а природа предпочитает обычно смешанный подход.

В-пятых, кибернетика Н. Винера распространялась только на биологическую и антропогенную природу, включая человеческое общество, а неживой природы вообще не касалась.

В-шестых, ни информатика, ни computer science не используют в полной мере идей кибернетики, а больше тяготеют к тому, чтобы быть инструментальными средствами (техническими, технологическими, вычислительными и т.д.).

Все вышеприведенное и привело к нынешнему кризису термина кибернетика. С прагматических позиций существующие ныне информатика и computer science вполне устраивают практику на нынешнем переходном этапе от постиндустриального общества к информационному. Но в последнем на передний план выдвигаются информация, знания и высокие технологии, а также прогноз их эволюционного развития. Помимо этого, человек разумный хочет объяснить многие явления, которые сегодня не находят объяснения. Конечно, ответить на все вопросы не может ни одна наука, но попытаться ответить хоть на часть из них и призвана новая кибернетика. Она, прежде всего, основывается на постулате об информационном взаимодействии и влиянии (см. главу 1), и там же приведен один из подходов к определению информационного поля. Помимо этого, определен объект исследования новой кибернетики и дано ее определение (см. главу 2).

Кроме того, определена методология исследования и прогнозирования явлений, происходящих в живой, неживой и искусственной природе на основе

системного анализа, подхода, законов эволюционного развития природы, а также детерминистско-стохастического подхода (см. главу 3).

Таким образом, новая кибернетика выступает правопреемницей кибернетики, информатики и computer science. При первом приближении новой кибернетике можно дать следующее определение: посткибернетика – наука о наиболее общих законах возникновения, развития, функционирования (хранения, преобразования, обработки, коммуникации и т.п.) и влияния информации в естественных и искусственных системах.

При этом для информационного взаимодействия и влияния необходимы: источник, потребитель и канал передачи информации, а также среда для хранения информации. Помимо этого, важное значение имеет семиотический аспект информации, а также «желание» передать, принять и понять информацию, т.е. «разговаривать на одном языке». Любая наука, включая новую кибернетику, должна опираться на эмпирическую реальность для получения исходной информации при построении дедуктивной или индуктивной теории, а также должна проверяться и подтверждаться на эмпирическом уровне. Поэтому и новая кибернетика как наука должна исследовать всевозможные формы информационного влияния и взаимодействия в системах различной природы, а также иметь возможность проверять полученные научные положения на основе различных моделей. Как уже отмечалось выше, идеальными инструментальными средствами для создания таких моделей являются вычислительная техника и информационные технологии, являющиеся объектом исследования computer science и информатики.

Таким образом, новая кибернетика родилась в результате эволюционного развития кибернетики Н. Винера, расширенном пониманием компьютерной науки, выдвинутом академиком В.М. Глушковым, и информатики на новом витке эволюционной спирали развития. Вследствие этого, она является, с одной стороны, правопреемницей этих наук, а, с другой, – определенным обобщением предыдущего этапа их развития. При этом в новой кибернетике основное внимание смещается в сторону взаимодействия и влияния информации на процессы, явления и т.п. живой, неживой и искусственной природы, а также выявления наиболее общих законов такого взаимодействия, использования их для прогнозирования, изучения абстрактных моделей с обратными связями, механизмами адаптации и тому подобное.

Важной особенностью новой кибернетики является возможность смотреть на полученные результаты с более высокого уровня иерархии системного подхода.

Материал книги имеет многоаспектный характер и четкую направленность в части единства законов эволюционного развития объектов живой, неживой и искусственной природы с учетом своих особенностей и ограничений. То, что названные выше объекты находятся в разных фазах эволюционного

развития, позволяет на этой основе строить прогнозы их эволюционного развития (см. главы 3, 9, 10, 12 и др.). Механизмы такого сопоставления и некоторые примеры приведены в главе 3. Помимо этого, в главах 3 и 6 приведены анализ процессов глобализации и концепция построения динамически сбалансированного постиндустриального информационно-социального экологического общества, а в главе 4 описан механизм внесения динамизма в плановую экономику на основе адаптивно-дуального управления с моделью.

Большую роль в понимании эволюционных процессов играет изложенный в главе 4 принцип смешанного экстремума, который является обобщением известных принципов максимума и минимума Элера и принципа наименьшего действия де Мопертьюи. Этот принцип использован и в главе 4 при рассмотрении перспектив развития вычислительной техники, и в главе 6, где делается вывод, что как плановая, так и рыночная экономика, не самодостаточна, и поэтому будущее общество будет со смешанной экономикой. Этот же принцип используется и при прогнозировании эволюционного развития языков и систем программирования (см. главу 11).

Особое место в книге занимают вопросы интенсификации процесса вычислений, которые, по своей сути, близки к интенсификации материального производства (см. главы 7, 8).

Как известно, в эволюционных процессах особую роль играют адаптация к внутренним и внешним условиям существования и обратные связи. В наиболее абстрактном виде это можно увидеть при изучении адаптивных аппроксимаций функций и итерационных процессов, чему посвящен II раздел книги. При этом данные аналогии имеют более глубокий характер, чем это может показаться при поверхностном сопоставлении. Второй раздел книги важен также в связи с тем, что позволяет наглядно показать всеобщность законов природы, касаясь даже такой абстрактной науки, как математика. С чем это связано, читатель может ознакомиться, прочитав главу 2.

Структура книги построена таким образом, что интересующую читателя главу можно читать независимо от остальных глав. Но для более глубокого понимания сути излагаемых вопросов рекомендуем вначале прочитать первые четыре главы.

Понятно, что в столь небольшой книге не могут быть изложены все понятия новой кибернетики, да и автор не ставил перед собой такой цели, ибо всегда новая наука в основном представляет собой некий проект, чем завершённое здание. Главное, чего добивался автор, – это ознакомить читателя со сменой парадигм в новой кибернетике по сравнению с ныне существующей. Интересно отметить, что само понятие парадигма также удовлетворяет общим законам эволюционного развития (см. главу 2) и постулату об информационном взаимодействии (см. главу 1). Этот факт подтверждает всеобщность законов развития природы, включая объекты абсолютно различной природы.

В книге практически отсутствуют материалы, которые хорошо развили кибернетика, информатика и computer science. Автор осознает, что приведенный материал не отражает всех проблем новой кибернетики, но при этом закладываются основы для их решения либо делается постановка этих проблем.

Автор будет благодарен всем читателям, приславшим конструктивные замечания по затронутой в книге проблематике. Замечания можно посылать по Email: tesler @ immssp. kiev. ua.

## РАЗДЕЛ I. ОСНОВЫ НОВОЙ КИБЕРНЕТИКИ

### Глава 1. Информация – феномен природы: роль информации в естественной и искусственной природе

Узнать нам тайны мироздания,  
Его строенья тайный смысл,  
Помочь должны науки знания  
И божье озаренье – мысль.

Рассматриваемая в настоящей статье проблема информационного взаимодействия весьма актуальна. Особенно много работ на эту тему появилось в последнее время. В них рассматривается широкий круг вопросов, посвященных решению этой проблемы, начиная с семантических аспектов информации и кончая философскими аспектами роли информации в строении Вселенной. О большом интересе к данной проблематике свидетельствуют названия следующих работ: "Феномен информации и информационного взаимодействия. Введение в семантическую теорию информации" [1], "Молекулярная информация – миф или реальность" [2], "Развитие концепции информации в контексте биологии" [3], "Введение в информационную теорию систем" [4], "Наука и теория информации" [5] и т.д. В той или иной мере рассматриваемая проблема изучается в рамках кибернетики, информатики, физики, биологии, химии и других наук. И это вполне объяснимо, так как понятие информации имеет всеобщий характер и ставится сегодня в один ряд с такими общепризнанными понятиями, как материя и энергия. Однако роль информации в происходящих процессах и явлениях живой, неживой и искусственной природы определена недостаточно и в большинстве случаев поверхностно. В значительной степени это связано с дифференциацией существующих сегодня наук и невозможностью решить данную проблему в рамках одной из них. Этими причинами во многом объясняется кризис науки кибернетики [6,7] и сужение предмета исследований наукой информатика. По нашему мнению, такой наукой должна стать новая наука – посткибернетика, которая должна объединить ныне существующие понятия кибернетики и информатики, сделав более четкий акцент на решении проблемы влияния информации на происходящие процессы и явления в окружающем нас мире и внутри нас самих. Появление посткибернетики, являющейся правопреемницей существующих сегодня кибернетики и информатики, а также других наук, работающих с информацией и алгоритмами, означает также то, что основной фактический материал для исследований будут давать другие науки (физика, биология, химия, теория управления и т.д.).

В настоящей работе, естественно, не может быть решена проблема, стоящая в ее заглавии, а на основании известных нам фактов и сопоставлений будет сформулировано утверждение, являющееся, по мнению автора, гипотезой о роли информации в окружающем нас мире. Эта гипотеза может быть одним из "кирпичей" в построении нового здания посткибернетики.

### **1.1. Постановка проблемы**

Прежде всего, необходимо ответить на вопрос: "Является ли информация прерогативой живой природы и вычислительных средств, созданных человеком для удовлетворения своих потребностей, или же она присуща всей Природе и Вселенной?" Ответить полностью на данный вопрос современная наука не может, но некоторые суждения по этому поводу имеются. Так, Виктор Комаров, автор более 30 научно-популярных книг, академик Академии ноосферы России в своей работе [8] пишет: "Если принимать информацию в качестве главной части такого всеобщего свойства материи, как отражение, то станет ясно, что она является свойством всей материи, а не только ее высших форм: биологической и социальной. Она существует и в неживой природе... Наряду с материальной составляющей в нашей Вселенной имеется и "информационная" составляющая, быть может, существующая независимо от материи... Не исключено также, что информация не только старше материи, но и способна воздействовать на материальные объекты и даже порождать их из "пустоты" – "физического вакуума".

Попытка объяснить место и роль информации во Вселенной предпринята Г.И. Шиповым, автором нашумевшей (см. Internet) теории торсионных полей [9], где автор строит семиуровневую модель реальности, соотнося ее с физическим вакуумом. Переход с первого уровня реальности (абсолютного "ничто") на второй уровень (первичного поля кручения), по мнению Г.И. Шипова, осуществляется спонтанно либо под действием внешнего торсионного поля, которое является, по-видимому, носителем "поля сознания", т.е. поле кручения и на этом уровне представляет собой пространственно-временные вихри, не переносящие энергию, но переносящие информацию. Отметим, что о космических вихрях писал еще Демокрит. Рассуждения В. Комарова правдоподобны, но не подкреплены соответствующими фактами, а утверждения Г.И. Шипова, по замечанию самого автора, подтверждены некими экспериментами, но не признаются серьезными учеными-физиками. Да и, по нашему мнению, в этой теории существует "сборная солянка": когда чисто физические явления перемежаются с чисто кибернетическими. В результате Г.И. Шипова не могут по достоинству оценить ни физики, ни кибернетики.

Данная статья, как отмечалось во введении, не ставит целью дать ответ на все поставленные выше вопросы, а на основании изучаемых фактов и

умозаключений сформировать в наиболее общем виде постулат (гипотезу) о роли информации в Природе, обществе и Вселенной. Автор данной статьи подошел к этой проблеме не спонтанно. Некоторые аспекты проблемы уже были рассмотрены в работах [10] (роль информации и знаний в экономике), [11] (один из механизмов эволюционного развития естественной и искусственной природы), [12] (об общности эволюционных процессов на основе энтропийно- детерминистского подхода), [13] (общий взгляд на процессы, происходящие в природе и Вселенной).

## **1.2. Общие положения**

Из вышеизложенного видно, что информация является особой субстанцией, каким-то образом связанной с энергией, материей, строением простых и сложных систем различной природы и т.д.

В этой связи целесообразно рассмотреть взгляд на данную проблему специалистов различных областей знаний. Так, специалисты в области информационной теории систем считают [4], что для исчерпывающего описания процессов, происходящих в искусственных и естественных (природных) системах, помимо традиционных физических величин, каковыми являются энергия и энтропия, необходимо рассматривать и информацию. В этой же работе утверждается: "...информация – физическая величина, и в этом своем качестве она может быть использована для описания огромного числа процессов, протекающих в естественных или искусственных системах. Наличие информации в системе может способствовать получению от системы тех или иных эффектов".

Автор полностью согласен с таким подходом, но считает, что его можно, одной стороны, расширить и обобщить, а с другой, конкретизировать.

Один из способов расширения – это управление. В этой связи представляет определенный интерес мера целесообразности управления, введенная в шестидесятые годы известным советским ученым А.А. Харкевичем [14]. Он считал, что на основании информации, имеющейся в системе, природа которой нам безразлична, система принимает решение, изменяющее вероятность достижения цели, т.е. в данном случае мы имеем дело с классом целенаправленных систем.

В работе [4] сформирован очень важный для дальнейшего исследования постулат: "...информация представляет собой фундаментальную физическую величину, т.е. величину, обладающую высокой степенью универсальности и описывающую фундаментальные явления природы". Единственное, чему можно возразить в этом постулате, это то, что информация представляет собой фундаментальную физическую величину. Здесь подспудно подразумевается, что физика способна объяснять все существующие явления природы. Еще

Норберт Винер [15] обратил внимание на необходимость преобразования информации в форму, пригодную для работы индивидуума или машины. В нашем подходе это утверждение необходимо распространить на всю естественную и искусственную природу, а, возможно, и на все Мироздание. Аналогично необходимо поступить с данным Н. Винером определением информации: "Информация – обозначение содержания, полученного из внешнего мира в процессе нашего приспособления к нему и приспособления к нему наших чувств". Это же необходимо сделать и с задачами посткибернетики, так как, по мнению Н. Винера [15], "...задачей кибернетики является выработка языка и технических приемов, позволяющих на деле добиться решения проблемы управления и связи вообще".

С позиций посткибернетики выработкой конкретного языкового взаимодействия объектов в системах различной природы должны заниматься специальные науки, а задачей ее являются метауровни, т.е. необходимо оперировать понятиями более общего свойства.

В этой связи можно, в основном, согласиться с авторами работы [7], которые считают, что главной идеей современной кибернетики является "...понять, как функционируют живые и косные (природные и рукотворные системы, делая при этом упор не на рассмотрении физико-химических явлений, а на изучении информационных процессов управления и, соответственно, не на энергетических взаимодействиях, а на информационных)". При этом следует сделать два существенных дополнения: необходимо рассматривать не только информационные процессы управления, а и просто информационные процессы, в том числе процессы создания, хранения, преобразования, передачи и деградации информации, ее роль в системах любой природы, включая управление, а также алгоритмы переработки информации, механизмы языкового информационного взаимодействия и влияние информации на процессы, происходящие в системах различной природы. Таким образом, термин «информация» в данной работе рассматривается в двух аспектах: как отображение реального мира и как понятие, связанное с языком вообще и его семантикой, в частности. Если допустить, что существует язык взаимодействия не только живой природы, но и неживой, то необходимо признать, что неживые объекты каким-то образом "понимают смысл" посланных им сообщений и то, что объект, посылающий их, тоже обладает способностью "порождать смысл" (слова, взятые в кавычки, означают метафизическое понимание этих понятий).

Способ отделения живой материи от неживой может быть осуществлен благодаря следующим основным различиям:

1. Показатель витальности различий, введенный В. Волченко,  $V=I/E$ , где  $I$  – условная информативность системы и  $E$  – условная ее энергетичность,

является для живой материи достаточно большим и в пределе стремится к бесконечности.

2. Относительно узок диапазон основных физических (температура, давление, влажность и т.д.) и временных параметров для существования жизни. Важно отметить тот факт, что результат взаимодействия очень часто не зависит от энергии взаимодействия. Примеры такого взаимодействия имеются в области радиотехники, радиосвязи и множестве других областей.

Отметим, что семантический аспект рассматриваемой проблемы достаточно подробно и обоснованно представлен в работах [1, 7]. Отличительная особенность информации от других объектов исследований состоит в том, что, с одной стороны, она выступает как реальность материального мира, а с другой стороны, она воспринимается как абстракция, т.е. нематериальная сущность. Механизм перехода информации из одного состояния в другое предстоит выяснить будущей науке, хотя попытки сделать это предпринимаются и в настоящее время (о чем мы уже упоминали выше, обсуждая работу [8]). Информация и знания в большинстве своем составляют потенциальную энергию, и только в моменты творчества их применение и использование превращаются в кинетическую энергию (подобно тому, как у Аристотеля осуществляется переход от потенциального к актуальному).

Наиболее ярко процесс творчества проявляется у человека, менее наглядно эти процессы протекают в неживой природе, что, возможно, связано не только с динамикой происходящих процессов, но и с различием масштабов времени у этих объектов. Появление искусственной природы, созданной деятельностью человека, перенесло процесс творчества и на антропогенные объекты, и, прежде всего, компьютеры. При этом компьютеры стали идеальным посредником по превращению потенциальной энергии информации и знаний в реальную (кинетическую) энергию, прежде всего, за счет автоматизации разнообразных технологических процессов, включая информационные. С точки зрения Мироздания, не исключено, что именно информация и знания (в простейшем виде – семантика) составляют основу "скрытой массы" Вселенной, которая достигает 95 – 99% по отношению к материальному миру и задает ей формы организации и специфические формы движения [7, 16]. Конкретные факты существования такой "скрытой массы" и ее свойства в реальных процессах будут рассмотрены в последующих разделах работы.

Для понимания рассматриваемых далее фактов важную роль играет негэнтропийный принцип. Энтропия в теории информации – мера неопределенности ситуации (случайной величины) с конечным или счетным числом исходов. Энтропия в теории связи используется для вычисления количества информации, передаваемой по каналу связи в единицу времени, т.е. скорости передачи и пропускной способности канала. Энтропия в физике –

функция состояния физической системы, мера близости к состоянию равновесия (максимальное значение энтропии). Физическая энтропия – размерная величина и отличается множителем  $k$  (постоянная Больцмана), употребляемая в теории информации, где она измеряется в битах. В современной науке и, в частности, в теории информации и физике используют в основном три вида представления энтропии: логарифм статистического веса, математическое ожидание логарифма вероятностей микросостояния и как некоторую характеристику разбиения множества. В тех случаях, когда существенную роль начинают играть индивидуальные свойства различных элементов, обычные понятия энтропии в этом случае непригодны и следует их переопределить, что сделано в работе [4]. Необходимо отметить, что в происходящих процессах физический смысл имеет в основном не сама энтропия, а разность энтропий. Во многих процессах, приводящих к увеличению порядка в структуре формирующихся систем, происходит накопление информации, количество которой может быть определено на основе величины энтропии. В этой связи важен негэнтропийный принцип, установленный известным французским физиком Л. Бриллюэном [5], выполняющий роль закона сохранения информации.

Теоретико-информационный и физический аспекты энтропии близки друг к другу и объединены в так называемом негэнтропийном принципе Бриллюэна [5]. Согласно негэнтропийному принципу, физическая энтропия  $S$  является недостающей информацией о состоянии физической системы. Таким образом, получение количества информации  $H$  эквивалентно уменьшению  $S$  на величину  $kH$ . В этом смысле говорят, что информация есть отрицательная энтропия или негэнтропия. Другой аспект негэнтропийного принципа Бриллюэна состоит в следующем [5, 17]: количество накопленной и сохраняемой в структуре систем информации ( $\Delta I$ ) в точности равно уменьшению их энтропии ( $\Delta H$ ).

В данной трактовке негэнтропийный принцип имеет форму закона сохранения информации в системах и по содержанию близок к трактовке закона сохранения М. Ломоносова: "Где, что прибудет, в другом месте убудет". Этот закон чрезвычайно важен в живой и неживой природе.

В живой природе накопленная информация в системе способствуют более высокой ее организации, что позволяет оперативно и гибко приспосабливаться организмам к условиям существования, передаче свойств и признаков будущим накоплениям. Таким образом, это повышает вероятность выживания. А упрощение организации, за исключением паразитирующих объектов, увеличивает вероятность их гибели. В неживой природе важна как энтропия, так и детерминированная информация. Так, недавно ученые установили, что под определенными воздействиями в хаотических системах появляются едва заметные упорядоченные структуры [18], а в работе [19] отмечается следующее: "Не исключено, что биологическая эволюция

происходила не только путем естественного отбора. Результаты компьютерного моделирования позволяют предположить, что некоторые сложные системы проявляют склонность к самоорганизации".

### **1.3. Феномен воды и кристаллических структур**

Как известно, вода есть самым распространенным веществом в биосфере и является наиболее значительной составной частью тела всех живых существ, а для некоторых из них – и средой обитания. Она служит источником водорода, который получается в процессе фотосинтеза и используется для построения восстановительных, богатых энергией, органических соединений. В процессе того же фотосинтеза зеленых растений выделяются кислород и молекулы воды. Молекулы воды образуются и при дыхании живых существ.

Как отмечается в работе [20], за время существования жизни на Земле вся свободная вода гидросферы прошла несколько циклов разложения в фотосинтетическом аппарате растительных организмов и регенерации в дыхательных системах всех живых организмов. Вода играет важную роль во всех жизненных процессах, происходящих в биосфере.

Важность воды для живой Природы общеизвестна, но она важна и для неживой Природы. При этом общими для всей Природы являются протекающие в ней химические реакции как в органической, так и в неорганической химии. Роль воды во многих реакциях также существенна. Но нас интересует не эта роль, а свойство воды "запоминать" все происходящие с ней преобразования. Этот феномен воды свидетельствует о том, что она имеет "память". Данный факт считается современной наукой вполне установленным. Где хранится эта информация и каковы механизмы записи, переработки и стирания информации, сегодня не известно. Не известны и материальные структуры, участвующие в процессах хранения информации. Правда, знание таких структур еще не гарантирует раскрытия "секрета памяти". Так, у человека известны материальные структуры, участвующие в процессе запоминания (нейроны), но о самом процессе запоминания информации человеком пока существуют только гипотезы – образование устойчивых циклических процессов в мозге и т.д.

В свете рассматриваемой проблемы представляют интерес результаты недавно проведенных исследований японским ученым доктором Масару Эмото, которые представлены в его книге ("Послание воды") [21]. Масару Эмото установил, что в процессе замерзания воды образование форм кристаллов зависит от многих необычных факторов:

– вода из чистых горных источников и ручьев образует четкие кристаллы, а в случае грязной воды почти не образует четких форм;

- дистиллированная вода под воздействием классической музыки образует утонченные симметричные формы кристаллов, а при воздействии "тяжелого металла" – только хаотичные фрагментарные структуры;
- кристаллы со специфическими узорами образуются в случае произнесения над водой молитвы или каких-либо добрых слов;
- в случае, когда на посуде с водой, подлежащей замерзанию, написаны "негативные" слова, и даже присутствие подобных мыслей и эмоций у человека приводит к тому, что кристаллы образуют аморфные расплывчатые образования.

Масару Эмото особо поразил тот факт, что эти эффекты не зависят от языка, на котором произносятся либо мыслятся слова, т.е. вода реагирует как бы на смысл слов. На основании проведенных опытов Масару Эмото пришел к обобщающему выводу: форма кристаллов одного и того же вида зависит от многих условий, включая материал посуды, где образуются кристаллы, света, музыки, человеческой мысли, эмоций и т.д.

Интересен еще один факт. Вокруг опущенного в раствор кристалла возникают точно такие же по форме и структуре кристаллы. Похоже, кристаллы передают молекулам жидкости некую информацию, а сами они способны хранить и обрабатывать эту информацию. Вполне понятно, что не человечество придумало информацию, она существовала задолго до него как в неживой, так и позднее в живой природе, а человек, в основном, создал способы получения, хранения, передачи и переработки информации. Благодаря уникальным свойствам воды, как утверждает украинский ученый профессор Юрий Фиалков, вода способна удовлетворить все условия жизни, образуя коллоидные растворы. Поэтому современная наука астрохимия с достаточной категоричностью утверждает, что все возможные формы жизни, с которыми мы сталкиваемся, и, возможно, еще столкнемся на нашей планете, равно как и на других небесных телах, могут быть только водой.

Исследователи воды получили ряд примечательных фактов. Первый связан со структуризацией воды. Исследования показали, что 57 молекул воды образуют додекаэдрический тетраэдр с наличием памяти на информационные воздействия [22]. Таким образом, мы видим, что и в нормальном состоянии в воде образуются кристаллоподобные по форме структуры с памятью.

Из вышеизложенного следует, что вода и ее кристаллы обладают памятью. Это не противоречит установленному учеными факту, что памятью обладают не только объекты живой природы, но и системы, процессы и явления неживой природы, включая искусственную природу, созданную человеком. Так, установлено, что памятью обладают вода, кристаллы, металлы и т.д. Но раз имеется память, то в ней должна храниться информация. В отличие от широко известной памяти компьютеров, которые имеют память активную и пассивную, статическую и динамическую и т.д., природа имеет

гораздо большее разнообразие способов хранения и использования этой информации. При этом активная информация в природе предпочтительно используется для управления различными процессами и явлениями, а также способна обеспечивать выполнение определенной работы. В то же время пассивная информация в природе имеет, в основном, потенциальный либо "отражательный" характер о внутренних или внешних состояниях объекта и его окружении. Так, на атомно-молекулярном уровне информацией является, в частности, количество активных электронов, их энергетических уровней, частота резонанса, масса, валентность и т.д. В искусственной природе запоминающие элементы реализуются на основе электрических, магнитных, оптических, акустических и других свойств запоминающей среды. Как уже отмечалось выше, в природе имеется более широкий спектр запоминания информации, включающий механические, энергетические, физико-химические, биохимические, биофизические и другие механизмы.

При этом важны следующие аспекты понятия информации: хранение, переработка, передача и представление информации, ее объем, разнообразие, время доступа к информации, ее энтропийные свойства, семантика и т.д. Запоминающая среда играет важную роль в управлении протекающими процессами (локальным и глобальным). Для локальных процессов основную роль играет запоминание текущей информации, а для управления глобальными процессами – запоминание, наряду с текущей, "прошлой" информацией, которая фиксирует накопленный опыт. Наиболее яркое влияние информации на протекающие процессы – на границе различных сред и в точках бифуркации.

То, что вода и кристаллические структуры, рассмотренные в этом разделе, обладают памятью (к этому списку, как отмечалось выше, следует присоединить металлы и другие вещества), имеет важное значение для живой и неживой природы нашей Земли, так как вода, кристаллические структуры и металлы составляют значительную часть гидро- и литосферы. Исходя из нашего представления о влиянии информации, можно со значительной степенью уверенности предполагать о ее влиянии на происходящие на Земле процессы и явления. Об этом же говорит учение В.И. Вернадского о ноосфере.

О роли воды в живой природе очень точно сказано в работе [23]: "Вода – основной хранитель и преобразователь биологической информации", а в работе [24] отмечается, что поляризация воды и вакуума определяется функционированием "биокомпьютера" – сознанием. Исследуя информационно-фазовые состояния воды, профессор С.В. Зенин предположил, что, подобно воде, существует информационно-фазовое состояние у физического Вакуума и "базовой информационной матрицы пространства, на основе которой возникло и развилось наше бытие" [25].

#### **1.4. Факты, прямо либо косвенно свидетельствующие о влиянии информации на протекающие в природе процессы**

Известно, что в протекании химических реакций важную роль играют катализаторы. Ряд таких реакций вообще не могут протекать без наличия катализаторов, а в других случаях наличие катализаторов приводит к ускорению протекания реакции. При этом сам катализатор в химическую реакцию не вступает. Он только возбуждает или ускоряет скорость протекания химических реакций. Но сегодня, чтобы проявить эти свойства, катализаторы в химических процессах требуют больших энергетических затрат (высокая температура, давление и т.д.) и обеспечивают достаточно малое значение КПД. В живой природе, наряду с катализаторами, ведущую роль в возможности и скорости протекания химических преобразований играет фермент отативный (микроретерогенный) катализат, который осуществляется с участием биокатализаторов белковой природы (ферментов и энзимов). Благодаря этому, в живой природе подобные химические преобразования протекают с достаточно малыми энергозатратами и высоким показателем КПД.

В настоящее время, невзирая на большое число известных катализаторов, не раскрыты полностью механизмы их действия. Возможно, введение в рассмотрение информационного взаимодействия даст химикам и физикам направленность исследований для выявления этих механизмов управления.

Из органической химии известно, что две молекулы ДНК могут иметь одинаковое количество энергии и энтропии и в то же время отличаться своими свойствами. В свете вышеизложенного очевидно, что эти отличия связаны с разным содержанием информации в каждой из ДНК. Подобные явления в настоящее время используются для работы газовых лазеров.

Приведем еще один пример. В своей деятельности клетки руководствуются инструкциями, записанными на молекуле ДНК, однако в синтезе белков на основе генетической информации участвует только около 1% этой информации, и при этом остаются открытыми вопросы: "Кто считывает всю остальную информацию?" и "Кто является "автором" генетической информации?" На эти вопросы молекулярная биология как наука не имеет вразумительного ответа. Очевидно, и здесь не обойтись без исследования информационного взаимодействия.

В психологии экспериментально было обнаружено существование неосознанной информации, которая в конечном счете влияет на содержание сознания, а также был установлен целый ряд ограничений на возможности сознания по приему и переработке информации. Как в первом, так и втором случае, эти факты не нашли приемлемого объяснения. Не удалось объяснить ни природу, ни закономерности обнаруженных фактов. В этой связи мы видим, что, наряду с информационным взаимодействием, имеется еще и семантическая

составляющая, которая во многих случаях является определяющей в развитии тех или иных процессов. В этом смысле информация подобна вирусу, который для активной жизни требует живого носителя, хотя способен существовать и вне его (кристаллизован и сохранен *in vitro*). Так и информация может быть как активной, так и пассивной.

Из физики известно, что электрон может занять данный энергетический уровень, если он "знает", что уровень либо свободен, либо занят, но одиночным электроном, имеющим противоположный спин. Хотя слово "знает" взято в кавычки, но оно вполне здесь уместно, так как из теории элементарных частиц известно, что, согласно принципу Паули, являющемуся фундаментальным законом природы, это взаимодействие не может быть определено известными видами взаимодействия: сильным, слабым, электромагнитным или гравитационным.

В [4] утверждается, что система "атом водорода" обладает собственным информационным ресурсом, причем этот ресурс каким-то образом влияет на поведение системы и ее взаимодействие с другими системами. Этот эффект может быть достаточно просто объяснен, если допустить существование информационно-семантического взаимодействия внутри системы "атом водорода". Возможность наличия такого взаимодействия следует из вышеприведенного постулата о сущности информации.

Еще один факт о влиянии информации при образовании белков установил биохимик, лауреат Нобелевской премии М. Эйген. Так, исследуя механизмы образования микромолекул белков, он пришел к заключению, что только благодаря участию информации в этих процессах могут самопроизвольно возникать те сложные цепочки и связи, из которых состоит основной материал живых клеток – белок.

Исходя из информационно-семантического подхода, а также непостоянством радиоактивного распада можно объяснить феномен В.И. Савченко [27]. В.И. Савченко 06.08.86 подал две заявки на открытия (ОТ-11464, ОТ-11466) новых физических явлений, которые, к сожалению, были отклонены. Первая заявка – это "Явления событийного непостоянства темпов радиоактивного распада". В ней устанавливается, что "ускорение распада и разброса значений от места к месту и от даты к дате их измерения (измерений активности) выходит далеко за пределы предыдущего опыта". Вторая заявка – "Явление неравенства радиоактивного распада". Эти явления трудно объяснить на основании существующих теорий, но достаточно легко объяснить, исходя из управляющей роли информации и явлений, подобных феномену воды.

Рассмотрим более простой случай использования информации. Так, из физики известно, что знание четырех квантовых чисел представляет собой информационный ресурс атома водорода, и любое изменение их значений

определяет изменение поведения атома во взаимодействии с другими атомами и энергией состояния атома.

Наивысший уровень информативности в Природе, очевидно, наблюдается у биологических систем. Об этом, в частности, свидетельствует тот факт, что на основании информации, хранящейся в одной или нескольких клетках живого организма, можно воссоздать целостный организм. Об этом же свидетельствует и возможность регенерации клеток различных органов (печени, почек, сердца и даже вокруг среды искусственно вживляемых органов). Основная информация, касающаяся существования и развития живой природы, по данным современной науки, содержится в хромосомах.

Еще один факт, который трудно объяснить без привлечения информационного взаимодействия, связан с терапией по методу Р. Фолля [27]. Речь идет об эффективности применения конкретных медицинских препаратов данному пациенту. При этом изучается влияние препарата при наложении к пунктурной точке (в основном, исследуются гомеопатические средства и реакции пунктурных точек на данное средство).

Рассмотрим еще один факт. Известно, что клетки живых организмов обладают внутриклеточной молекулярной памятью. При этом молекулярные квантово-механические процессы в клетке оказывают влияние на функционирование целых органических структур и всего организма. Благодаря этим процессам, происходит обмен информацией между квантово – механическими, молекулярными и обычными макроскопическими структурами, а также осуществляется взаимное управление. Эти процессы имеют вероятностно– детерминированный характер, что подтверждает слова И.П. Павлова: “Человек есть, конечно, система, как и всякая другая в природе, подчиняющаяся неизбежным и единым всей природе законам...”. В данном случае, кроме всех прочих законов природы, также и принципу смешанного экстремума [11].

### **1.5. Постулат об информационном взаимодействии**

На основании вышеприведенных фактов и рассуждений можно сформулировать следующий постулат (гипотезу) об информационном взаимодействии и влиянии на происходящие в системах процессы и явления. Наряду с материей и энергией, в Природе и Вселенной существует информация, играющая существенную роль в их бытии и развитии. При этом информация является созидающей, возбуждающей, изменяющей скорость процессов и управляющей силой существования, развития и деградации естественных (природных) и искусственных (созданных человеком и другими живыми организмами) систем различной природы. Она обладает свойством отображать формы, структуры, связи, смысл и функции материальных и

нематериальных объектов. Запоминаемая объектами различной природы информация позволяет воспроизводить предшествующие опыт и знания в последующих объектах, включая процессы и явления разного масштаба и уровня.

Информация и знания могут генерироваться, восприниматься, передаваться, храниться и перерабатываться объектами и системами различной природы только на "языках", понятных как источнику, так и приемнику информации. Поэтому, наряду с семантикой, в "языках" необходимо изучение их "морфологии" и "синтаксиса", а также способов представления, кодирования, декодирования, преобразования, компрессии и декомпрессии информации и структурно-функциональных ее возможностей. В Природе и обществе существует большое разнообразие языковых средств для информационного взаимодействия объектов. Основным требованием для эффективного восприятия информации и знаний с помощью языка является его понимание и использование объектом или системой. Из этого следует, что Ноосфера (читайте Всемирный разум) тоже должна передавать информацию и знания в понятиях, воспринимаемых субъектом.

Необходимым условием информационного взаимодействия является наличие необходимой информации в одном или нескольких взаимодействующих объектах, а также существование приемников-передатчиков ее, а достаточными условиями для возникновения информационного взаимодействия – наличие общего языка взаимодействия и необходимость обмена информацией между объектами взаимодействия.

Информация может существовать как непосредственно в объектах материального мира, так и обособленно от материи, т.е. "жить" своей самостоятельной жизнью, однако взаимодействуя с окружающим ее миром, стремясь минимизировать энергетические затраты на ее хранение, коммуникацию и переработку. Примером такого самостоятельного существования информации и знаний может служить понятие ноосферы, введенное В.И. Вернадским и признанное учеными всего мира. В.И. Вернадский писал в своем дневнике [28]: "Человечество, взятое в целом, становится мощной геологической силой. Перед ним, перед его мыслью и трудом становится вопрос о перестройке биосферы в интересах свободно мыслящего человечества как единого целого. Это новое состояние биосферы, к которому мы, не замечая этого, приближаемся, и есть ноосферой". Ноосфера – это сфера разума. В нашем понимании – это сфера информации и знаний.

На влияние информации на происходящие в системах различной природы процессы и явления важную роль играют ее структурированность и сложность, которая косвенно характеризуется показателем витальности  $V=I/E$ , приведенным выше. Как известно, этот показатель достаточно большой и в пределе стремится к бесконечности. В свете учения В.И. Вернадского о

ноосфере было показано, что на пути миграционных циклов атомов и изотопов обязательно встает образ живого, который по материально-энергетическому воздействию на природные объекты ни с чем не сравним. Именно благодаря живому веществу, энергия космоса не рассеивается и не исчезает в мировом пространстве, а концентрируется и преобразуется в силу, придающую нашей области Вселенной черты организованности и упорядоченности. При этом биологическая эволюция идет в сторону увеличения биогеохимической миграции атомов, т.е. возрастает геохимическая энергия жизни, отмечает В.И. Вернадский. Все это свидетельствует также о возрастании и структурированности информации, и вследствие этого возрастает роль информации в протекающих в природе процессах. Об этом же свидетельствует и тот факт, на который обратил внимание В.И. Вернадский: по отношению к неживому доля живого вещества в Природе ничтожно мала как по весу, так и по объему, а по силе воздействия, как отмечалось выше, это влияние ни с чем не сравнимо.

В живой, неживой и искусственной природе, а также во Вселенной, наряду с материей и энергией, действует еще одна мощная сила, называемая информацией. Какая же наука должна изучать эту силу наряду со специальными науками? По нашему глубокому убеждению, этой наукой должна быть посткибернетика. Посткибернетика – наука о наиболее общих законах развития, функционирования, управления (регулирования), хранения, преобразования и коммуникации информации в естественных (природных) и искусственных системах различного вида, включая и человеческое общество. Основным инструментарием этой науки являются вычислительные средства, включающие элементарно-технологический, организационный, информационный и алгоритмические базисы [29, 30]. Необходимо отметить, что каждый из этих базисов включает в свой состав информационные и алгоритмические компоненты, что еще раз подчеркивает всеобщность процессов информационного взаимодействия и влияния. Коммуникационные и вычислительные средства могут служить идеальными моделями для изучения информационных процессов и влияния информации на происходящие процессы и явления. Посткибернетика должна быть многоосновной наукой, включающей в свой состав ряд наук, некоторые из них, возможно, сегодня еще не существуют, но они появятся в будущем в результате развития новых технологий и получения новых знаний.

Сегодня же мы должны объединить кибернетику и информатику, так как данное выше определение посткибернетики дает двуединое ее понимание, предложенное Н. Винером и В.М. Глушковым (первое относится к единству законов управления в живой и искусственной природе, а второе – к информации), безусловно, дополнив ее необходимыми теоретическими разделами и расширив область ее применения, начиная с атомномолекулярного

уровня и кончая Мирозданием и современным толкованием теории В.И. Вернадского о ноосфере – сфере разума. При этом данной науке необходимо очиститься от "прилипал", которые нужно "отдать" специальным наукам, как говорится: "богу богово, а кесарю кесарево". Любая наука, включая и посткибернетику, должна основываться на эмпирической реальности, а также иметь возможность проверки полученных теоретических результатов прямо или опосредствованно на практике. В связи с этим посткибернетика как наука, исследуя всевозможные формы информационного взаимодействия и влияния на процессы, происходящие в системах различной природы, должна проверять свои научные положения на основе создания определенных моделей. Инструментальными средствами для создания таких моделей должны быть компьютерные, программные, алгоритмические, языковые, коммуникационные и другие средства. Эти же средства играют важную роль в создании прогрессивных информационных технологий, интеллектуализации различных сфер деятельности человека. Посткибернетика как наука должна привнести в ныне существующее понятие информационных технологий новый смысл, приблизив его по содержанию к бурно развивающимся высоким технологиям автоматического материального производства. В свою очередь, для успешного решения научных задач посткибернетики необходимо постоянное совершенствование названных выше инструментальных средств.

Информатика как составная часть посткибернетики будет продолжать выполнять свою сегодняшнюю роль как научно-практическая база по созданию высокоэффективных вычислительных и коммутативных средств, современных информационных технологий, программно-технических систем автоматизации и интеллектуализации различных областей человеческой деятельности и т.д. Одновременно она будет заниматься исследованием "тонких" моделей, связанных с влиянием информации на разнообразные процессы и явления различной природы. И в целом посткибернетика должна подняться на следующий уровень развития, вобрав в себя основы теоретической кибернетики, включая ряд научных направлений (теории автоматов, сложных систем, алгоритмов информации, формальных языков, обучающихся и самоорганизующихся систем, автоматизации дедуктивных построений, обучающихся и самоорганизующихся систем и др., а также изучение общих законов существования и влияния информации в системах любой природы) и информатики, включая изучение информационных процессов и систем, автоматизации различных процессов, включая и социальные, создание материальной базы информатики, информационных технологий, математического обеспечения вычислительных систем, моделей различных процессов и т.д. При этом объект исследования посткибернетики значительно расширяется по сравнению с сегодняшним, так как наряду с социальными, биологическими и техническими системами, будут изучаться системы любой

природы с точки зрения влияния любых видов информации на протекающие в них процессы. Естественно, это далеко не полный перечень проблем и задач, которые должна решать посткибернетика.

### **1.6. Философско-семантический подход**

Австрийский философ А. Витгенштейн утверждал: "Мир имеет структуру языка". Ему вторят Р.И. Полонников и Р.М. Юсупов, которые в работе [7] пишут: "Итак, информация – это язык мира как живого целого, а взаимодействие материальных объектов, при котором осуществляется передача (генерация и освоение) идеальных категорий (смыслов, значений, образов, эмоций), будет называться информационным взаимодействием. Информация, следовательно, – своеобразная семантическая система, функционирующая в мире, в которой материя соотносится с субъективностью, или иначе в мире, понимаемом как живое целое".

Приведем ещё один пример. В работах [34, 35] изучается активность нейрональной мозговой ткани во время фиксации, хранения и реализации зрительной информации. Показано, что определяющим свойством утилизированной нервной ткани является энергия нейронального следа (основанного на опыте прошлых взаимодействий со средой и определяемого потоком энергии, затрачиваемой на изменение химической структуры синапсов нейронов, их локальных мембранных потенциалов). В результате энергия нейронального следа образует пространственно-временную структурированность в нервном субстрате, благодаря которой она является реализатором информационного процесса. Таким образом, реально существующее прошлое определяет настоящее, т.е. детерминация прошлым является необходимой ступенью информационных процессов, без формирования которой невозможен процесс детерминации будущего. При этом информация о прошлом событии, зафиксированная в структуре, представляет семиотическую составляющую, так как именно через информацию реализуется функция интерпретации рассматриваемой семиотической системы. Таким образом, детерминирующее будущее существует семиотически, информационно. Поэтому можно говорить о семиотической природе целесобразности процессов, реализующей информационные процессы. При этом структурируемая энергия является энергией, реализующей информационные функции.

В рассматриваемом факте фигурируют объекты живой природы, обладающие памятью. Напомним, что семиотика – это наука об общих свойствах знаковых систем; в свою очередь, семиотическая структура – структура, означающая собой другую структуру, объект или явление. Так как многие объекты и явления неживой и искусственной природы обладают

памятью, то ничто не мешает им образовывать соответствующие семиотические структуры и вести себя подобно описанному выше факту, т.е. информации о прошлом влиять на настоящее и будущее процессов, происходящих в системе, и быть целенаправленными.

На основе постулата (гипотезы) о феномене информации можно, несколько с другой позиции, объяснить понятие, именуемое как антропоморфизм. Под термином антропоморфизм, в соответствии со словарем иностранных слов, понимается донаучное представление, будто животные, растения и явления неживой природы (стихии) обладают человеческими свойствами – мыслями, чувствами, волей. Подобные воззрения высказывал древнегреческий мыслитель Анаксагор. Конечно, говорить о том, что все объекты живой природы соответствуют этим возможностям не представляется возможным в силу негэнтропийного принципа (в широком его толковании), хотя это отрицание абсолютно не относится к Всемирному разуму и его творчеству. Об этом же свидетельствует постулат А. Эйнштейна, что природа не злонамеренна, т.е. возникшее "зло" заранее не запрограммировано кем-то свыше.

Киевлянин Г.Г. Шпет, один из создателей науки герменевтики (в 1918 г. написал труд "Герменевтика и её проблемы") утверждал, что искусство постижения смысла текста (герменевтика) должно неизбежно включать в себя семиотические методы ввиду знаково-символической природы, а также логические и феноменологические приёмы постижения объективного, внутреннего смысла текста. При этом сам текст является порождением языка с учётом особенностей объектов, порождающих и воспринимающих его. Тексты – это знаково-символьные информационные системы произвольной природы. Поэтому при информационном взаимодействии, помимо языка, существенную роль играют тексты различной природы.

Несколько отличной от Г.Г. Шпета точки зрения придерживается В.В. Налимов, который считает, что человеческая личность – есть текст, через который происходит распаковка семантического континуума, в котором смысл ещё не распакован. При этом целостность смысла задаётся на вероятностном языке, т.к. границы смысла размыты и зависят от контекста. По В.В. Налимову, на метауровне простирается космическое сознание – целостность всех возможных смыслов, источник творчества. Он считает, что вероятность – суть мира, поэтому мир может быть описан, прежде всего, метафорически. Однако, исходя из исследования, проведенного в работе [11], основной закон гармонии базируется на смешанном экстремуме по отношению детерминизма к стохастичности. Помимо этого, В.В. Налимов связывает расшифровку смыслов только с людьми, хотя в данной работе это распространяется на более широкий класс объектов живой, неживой и искусственной природы. Можно и согласиться с В.В. Налимовым, но только в том, что личность человека является текстом, который изменяет сам себе и обладает свойством

самоинтерпретации. Важное место в гармонии окружающего нас мира играет динамический баланс между энтропией и информацией.

Динамический баланс между энтропией  $H(x)$  и информацией правил  $I(y)$  может быть достигнут на основе функции  $G(x,y)$  [13]:

$$G(x,y) = \min_{x \in X} \max_{y \in Y} (H(x)/I(y)).$$

Эта функция дает соотношение между стохастичностью и детерминизмом в исследуемых процессах и явлениях.

Недавно американские ученые установили, что генный код у мыши и человека совпадает на 99%. В этой связи возникает несколько вопросов. Во-первых, где здесь переход количества в качество? А во-вторых, за счет чего человек так кардинально отличается от мыши? Первый вопрос порождает утверждение: "Не обязателен переход количества в качество, чтобы получить новые качественно отличные объекты живой, а, возможно, и неживой природы". Вполне понятно, что у человека имеются очень развитый мозг и соответствующая нервная система. Но, с точки зрения посткибернетики, нас больше интересуют уровни организации систем различной природы, адаптации и организации, обмена и переработки информации, управления, соотношений детерминизма и стохастичности, иерархия динамических балансов и т.д.

В заключение хотелось бы отметить, что, если приведенный в работе постулат о феномене информации, проявляющийся в происходящих в живой, неживой и искусственной природе, процессах и явлениях, не вполне удовлетворяет читателя, то он может воспользоваться мудрыми словами Горация ("Послание"): "Если тебе известно лучшее, предложи, если же нет – воспользуйся этим".

## 1.7. Информационное поле

В фантастических произведениях, а также в некоторых научных теориях, не признанных академической наукой, фигурирует понятие информационного поля. Но при этом в каждом из этих произведений вкладывался свой смысл в само понятие.

В данной работе это понятие будет достаточно сильно коррелировано с понятием постулата об информационном влиянии и взаимодействии, приведенном далее. В качестве аналога такого поля будем рассматривать электромагнитное поле, являющееся основой современной физики. Одним из основных характеристик этого поля является известная формула, полученная известным физиком Максом Планком. Эта формула гласит, что энергия излучения  $E = h\nu$ , где  $h$  – постоянная Планка, выраженная в джоуль на секунду,  $\nu$  –

частота неизвестного процесса (например, излучения, теплоты и т.п.), выраженная в 1/с.

При переходе к информационному полю, состоящему из квантов информации, надо учесть следующее обстоятельство. Как справедливо заметил один из учеников академика А.Н. Колмогорова математик Р.Л. Добрушин [36], что столь общий многообразный объект, как информация, не может иметь единого метода численного измерения. Поэтому мера разнообразия Хартли, мера неопределенности К. Шеннона, используемая для оптимального кодирования и декодирования информации для ее передачи по каналам связи или ее хранения, и мера А. Колмогорова, основанная на комбинаторике и алгебре (алгоритмический подход), являются лишь частными подходами для характеристики элементов информационного поля. И это связано с многообразием характеристик квантов информации и особенностей их свойств. При этом в качестве квантов информации могут выступать биты, буквы, цифры, символы, слова, предложения и т.п., а также их сочетания. В качестве характеристик могут выступать численные характеристики типа частота встречаемости в множестве либо подмножестве, величина их разнообразия, меры интенсивности, неопределенности, а также качественные характеристики типа содержание (семантика), формы, гармонии и т.п.

Мы будем исходить, как это делается для физических полей, из того, что энергия кванта поля как микрообъекта равна суммарной внутренней энергии дробления кванта энергии его собственного поля.

Но для получения энергии кванта информации нам необходимо каким-либо образом абстрагироваться от качественных показателей. Для этого введем понятие ценности информации, т.е. ее уникальности в рассматриваемых процессах. При этом понятие ценности информации тесно связано с отношением к ней потребителей информации. Она прямо пропорциональна количеству потребителей, выбравших (оценивших) данный объект информации, и обратно пропорциональна существующему разнообразию информационных объектов. Таким образом, ценность информации равна числу потребителей информации, оценивших ее уникальность (ценность), деленную на общее число потребителей информации. Учитывая вышесказанное, можно записать, что энергия информации

$$E = M \cdot Ц,$$

где  $M$  – мощность квантов информации;

$Ц$  – потребительская ценность информации, т.е. с точки зрения ее потребления.

В какой-то степени энергия информации подобна энергии излучения света и связанными с ним электромагнитными излучениями. Мощность квантов

информации и потребительская ценность информации тесно связаны с математическим понятием множества.

Напомним, что множество – объединение в единое целое набора каких-либо различных объектов или элементов; если множество задано перечислением его элементов, то такое множество обозначается как  $\{a, b, \dots\}$ , если же имеется правило определения элементов множества, то множество обозначается как  $\{x : \dots\}$  или  $\{x | \dots\}$ , где двоеточием или вертикальной чертой указываются условия, которым должен удовлетворять элемент  $x$ , чтобы принадлежать рассматриваемому множеству. Синонимы множеству являются: набор, совокупность, система, комплект, класс. При этом конечное (счетное) множество: либо пустое множество, либо множество, содержащее  $n$  элементов, где  $n$  – натуральное число, а бесконечное (несчетное), которое не является конечным, например, множество натуральных чисел.

Под мощностью множества понимается то, что есть общего из всех эквивалентных множеств. Этим общим является количество элементов или одинаковое число, из которых они состоят. В применении к бесконечным множествам понятия множества является аналогом понятия количества.

Для наших нужд мы будем рассматривать случай, когда наше множество эквивалентно самому себе, то есть нас интересует количество разнообразных элементов, присутствующих во множестве.

Необходимость достаточного разнообразия исследуемого объекта следует не только из физического определения энтропии, но также из закона разнообразия, сформулированного У.Р. Эшби [37], который в современной редакции может быть сформулирован в виде [38]: «Разнообразие состояний системы управления должно быть не меньше разнообразия состояния управляемого объекта».

Как отмечается в работе [39], этот закон служит информационным обоснованием гносеологического закона адекватности объекту понятийно-знакового его отображения. При этом информация является упорядоченным отраженным разнообразием мира. В отличие от неупорядоченного разнообразия, хаоса.

В тех случаях, когда мы хотим определить ценность по какой-либо особенности типа форма или содержание или гармония и тому подобное, то необходимо образовать необходимое подмножество на основании правила, включающего одну либо суперпозицию этих особенностей. Сопоставление этого подмножества с общим множеством на основе оценок потребителей информации в желаемом виде и численное отношение потребителей, выбравших интересующую особенность к общему числу потребителей, участвующих в оценке выбранной ценности.

Возможны и другие подходы к оценке разнообразия и ценности информации. Так, например, разнообразие может оцениваться не непосредственно, а с

помощью соответствующей меры (типа энтропии по Хартли), а ценность информации могут определять эксперты каким-либо другим способом.

Приведем ряд подобных подходов, представленных в работе [36].

При комбинаторном подходе количество информации, сообщаемой при указании определенного элемента в множестве из  $N$  объектов, принимается равным двоичному логарифму  $N$  (Р. Хартли, 1928).

1. Например, имеется

$$C(m_1, m_2, \dots, m_s) = n! / (m_1! m_2! \dots m_s!)$$

различных слов в алфавите из  $S$  элементов, содержащих  $n_0 m_i$  вхождений  $i$ -й буквы нашего алфавита ( $m_1 + m_2 + \dots + m_s = n$ ).

Поэтому интересующее нас количество информации равно

$$H = \log_2(m_1, m_2, \dots, m_s).$$

При  $n, m_1, m_2, \dots, m_s$ , стремящихся к бесконечности, действует асимптотическая формула

$$H \sim n \left( \sum_{i=1}^s \frac{m_i}{n} \log_2 \frac{m_i}{n} \right).$$

2. Рассмотрим передачу текста, состоящего из букв русского алфавита, содержащего 33 различные буквы. Поэтому можно образовать  $N = 33^n$  различных “текстов” различной длины  $n$ , т.е. последовательности из  $n$  букв.

Количество информации, содержащейся в указании одного определенного такого текста, равно

$$I = n \log_2 33.$$

Эту величину принято называть энтропией «неслучайного объекта», состоящего из  $N$  элементов.

Наличие стенографии показывает, что реальные языковые тексты можно передавать более кратким образом, т.е. число «осмысленных» текстов из  $n$  букв будет  $N^* \ll N$ , т.е. в идеале  $I^* \sim \log_2 N^*$  бит.

Так как в языковых текстах различные буквы встречаются с различной частотой, то если фиксировать числа  $n_1, n_2, \dots, n_k$  вхождений в текст длины  $n$  каждой из букв  $a_1, a_2, \dots, a_k$  (при этом  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ ), число текстов длины  $n$  сократится до

$$N' = n! / (n_1! n_2! \dots n_k!).$$

Воспользовавшись формулой Стирлинга  $\log_2(n!) \sim n \log_2 n$ , при больших  $n_i$  будем иметь

$$I' = \log_2 N' \sim n \sum_i p_i \log_2 p_i,$$

где  $p_i = n_i / n$  – частота появления отдельных букв.

Таким образом, при употреблении отдельных букв с частотами  $p_i$  количество информации, передаваемой «на одну букву текста», равно

$$H = - \sum_i p_i \log_2 p_i.$$

В случае равных частот

$$p_1 = p_2 = \dots = p_k = 1/k$$

мы получим

$$H = \log_2 k,$$

а при любых других частотах  $H < \log_2 k$ .

В заключение отметим, что возможны и другие подходы к построению информационного поля.

## Выводы

На основе анализа разнообразных фактов живой и неживой природы в работе сформулирован постулат о роли информации (ее взаимодействии и влиянии) в естественных и искусственных процессах, происходящих в живой, неживой и искусственной природе. На основе данного постулата в работе предлагается создание новой базовой науки – посткибернетики, которая должна стать правопреемницей ныне существующих наук: кибернетики, информатики, computer science, имеющих своим основным предметом изучения информацию, ее свойства, механизмы взаимодействия и влияния на скорость протекания и направленность разнообразных процессов и явлений в живой, неживой и искусственной природе.

Предложенный подход к описанию информационного поля является одним из объектов, изучаемых посткибернетикой.

## Список литературы

1. Полонников Р.И. Феномен информации и информационного взаимодействия. Введение в семантическую теорию информации. – С.-Петербург: Изд-во Анатолия, 2001. – 189 с.
2. Репин В.С. Молекулярная информация: шифр реальность // <http://science.rg.ru>.
3. Попов Л.В., Седов А.Е., Чудов С.В. Развитие концепции информации в контексте биологии // <http://doctor.ru> (Биометрика).
4. Шилейко А.В., Кочнев В.Ф., Химушин Ф.Ф. Введение в информационную теорию систем. – М.: Радио и связь, 1985. – 280 с.
5. Бриллюэн Л. Наука и теория информации: Пер. с англ. – М.: Физматгиз, 1960. – 392 с.
6. Дидук Н.Н., Коваль В.Н. Существует ли наука кибернетика? // Проблемы управления и информатики. – 2001. – № 3. – С.133 – 155.
7. Полонников Р.И., Юсупов Р.И. Воспримет ли кибернетику XXI век // Проблемы управления и информатики. – 2001. – № 6. – С. 132 – 152.
8. Комаров. Диалог с космосом // Если. – 1998. – № 1. – С. 213 – 220.
9. Шипов Г.И. Теория физического вакуума. – М.: НТ-Центр, 1993. – 362 с.
10. Теслер Г.С. Концепция построения постиндустриального информационного общества // Математические машины и системы. – 2000. – № 2, 3. – С. 185 – 193.
11. Теслер Г.С. Принципы смешанного экстремума как основа эволюции вычислительных средств // Математические машины и системы. – 2002. – № 7. – С. 3 – 13.
12. Теслер Г.С. Сравнение эволюционных процессов развития вычислительных средств и растительного мира // Математические машины и системы. – 2002. – № 3. – С.155 – 165.
13. Теслер Г.С. S-физика А.Д. Беха // Управляющие системы и машины. – 2002. – № 5. – С. 90 – 91.
14. Харкевич А.А. О ценности информации // Проблемы кибернетики. – М.: Физматгиз, 1960. – Вып. 4. – С. 53 – 57.
15. Винер Н. Человек управляющий. – С.-Петербург: Питер, 2001. – 286 с.
16. Карманов К.Ю. Логика идеального. Введение в проблематику. – С.-Петербург: Коло, ИТД "Летний сад", 2001. – Кн. 1. – 253 с.
17. Седов Б.А. Одна формула и весь мир. Книга об энтропии. – М.: Знание, 1982. – 176 с.
18. Коркаран Б. Упорядоченный хаос // В мире науки (Scientific american). – 1991. – № 10. – С. 40 – 41.
19. Кауфман С.А. Антихаос и приспособление // В мире науки. – 1991. – № 10. – С.58 – 65.
20. Биосфера, ее настоящее, прошлое и будущее / Н.Н. Верзилин, Н.М. Верзилин и др. – М.: Просвещение, 1976. – С. 223.
21. Masaru Emoto Messages from water. – Tokyo, 2000.
22. Зенин С.В. Биологические и информационные свойства воды // Традиционная медицина – 2000: Сб. материалов конгр. (г. Элиста). – М., 2000. – С. 503 – 510.
23. Зенин С.В. Вода. – М., 2001.
24. Гоч В.П., Белов С.В. Теория причинности. – К.: Никацентр, 1999.
25. Зенин С.В. Молекулярная и информационная ретрансляция как основа энергоинформационных взаимодействий // Традиционная медицина – 2000: Сб. материалов конгр. (г. Элиста). – М., 2000. – С. 502 – 503.
26. Савченко В.И. О пользе изучения справочников // Визит сдвинутой фазоники: Сб. фантастики. – Киев: Молодь, 1991. – 254 с.
27. Самохин А.В., Готовский Ю.В. Электропунктурная диагностика и терапия по методу Р. Фолля. – М.: ИМЕДИС, 1995. – 447 с.
28. Вернадский В.И. Несколько слов о ноосфере // Успехи современной биологии. – 1944. – Вып. 2. – Т.17. – С. 113 – 129.

29. *Теслер Г.С.* Место и роль алгоритмического базиса в решении проблемы производительности // Математические машины и системы. – 1997. – № 1. – С. 25 – 33.
30. *Теслер Г.С.* Интенсификация процесса вычислений // Математические машины и системы. – 1999. – № 2. – С. 25 – 37.
31. *Жвирблис В.Е.* О форме вещей // Сознание и физическая реальность. – 1998. – № 3 (1). – С. 26 – 32.
32. *Лецилов В.И.* Информационно-волновая медицина и биология. – М.: Аллегро-пресс, 1998.
33. *Шредингер Э.* Что такое жизнь с точки зрения физики? – М.: Атомиздат, 1972. – 88 с.
34. *Соловьев О.В.* Описание случая целенаправленного поведения живой системы, в которой отсутствует противоречие между целенаправленностью и физической причинностью (или жива, жива кибернетика) // Проблемы управления и информатики. – 2002. – № 2. – С. 140 – 152.
35. *Соловьев О.В.* Моделирование будущего или человек и его сознание в структуре объективной реальности. – Луганск: Из-во Восточноукраинского ун-та, 1997. – 328 с.
36. *Колмогоров А.Н.* Теория информации и теория алгоритмов (К работам по теории информации и некоторым ее применениям. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
37. *Эшби У.Р.* Введение в кибернетику. – М.: Иностранная литература, 1959.
38. *Иваненко А.Г.* Самообучающиеся системы распознавания и автоматического управления. – Киев: Наукова думка, 1969. – С. 338.
39. *Батороев К.Б.* Кибернетика и метод аналогий. – М.: Высшая школа, 1974. – 104 с.

## Глава 2. Новая кибернетика как объект исследования

### 2.1. Кризис кибернетики

В настоящее время термин «кибернетика» практически вышел из употребления и считается многими учеными и инженерами чуть ли ни архаизмом. Вместо термина «кибернетика» сейчас чаще всего употребляются термины «информатика» и «computer science», ставшими брендами этой науки. Как уже отмечалось в Предисловии, первый термин имеет европейское гражданство, а второй – американское (США). Для этого имеется множество объективных и субъективных причин. Что требовать от обычных граждан, если люди, которые внесли наибольший вклад в эту науку, практически тоже утратили к понятию «кибернетика» свой интерес.

Так, при посещении В.М. Глушковым престарелого Н. Винера, последний отказался обсуждать проблемы современной кибернетики и ее будущее, сославшись на то, что в последнее время его больше интересуют проблемы, связанные с биологией. Об этом пишет и сам Н. Винер в работе [1] «Мое отношение к кибернетике. Ее прошлое и будущее». Аналогичное, но в другом смысле, произошло и с самим В.М. Глушковым. Так, будучи уже тяжело больным (незадолго до смерти), в частной беседе с одним из своих соратников и озвученной на форуме, посвященном 80-летию со дня его рождения, он высказал мысль, что если бы он сегодня давал название своему институту, то он бы назвал его Институтом информатики, а не кибернетики. Но это больше эмоции, чем факт, так как В.М. Глушков был по сути первооткрывателем computer science и одновременно активно развивал направление самоорганизующихся систем и т.п., принципиально присущее кибернетике.

О противоречиях, возникших вокруг понятий кибернетика, информатика и computer science, свидетельствуют следующие факты. В 70-е годы XX века президент АН СССР П.А. Александров на заседании Президиума академии во время защиты проекта создания нескольких институтов, впоследствии составивших Кибернетический центр АН УССР, заявил: «Известно, что такой науки – кибернетики – не существует». Против чего выступил В.М. Глушков.

Однако осенью 1978 г. Институтом кибернетики было подготовлено и направлено за подписью В.М. Глушкова письмо А.П. Александрову, в котором отмечалось, в частности, следующее: «... 28 августа – 6 сентября 1978 года в Испании проходила Первая межправительственная конференция по стратегии и политике в области информатики, организованная ЮНЕСКО и международным Бюро Информатики (МБИ)... Указанная межправительственная конференция утвердила следующее понятие “информатики”: “Информатика охватывает области, связанные с разработкой, созданием, оценкой, использованием и материально-техническим обслуживанием систем обработки информации, включая машины и оборудование, математическое обеспечение,

организационные и людские аспекты, а также комплекс их промышленного, коммерческого, административного, социального и политического воздействия”. Таким образом, информатика в этом смысле включает и то, что часто называется вычислительной наукой (или наукой об ЭВМ), вместе с ее техническими и теоретическими основами, а также ее приложениями; обширные области кибернетики, науки о системах и науки об информации попадают под категорию, которую мы называем информатикой.”

Приведенное определение значительно расширяет значение предмета этой науки, определяет ее место и значение результатов в этой области для развития других наук и научно-технического прогресса. ... Таким образом, следует считать, что информатика – новая область науки, требующая официального признания в нашей стране, прежде всего в Академии наук СССР. Термин “информатика” мог бы послужить названием нового отделения Академии наук СССР.”

В результате в АН как СССР, так и УССР, было создано отделение информатики, вычислительной техники и автоматизации.

Неизвестно, кто готовил письмо на имя А.П. Александрова, но явно видно, что из приведенного определения информатики, которое не вполне удачное, вовсе не следует, что информатика включает в себя computer science. Это определение в ряде словарей переводится не только как компьютерная наука, а и как вычислительная техника. Помимо этого, кроме утверждения, что данное определение информатики значительно расширяет понимание предмета этой науки, никаких указаний на предмет и объект исследований этой науки не дается. Вышеприведенное лишний раз подтверждает о возникновении определенных противоречий между кибернетикой, информатикой и computer science в объекте исследований. Это противоречие частично сглажено в названии новых отделений АН СССР и УССР. Так, наряду с информатикой, там присутствует вычислительная техника (читай computer science), а также управление, присутствующее в определениях кибернетики Н. Винера и В.М. Глушкова.

Определенная метаморфоза произошла и с журналом «Кибернетика», издаваемым Институтом кибернетики НАН Украины, получившим новое название «Кибернетика и системный анализ».

Кстати, и ВАК Украины определил специальности, по которым проводится защита диссертаций на получение научных степеней кандидата и доктора наук. В разделе «Информатика и кибернетика» дали только одну специальность, где упоминается слово «кибернетика»: «Теоретические основы информатики и кибернетики» (физ.-мат. науки). Помимо этого, имеется еще одна специальность с этим словом – это «Военная кибернетика, системы управления и связь» (военные и технические науки). Остальные подобного рода специальности относятся к вычислительной математике, моделированию, вычислитель-

ным методам, математическому и программному обеспечению, системному анализу, системам и процессам управления, элементам и устройствам вычислительной техники и систем управления, автоматизированным системам управления, прогрессивным информационным технологиям, автоматизации проектных работ, вычислительным машинам, системам и сетям, гибким производственным системам, управления проектами и развитию производства, системам и средствам искусственного интеллекта.

Как видим, этот перечень сам говорит за себя и подтверждает ту мысль, что термин «кибернетика» стал архаизмом. И это на Украине, где впервые в мире был создан Институт кибернетики, носящий имя его создателя-академика В.М. Глушкова. Вполне понятно, что в Западной Европе, США и других развитых странах специальности с термином «кибернетика» полностью отсутствуют. Такова действительность. Все это и многое другое дало основание многим ученым утверждать, что в настоящее время наблюдается кризис кибернетики и даже информатики как естественных наук. Об этом, в частности, свидетельствует дискуссия, развернувшаяся на страницах широко известного в странах бывшего Советского Союза и за рубежом (переводится на английский) журнала «Проблемы управления и информатики» (старое название журнала «Автоматика»). Названия первых двух статей этой дискуссии говорят сами за себя: «Существует ли наука кибернетика. О роли кибернетики в естествознании» [2], «Воспримет ли кибернетику XXI век» [3]. Отметим, что в этих статьях, наряду с обсуждением роли кибернетики в современном мире, затрагиваются также и проблемы информатики как естественных наук. По большинству позиций, декларируемых авторами этих статей, можно согласиться. Но в них, как и в последующей за ними статье [4], отсутствует общий взгляд на кибернетику, информатику и computer science как взаимодополняющие друг друга, имеющие такой общий предмет исследования, как информация и ее преобразование. Более подробно эти и связанные с ним вопросы будут обсуждаться ниже. Сейчас отметим только то, что науку, которая объединяет в себе начала существующих сегодня кибернетики, информатики и computer science, а также учитывающую выраженный в главе 1 постулат об информационном взаимодействии и влиянии, автор этой книги назвал посткибернетикой, а в данной книге, в основном, – новой кибернетикой. Под этими двумя названиями новая наука и будет фигурировать в этой книге. Здесь подчеркнем, что понятия посткибернетика и новая кибернетика являются синонимами.

## **2.2. Кибернетика Н. Винера и В.М. Глушкова**

В 1948 году американский математик Ноберт Винер выпустил в свет книгу «Кибернетика, или Управление и связь в животных и машине» [5, 6], где под термином «кибернетика» понимал дисциплину, изучающую вопросы управле-

ния и связи, которые имеют отношение к животным и машинам. При этом кибернетика занимается построением теории таких систем вне зависимости от способа их организации. Потом Н. Винер понял, что кибернетика должна заниматься не только управлением и не только в живой и искусственной природе, но и в обществе. В связи с этим выпустил книгу, которая на русском языке называется «Кибернетика и общество» [7]. Но Н. Винер не занимался связью, и поэтому естественным дополнением к его кибернетике явилась выпущенная в том же 1948 году книга американского математика и инженера Клода Шеннона «Математическая теория передачи информации» [8], которая, в отличие от вышеперечисленных книг Н. Винера, достаточно строго рассматривала вопросы передачи информации. Многие математические положения, изложенные в книгах Н. Винера и К. Шеннона, были уточнены в работах академика Н.А. Колмогорова [9].

Дальнейшее уточнение термина «кибернетика», давшее новый толчок в ее развитии, предложил математик и кибернетик академик В.М. Глушков, который понимал под кибернетикой науку, занимающуюся изучением систем любой природы, способных воспринимать, хранить и перерабатывать информацию, а также использовать ее для управления и регулирования. При этом кибернетика акцентирует свое внимание на общих законах движения информации в целенаправленных системах любой природы (биологических, целенаправленных, социальных), на структурном подобии сложных систем. Основным методом изучения таких систем является их моделирование; а объектом исследования – кибернетические системы. При этом под кибернетической системой понимается система управления со сложным поведением и сложной структурой потоков информации, состоящая из большого числа элементарных звеньев [10]. Развитие кибернетики, по мнению Н. Винера [1], связано с изучением структурных свойств саморазвивающихся систем, а В.М. Глушкова – с передачей функций интеллекта техническим искусственным устройствам, прежде всего компьютерам и роботам.

Естественно, что появление компьютеров базировалось, с одной стороны, на развитии технологий, а с другой, – на достижении ряда наук. Особую роль среди этих наук занимала булева алгебра. С появлением кибернетики – это теория автоматов [11], синтез цифровых автоматов [12], алгебра и языки программирования [13] и др. Самой кибернетике предшествовала теория систем управления.

Необходимо отметить, что принципиальным методологическим отличием кибернетик Н. Винера и В.М. Глушкова является смена парадигм со стохастического к детерминированному подходу. Но как часто бывает в жизни, и не только в ней одной (науке, технике, природе), правда бывает «посередине». Это, в основном, связано с наличием противоречий в системе, которые решаются на ос-

нове компромиссных решений, что соответствует принципу оптимизации в экономике Парето и принципу смешанного экстремума (см. главу 4).

Такого типа противоречия присущи не только кибернетике, но и математике. Так, профессор А.М. Гупал в работе [14] эту ситуацию описывает таким образом. Удивительным образом общие закономерности природы присущи такой абстрактной науке, какой является математика. Речь идет об использовании в основах математики дедуктивного или индуктивных подхода. Как «точная» наука математика тяготела к дедуктивному подходу, основанному на аксиомах и получении дальнейших результатов на основе выводов, которые должны соответствовать их истинности. Но теорема Геделя о неполноте показала, что в рамках такого подхода невозможно доказать непротиворечивость и полноту. С точки зрения системного подхода, данное противоречие может быть разрешено на основе рассмотрения этих вопросов с более высокого (мета) уровня. Другой подход, предложенный в работе [14], состоит в использовании индуктивного построения на основе вероятностно-статистического подхода. В этой работе утверждается, что такой подход полностью решает рассматриваемые выше противоречия, включая задачи распознавания и прогнозирования. К сожалению, это утверждение не соответствует действительности, что отчетливо видно в тех случаях, когда изучаемый процесс имеет «скачкообразный» характер. В данном случае статистическое изучение закономерностей до скачка ничего не дает для описания характера «зависимости после скачка». Это, конечно, «грубый» пример, но можно привести множество более «тонких» примеров, связанных с эволюционным развитием и наличием множества точек бифуркации.

Из сказанного выше видно, что ни чисто дедуктивный, ни чисто индуктивный подход не дает возможности решения указанной проблемы. В ряде случаев указанные противоречия могут быть решены на основе смешанного подхода, т.е. действия принципов смешанного экстремума между детерминизмом (дедуктивного) и вероятностно-статистического (индуктивного) подхода с учетом негэнтропийного принципа Л. Бриллюэна (закона сохранения информации).

Отметим, что это противоречие присуще и самой теории вероятностей.

Исторически первым определением вероятности является определение, которое и сегодня принято называть классической вероятностью. Первые попытки сформулировать его принадлежат известным математикам XVII в. французам П. Ферма, Б. Паскалю и голландцу Х. Гюгенсу. Затем оно используется швейцарцем Я. Бернулли (1654 – 1705) в знаменитом труде «Наука приложений», который был опубликован уже после его смерти в 1713 году. Однако окончательно это определение было сформулировано в работах известного французского математика П. Лапласа (1749 – 1827) в начале прошлого века и по своей сути не претерпело никаких изменений [15]. Оно гласит: вероятно-

стью события  $A$  называется отношение числа благоприятных исходов к общему числу несовместных, единственно возможных и равновозможных исходов.

Немецкий математик Р. Мизес (1883 – 1953) – основатель частной теории вероятностей – не признавал теорию вероятностей математической дисциплиной, а считал наукой, широко использующей математические методы. Однако современное развитие теории вероятностей и особенно фундаментальные работы академика А.Н. Колмогорова доказали, что теория вероятности является строгой математической наукой, связанной с теорией множеств, функций, функциональным анализом и др.

Благодаря трудам А.Н. Колмогорова [16], теория вероятностей основывается на четырех аксиомах, с помощью которых вводится понятие вероятности и некоторые свойства множеств как для конечного множества элементарных событий, так и для любого бесконечного множества. При этом система аксиом Колмогорова непротиворечива, ибо существуют реальные объекты, которые удовлетворяют одновременно всем аксиомам Колмогорова (по теории Геделя эта непротиворечивость должна доказываться на основе показателей более высокого уровня, чем теория вероятностей). Однако система аксиом Колмогорова неполна. Это означает, что даже при одном множестве элементарных событий  $U$  вероятности на множестве подмножеств множества  $U$  (множество событий)  $F$  могут быть выбраны многими различными способами. Однако эта неполнота позволяет адаптироваться к конкретным условиям применения за счет того, что в разных задачах позволяет рассматривать одинаковые множества случайных событий с различными вероятностями. Таким образом, предлагаемый в работе [14] индуктивный подход вступает в противоречие с самим построением теории вероятностей, что и показывает справедливость подхода, основанного на принципе смешанного экстремума, т.е. справедливости индуктивно-дедуктивного подхода.

Рассмотрим противоречие между кибернетикой Н. Винера и В.М. Глушкова. Оно, прежде всего, связано с появлением вместо термина кибернетика понятий информатика и computer science.

То, что академик В.М. Глушков тяготел к информатике либо computer science, а не к кибернетике, свидетельствуют факты, изложенные ниже.

Во-первых, само определение кибернетики, данное В.М. Глушковым.

Во-вторых, как пишет его соратник и ученик профессор В.П. Деркач в работе [17]: «Уже в первых своих статьях он определяет стратегию кибернетических исследований, к которой, в первую очередь, относит теорию работы ЭВМ, разработку методов автоматизации программирования, теорию алгоритмов и теорию конечных автоматов, методов аналитических преобразований, доказательства теорем, машинного перевода ...». Далее этот перечень был продолжен, но в основном в направлениях, которые сегодня называются информатикой.

В-третьих, отвечая журналисту В. Моеву [17, 18], В.М. Глушков говорил следующее: «Кибернетику определяют порой как науку о наиболее общих законах управления. Мое мнение – я писал об этом в статьях для украинской, британской энциклопедий – несколько иное: наука об общих законах преобразования информации в сложных системах. Математическое доказательство, например, не управление, однако и здесь действуют общие законы преобразования информации, законы кибернетики. Но это – впрочем. Гораздо важнее другое. Любую самостоятельную науку отличает предмет и метод. Если предмет кибернетики, допустим, управление и связь, то в чем ее специфический метод?.. Неясно. Может, из-за того, что на эту сторону в свое время не обратили достаточно внимания, кибернетика после Винера в США стала чахнуть, вырождаться в так называемую науку о компьютерах. А между тем есть у кибернетики свой метод, делающий ее наукой с большой буквы. Причем это новый метод познания и замечательный. В нем изюминка, в нем душа кибернетики, а не в том, что она занимается только управлением... Кибернетика предлагает третью (опору метода познания) – моделирование. Вернее сказать, это метод, совмещающий черты двух фундаментальных (методов познания – экспериментально-наблюдательный и абстрактно-логический). По существу, он экспериментальный, но эксперименты проводятся не над реальным объектом, а над абстрактной моделью».

Исторически современное понятие кибернетики связано с американским ученым Нобертом Винером. В дальнейшем в США основное внимание уделялось проектированию и производству вычислительных средств, а в Европе – информатике. И справедливо отмечается в работе учеников В.М. Глушкова [19]: «Идеи В.М. Глушкова высоко ценились за рубежом и способствовали развитию принципиально новой науки – кибернетики (в ее расширенном, Глушковском понимании, эквивалентном зарубежному computer science). Эта наука очень быстро вышла за пределы чисто научного рассмотрения и изменила многие аспекты жизни человека, и в частности всего общества в целом, обусловив тем самым начало новой эры – эры компьютеризации».

Таким образом, как и сам В.М. Глушков, так и его ближайшие ученики и последователи, признают, что кибернетика Глушкова эквивалентна современным понятиям компьютерной науки и информатики, т.е. проектированию и использованию компьютеров в различных сферах человеческой деятельности и существования. Однако вместо Винеровского управления в новой кибернетике на передний план выступают общие законы информационного взаимодействия и влияния.

### 2.3. Объект исследования новой кибернетики

Объект исследования новой кибернетики в общих чертах был описан в предыдущей главе. Теперь остановимся на его уточнении.

Исходя из принципа смешанного экстремума, который подробно описан в главе 4, каждая система, содержащая элементы новизны, содержит в себе отпечатки прошлого, настоящего и будущего. Это хорошо было известно политэкономистам, изучающим формации развития общества. Но для нас это положение важно в связи с тем, что в кибернетике Н. Винера, В.М. Глушкова, в информатике и computer science безусловно содержатся элементы новой кибернетики. Это полностью согласуется с известным принципом развития науки, согласно которому необходимо сохранение известных положительных качеств, достигнутых на предыдущих этапах ее развития, т.е. их наследования, и получение новых качеств. Однако при этом область использования известных положительных качеств в силу необходимости интегрирования знаний будет сужаться. В силу этого новая кибернетика должна стать правопреемницей вышеназванных наук и ряда других, которые примыкают к ним. Но наряду с сохранением ряда свойств ныне существующей кибернетики, новая кибернетика имеет свои новые качества и парадигмы.

Во-первых, она изучает не только общие законы управления в живой и искусственной природе, созданной человеком, но и расширяет этот перечень объектами неживой природы.

Во-вторых, вместо термина «управление» используются термины влияние и взаимодействие, которые могут быть использованы не только в живой и неживой природе, но и для объектов искусственной природы.

В-третьих, в силу первых двух особенностей, она вынуждена подняться на более высокий уровень эволюционного развития, т.е. иметь более высокий уровень абстракции по сравнению со своими предшественниками.

В-четвертых, вместо рассмотрения простых обратных связей в процессе управления, как это делается в современной кибернетике, рассматривается более общий показатель – это адаптация к внутренним и внешним условиям существования и использования. Частично такой подход использовался в биологических системах. Для достижения поставленных целей в новой кибернетике необходимо изучение абстрактных моделей с обратными связями, механизмами адаптации и тому подобное.

В-пятых, исходя из предыдущих особенностей, основной упор в новой кибернетике делается на выявлении наиболее общих законов эволюции в живой, неживой и искусственной природе и непосредственно примыкающих к ним законов, связанных с информационным взаимодействием и влиянием, что позволяет на их основе прогнозировать развитие процессов и явлений в различных средах.

В-шестых, наиболее полно концепцию новой кибернетики выражает постулат об информационном взаимодействии и влиянии на примыкающие к нему положения (см. главу 1).

В-седьмых, новой кибернетике присущ детерминистско-стохастический подход, прежде всего, базирующийся на законе сохранения информации (аналог закона Бриллюэна в физике) и исследовании информационных полей и их подмножеств.

При этом новая кибернетика выступает в двух аспектах: как наука, обобщающая факты информационного взаимодействия и влияния других наук, а также она связана с компьютерной техникой, программированием, теорией алгоритмов, информационными технологиями, вычислительной и прикладной математикой, связанными с моделированием разнообразных процессов на компьютерах, и т.п., чем занимается современная кибернетика, информатика и computer science. Но при этом смотрит на это как на инструментальные средства и один из объектов исследования информационного влияния и взаимодействия, проявляющийся в виде моделей в части приема, передачи, преобразования, обработки, хранения и информации.

В современной науке под объектом исследования обычно понимают систему с большим числом элементов и связей между ними. Но, как справедливо отмечается в работе [20]: «...сложное поведение может наблюдаться у систем, содержащих относительно небольшое число частей, если только сами части (системы) и связи между ними организовать определенным образом. ...сложность поведения ставится в прямую зависимость от насыщенности системы информацией, т.е. не столько от числа элементов, сколько от их разнообразия».

Но это разнообразие во многих случаях может быть непосредственно связано с энтропией, так как чем разнообразнее элементы системы (принимают большее число состояний), тем выше энтропия. При этом частота появления этих состояний, определяемая в пределе распределением этой величины, также влияет на их характеристику. Подобную зависимость мы наблюдали при изучении информационного поля (см. главу 1). При этом универсальной структуре системы в основном соответствует среда с равновероятными состояниями, приводящая к максимальной энтропии. Наряду с энтропией важна не только энтропия, но и целесообразность, представляющая собой среднюю взаимную информацию выхода системы к входу. При этом, чем больше величина целесообразности, тем лучше структура системы соответствует данной целесообразности структуры системы, а также характеризует ее универсальность. Именно поэтому в новой кибернетике, наряду с детерминированной информацией, рассматривается и стохастичность, во многих случаях выраженная в соответствующей энтропии, а также такие характеристики, как целесообразность для систем, ценность для информации и т.п.

Как мы уже отмечали выше, новая кибернетика родилась в результате эволюционного развития кибернетики Н. Винера, расширенного понимания computer science, выдвинутого В.М. Глушковым, и информатики, на новом витке эволюционной спирали. Вследствие этого новая кибернетика является, с одной стороны, правопреемницей этих наук, а, с другой, – определенным обобщением предыдущего этапа их развития.

Остановимся на объектах, изучаемых предшественниками новой кибернетики. На что ориентирована кибернетика Н. Винера, мы уже писали в начале этой главы. Теперь остановимся на computer science и информатике.

Термин «computer science» означает общее название группы дисциплин, занимающихся различными аспектами применения и разработки компьютеров: программирование, операционные системы, искусственный интеллект, архитектура, проектирование компьютеров и т.д. При этом различают прикладную и вычислительную математику. Прикладная математика изучает вычислительные методы, непосредственно используемые в других науках и технике в основном для создания математических моделей, реализуемых на компьютерах. К прикладной математике тесно примыкает вычислительная математика, рассматривающая численные методы решения математических задач на компьютерах.

В то же время информатика – отрасль науки, изучающая структуру и общие свойства информации, а также вопросы, связанные с ее сбором, хранением, поиском, переработкой, преобразованием, распространением и использованием в различных сферах человеческой деятельности с использованием компьютеров и, прежде всего, на базе информационных технологий. В этой связи информатика выступает в трех видах: наука, сумма информационных технологий и область человеческой деятельности.

В первом приближении можно дать следующую формулировку новой кибернетики. Новая кибернетика – наука, изучающая наиболее общие законы возникновения, развития, функционирования (хранение, обработка, преобразование, коммутация и т.п.), влияния и взаимодействия информации в искусственных и естественных (природных) системах, процессах и явлениях с использованием индуктивно-дедуктивного подхода на основе создания и исследования различных видов моделей, используемых в различных приложениях, включая прогнозирование эволюционных процессов. В качестве инструментальных средств таких исследований выступают средства computer science и информатики. Основой такого подхода служат постулат об информационном взаимодействии и влиянии информации на процессы и явления живой, неживой и искусственной природы, а также подход к определению информационного поля (см. главу 1).

Таким образом, в этом определении очерчен как объект исследований, так и методология его изучения.

Особое значение в этом подходе имеет процесс информационного взаимодействия объектов, часть из которых выступает в качестве источников, а другие – как приемники информации. При этом источник информации должен иметь интересующую получателя управляющую (влияющую на процесс) информацию, а приемник информации должен хотеть и мочь ее воспринять. В этой связи, помимо средств коммуникации этой информации, важную роль играет семиотика (наука, изучающая общие свойства знаков и знаковых систем при передаче информации, а в нашем случае при изучении влияния и взаимодействия) и семантика, дающая общий смысл текста, рассматриваемого как совокупность знаков. Таким образом, можно обеспечить «взаимопонимание» рассматриваемых объектов, т.е. объекты должны разговаривать на одном и том же языке и понимать друг друга. На эту особенность обратил внимание в одной из последних работ [21] Н. Винер, где подчеркивал необходимость преобразования информации в форму для работы индивидуума и машины. В нашей интерпретации это положение имеет более широкий аспект применения.

Помимо этого, наряду с семиотикой и семантикой, важное значение на информационное влияние и взаимодействие имеют форма и организация. О последнем свидетельствует следующий факт, приведенный во вступлении работы [22]: «Известен факт наличия человеческого мозга в 50 – 100 г вместо обычной величины около 1350 г, выполнявшего совершенно нормально мозговые и другие физиологические функции человеческого организма, в том числе умственные (студент с гидроцефалией одного английского университета обладал коэффициентом интеллектуальности 126)». Отметим, что это достаточно высокий коэффициент интеллектуальности. О чем свидетельствует приведенный выше факт. Во-первых, что избыточность человеческого мозга очень большая – порядка 10 – 20 раз. Во-вторых, важно не только количество нейронов, но и их организация. В-третьих, живое вещество обладает колоссальными возможностями к адаптации и не в последнюю очередь за счет информационного влияния и взаимодействия.

Еще один аспект восприятия информации связан с разной интерпретацией одних и тех же семиотических объектов. Так, мы никогда не знаем истинного смысла и образа изучаемого объекта, а только видим его в определенной проекции. Эта мысль хорошо иллюстрируется при изучении проблемы значения. Так, в работе отмечается: «Проблема значения – это связь денотата (номината, сигнификата, объекта) со словом, которым его обозначают, – его именем... У этих имен один и тот же денотат, но разный смысл, различное содержание, но отражают одну из многочисленных сторон или свойств объекта».

Напомним, что денотат – объект, либо то, что можно назвать определенным именем; номинация – название, наименование; сигнифика – направление исследований значений слов, предметом которого является не язык как таковой (что является объектом изучения лингвистики), а прежде всего язык как про-

цесс общения людей, в котором главенствующая роль принадлежит психологическому аспекту. Эти различия автор цитаты связывает с возникшими при восприятии объекта ассоциациями, хотя, по нашему мнению, это связано, с одной стороны, с приближенным опытом, т.е. предысторией, а, с другой, – с выстроенной моделью восприятия окружающего мира выработанной либо непосредственно «преемником» информации либо привнесенной из внешнего мира. При таком толковании эти особенности восприятия можно перенести на живую, искусственную и неживую природу, естественно, с определенными ограничениями.

Таким образом, объектами исследования новой кибернетики остаются такие объекты, как целенаправленные системы, присущие Винеровской кибернетике, средства обработки, хранения и передачи информации, включающие теоретические и практические аспекты этой проблемы, присущие кибернетике В.М. Глушкова и computer science, информационные и математические модели для реализации на компьютерах, а также информационные технологии, присущие информатике. Помимо этого, появились новые объекты, связанные с информационным полем, постулатом об информационном взаимодействии и влиянии, а также установлением наиболее общих законов эволюционного развития процессов и явлений живой, неживой и искусственной природы, включающих информационное влияние и взаимодействие.

### Список литературы

1. *Винер Н.* Мое отношение к кибернетике. Ее прошлое и будущее. – М.: Советское радио, 1969. – 24 с.
2. *Дидук Н.Н., Коваль В.Н.* Существует ли наука кибернетика? // Проблемы управления и информатики. – 2001. – № 3. – С. 133 – 155.
3. *Полонников Р.И., Юсупов Р.И.* Воспримет ли кибернетику XXI век // Проблемы управления и информатики. – 2001. – № 6. – С. 132 – 152.
4. *Соловьев О.В.* Описание случая целенаправленного поведения живой системы, в которой отсутствует противоречие между целенаправленностью и физической причинностью (или жива, жива кибернетика) // Проблемы управления и информатики. – 2002. – № 2. – С. 140 – 152.
5. *Винер Н.* Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. – М.: Советское радио, 1958. – 214 с.
6. *Винер Н.* Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. – 2-е изд. – М.: Наука, 1983. – 340 с.
7. *Винер Н.* Кибернетика и общество. – М.: Иностранная литература, 1958. – 200 с.
8. *Шеннон К.* Математическая теория связи // Теория передачи электрических сигналов при наличии помех. – М.: Иностранная литература, 1953.
9. *Колмогоров А.Н.* Теория информации и теория алгоритмов. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
10. *Справочник – словарь терминов АСУ* / Под ред. д.т.н. Ю.Б. Антипова, чл.-кор. АН УССР А.А. Морозова / В.Н. Вьюн, А.А. Кобозев, Т.А. Паничевская, Г.С. Теслер. – М.: Радио и связь, 1990. – 128 с.
11. *Автоматы.* Сборник статей / Под ред. К.Э. Шеннона, Дж. Маккарта: Пер. с англ. – М.: Иностранная литература, 1956. – 403 с.
12. *Глушков В.М.* Синтез цифровых автоматов. – М.: ГИФ-МЛ, 1962. – 476 с.

13. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра. Языки. Программирование. – 3-е изд. – Киев: Наукова думка, 1989. – 376 с.
14. Гупал А.М., Вагас А.А. Индуктивный подход в математике // Проблемы управления и информатики. – 2002. – № 2. – С. 83 – 90.
15. Чубарев А.М., Холодный В.С. Невероятная вероятность. – М.: Знание, 1976. – 128 с.
16. Колмогоров А.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 1986. – 535 с.
17. Академик В.М. Глушков – пионер кибернетики / Сост. В.П. Деркач. – Киев: Издатель Юниор, 2003. – 384 с.
18. Моев В. Бразды управления. Диалог с академиком В.М. Глушковым. – М.: Политическая литература, 1977.
19. Капитонова Ю.В., Лetichevский А.А. Парадигмы и идеи академика В.М. Глушкова. – Киев: Наукова думка, 2003. – 454 с.
20. Шилейко А.В., Кочнев В.Ф., Химушин Ф.Ф. Введение в информационную теорию систем. – М.: Радио и связь. – 280 с.
21. Винер Н. Человек управляющий. – С.-Петербург: Питер, 2001. – 286 с.
22. Шевченко А.И. Актуальные проблемы теории искусственного интеллекта. – Киев: Наука і освіта, 2003. – 228 с.

## **Глава 3. Системная методология прогнозирования: прогнозирование процессов естественной и искусственной природы**

Призрак бродит по Вселенной,  
Призрак Глобализма

### **3.1. Состояние проблемы**

Прогнозирование будущих явлений и процессов является весьма сложной задачей. В этой связи, следуя академику Н.Н. Моисееву, можно выделить следующие три фундаментальные ступени познания человеком окружающей среды [1]: сознание основ современного мира на основе фундаментальных работ И. Ньютона, Г. Галлилея, М.В. Ломоносова, А. Пуанкаре и многих других ученых и исследователей; создание теории дарвинизма, которая служит основой эволюции живой материи с ее основными процессами и свойствами (наследственность, изменчивость и отбор) [2]; формирование основ теории ноосферы, выявившее единство всех эволюционных процессов, происходящих на Земле (химических, физических, развитие живой природы и человеческого общества) [3].

С развитием отдельных наук о природе возникла потребность в выявлении общих законов и общих процессов, происходящих на планете Земля и во Вселенной.

Натуралист Ж.Л. Бюффон (1707 – 1788) рассматривал Вселенную как единое целое. В своем фундаментальном труде «Естественная история» Бюффон описал историю Земли, естественную историю человека, животных и минералы, т.е. живую и неживую природу. В своем трактате «Об эпохах природы» он впервые выделил геологическое время по сравнению с историческим и делал постановку геохимических проблем.

Для нас важно то, что Бюффон рассматривал единство живой и неживой природы, а время измерял не столетиями, а эпохами, которые, безусловно, связаны с процессами, происходящими в живой и неживой природе.

В свою очередь, натуралист и мыслитель Ж.Б. Ламарк (1744 – 1829) подчеркивал, что общие и частичные законы управляют изменениями состояния и положения исследуемых природных тел. Но еще раньше выдающийся ученый и мыслитель М.В. Ломоносов подчеркивал, что всеобщее согласие причин обеспечивается единством законов природы, т.е. рассматривал не только единство законов природы, но и баланс причин, порождающих

подобные процессы. При этом М.В. Ломоносов обращался почти ко всем наукам, изучающим природу, в которые включал физику, химию и математику.

Наиболее полно общий взгляд на природу принадлежит ученому-энциклопедисту В.И. Вернадскому (минеролог, кристаллограф, геолог, геохимик, биогеохимик, радиогeолог), который глубоко интересовался философией, историей науки и общественной жизнью. Именно так происходит интеграция науки на основе использования знаний, накопившихся в каждой отдельной науке.

В работе [4] В.И. Вернадский писал: "... одни и те же законы господствуют как в великих небесных светилах и в планетных системах, так и в мельчайших молекулах, быть может, даже в еще более ограниченном пространстве отдельных атомов... Изучая строение земных атомов, мы изучаем тем самым законности мельчайших мгновений, неразрывно связанных с этими основными элементами космоса явлений". Тем самым, подчеркивал всеобщность законов явлений всей Вселенной, что в той или иной мере было известно еще древнегреческим мыслителям, а также относительность времени, обоснованную теорией А. Эйнштейна в его теории относительности. По замыслу В.И. Вернадского, общая теория учения о ноосфере должна стать завершением антропокосмической направленности его научного творчества, ломающего старую систему механической картины мира и смены представления о материи, энергии, времени и пространстве на основе новой логики естествознания. При этом, как считал В.И. Вернадский, "... должен измениться наш математический и логический аппарат" [5]. Мировоззренческий и методологический аспекты в ломке научного мышления внесли работы фон Л. Бертрамфи [6], Н. Винера [7] и теоремы К. Геделя о непротиворечивости и полноте [8, 9]. Л. Бертрамфи предложил системный подход при изучении систем, который будет рассмотрен более подробно далее, а Н. Винер предложил исследовать общие свойства систем независимо от типов объектов (живая природа, технические системы, общество) с точки зрения управления.

Что же, собственно, доказал К. Гедель? В его трудах имеются два важных для нас результата – это невозможность математического доказательства непротиворечивости для любой достаточно обширной системы, включающей в себя всю арифметику в рамках самой этой системы, а также существование принципиальной ограниченности возможностей аксиоматического подхода. И никакое расширение арифметической системы не может сделать ее полной. Оба этих противоречия могут быть разрешены только на основе метатеорий и метаподхода. Важно то, что хотя эти результаты доказаны для арифметики, но, как часто это уже бывало, они имеют общий методологический характер и могут применяться для систем любой природы.

В этой связи представляет интерес, высказанное в работе [9] академиком В.М. Глушковым: «Любая развивающаяся под влиянием внутренних причин конечно-порожденная формальная теория, которая превосходит в своем развитии некоторый порог сложности, становится неразрешимой в том смысле, что в ней можно сформулировать бесконечное множество истинных высказываний, которые не могут быть формально доказаны (выведены из аксиом) средствами этой системы. Запрет Геделя снимался лишь в том случае, когда рассматриваемая формальная система развивается не изолированно, а в тесном взаимодействии с окружающим миром при условии, что этот мир, в свою очередь, не может быть описан в виде конечно-порожденной системы».

В связи с этим полученные К. Геделем результаты совместно с "Общей теорией систем" Л. Берталамфи, "Кибернетикой" Н. Винера и учением В.И. Вернадского могут служить хорошей методологической базой для выявления общих и частных закономерностей, происходящих на различных системных уровнях протекания эволюционных процессов живой, неживой и искусственной природы. Эти закономерности будут использованы нами как основной инструмент для прогнозирования. Помимо этого, в качестве инструмента будут использованы энтропийно-информационный подход [10], основанный на законе сохранения информации в системе Л. Бриллюэна [11], и постулат об информационном взаимодействии в живой, неживой и искусственной природе [12]. Это дополнение необходимо в связи с тем, что в последнее время многие исследователи пришли к выводу, что, наряду с пространством, временем, материей и энергией, на процессы вообще и на эволюционные, в частности, оказывает влияние информация. В ряде случаев, даже в научной литературе, используется понятие информационного поля, но устоявшегося понятия этого термина пока не существует.

### **3.2. Прогнозирование процессов естественной и искусственной Природы**

Прогнозирование будущих явлений и процессов – весьма сложная задача. В тех случаях, когда процессы протекают достаточно монотонно даже в условиях сильного зашумления, широко используются количественные методы (статистические методы, методы моделирования и т.д.), на основе которых в той или иной мере осуществляют экстраполяцию, основывающуюся на интерполировании известного прошлого и настоящего. Эти методы прогноза достаточно хорошо работали тогда, когда процессы развития происходили достаточно медленно. Но в век научно-технического прогресса все изменения происходят достаточно быстро, и поэтому линейная и даже нелинейная экстраполяция во многих случаях не может быть использована. Особенно это

трудно сделать, когда будущие формы и структуры принципиально отличаются от прошлого. Как отмечалось в работе [13], наибольшее влияние на прогресс изделий оказывают новые технологии.

Часть новых технологий и их влияние на будущее производство изделий и на общество можно предсказать и с помощью количественных методов, но большинство таких процессов предсказывается только на основе качественных методов. На этот момент обращено внимание в работе [13]. Правда, в качестве таких качественных методов, в основном, используются технологии, основанные на знаниях экспертов. Такой подход также не решает поставленной проблемы прогноза в достаточной мере. Не зря в треугольнике предвиденья [14, 15] одна из вершин принадлежит творчеству, где одной из высших форм научного творчества предвиденья является научная фантастика, а далее идут сканирование, мозговой штурм и т.д. Соглашаясь с необходимостью использования качественных методов для прогноза быстро меняющихся высоких технологий, надо признать, что самым надежным методом прогноза будущих процессов, явлений, объектов и технологий являются установленные законы развития, которые в той или иной мере подчинены общим законам эволюции, являющиеся наиболее общими для всех процессов, происходящих на Земле и Вселенной. Наряду с известными качественными методами [14], появляется возможность использования принципа смешанного экстремума [16], являющегося одним из общих законов эволюции.

Примечательно, что в вышеописанном треугольнике предвиденья, где вершины означают творчество, объективное знание и интерактивное выравнивание, помимо перечня методов, имеется внутренний треугольник, комбинация методов, т.е. этот внутренний треугольник соответствует смыслу принципа смешанного экстремума. Негэнтропийный принцип сохранения информации [11] играет также важную роль в направленности и понимании таких важных черт эволюционных процессов, как разнообразие, упорядоченность, детерминированность (предопределенность) и понимание такого важного закона диалектики как переход количественных изменений в качественные (скачок). При этом существует негэнтропийная спираль сохранения информации. Более подробно эта проблема будет рассмотрена в следующем разделе. Несмотря на всеобщность законов эволюции, естественно, в каждой сфере приложения имеются свои особенности, хотя общие черты этих процессов сохраняются. Особенно наглядно это проявляется в сравнении естественно-природных и искусственных объектов и процессов (объекты и процессы, созданные благодаря деятельности человека на основе творчества и знаний, т.е. антропогенные объекты). Так, наиболее интенсивно прогрессирующая в настоящее время компьютерная индустрия в своем эволюционном развитии подчинена общим законам эволюции [17, 18], а, с другой стороны, информационное производство подобно материальному [19,

20], поэтому и появилась ЭВМ в прогнозной форме с научной организацией труда, до которой природа, естественно, "не додумалась" непосредственно, а только опосредованно, с помощью человека. Эта форма вычислительных средств, как и развитие материального производства, ни в коей мере не противоречит общим принципам эволюционных процессов. Просто данный факт свидетельствует о неравномерности развития отдельных видов природных и антропогенных объектов и процессов. Справедливости ради необходимо отметить, что другую форму будущих ЭВМ – мозгоподобную – "подказала" именно природа, а один из первых писал о ней В.М. Глушков [19]. Следует упомянуть еще об одной особенности эволюционного развития искусственной природы. Ее развитие во многом определяется наличием новых теоретических и технологических знаний и имеющейся возможностью воплощения их в практику. В этой связи кажущийся скачок, о котором шла речь выше, не является мгновенным, а имеет определенный временной интервал. Это связано с тем, что будущее зарождается в прошлом и настоящем, но только мы его не осознаем, так как оно имеет либо только фрагментарный и/или не массовый характер, либо совсем другое толкование и не имеет широкого распространения среди широкого круга специалистов. Но только для тех, кто хоть частично способен прогнозировать будущее, появление нового становится очевидным. Поэтому прогнозирование будущего на основе мнения экспертов не является надежной процедурой, а более надежным есть сопоставление процессов эволюции с учетом действия законов, которые эти процессы порождают, и разницы фаз осуществления эволюционных процессов для разных объектов и явлений. В этом отношении наиболее надежными средствами прогнозирования являются общие законы эволюции природы и мироздания.

### **3.3. Общие законы развития и деградации объектов природы**

В природе и мироздании имеется множество общих законов и принципов развития и деградации объектов и процессов, лежащих в основе эволюции. Перечислим важнейшие из них.

1. Законы сохранения и баланса (энергии, материи, информации и т.п.).
2. Отбора (конкуренции), адаптации (приспособления), повышения сложности и разнообразия и т.п.
3. Дуализма: симметрии (зеркальной или инверсной (обобщенной) и асимметрии, порядка и хаоса, устойчивости и неустойчивости, периодичности и непериодичности, единства и борьбы противоположностей, игровых и неигровых стратегий, идеального и реального, управляемости и спонтанности, равномерности и неравномерности, дискретности и непрерывности, детерминизма и случайности и т.п.

4. Спиралевидного развития.

5. Неравномерности развития (временная, пространственная и т.п.).

6. Принцип смешанного экстремума, вырождающегося в минимум действий и максимум работы, и т.п., оптимизацию по Парето, достижение максимума отказоустойчивости при минимуме избыточности, законы баланса и т.п.

7. Помимо этого необходимо учитывать многомерность и нелинейность, неоднородность и разнообразие факторов (пространства, времени и т.п.), воздействующих на эволюционирующие процессы, явления и объекты. Как частные (вырожденные) случаи выступают одномерность, линейность, однородность.

Но использованию этих законов и принципов развития для целей прогнозирования развития и деградации во многом мешают особенности самих эволюционных процессов. В общем случае эти особенности эволюционных процессов заключаются в нелинейности, неоднородности, многофакторности, немонотонности, наличии детерминистско-вероятностных механизмов влияния на их протекание, сложности структурной организации, множественности связей между элементами, широком диапазоне временных интервалов, присущих различным элементам, множественности механизмов отбора и адаптации к внутренним и внешним условиям существования и т.п. На эти особенности накладывается недостаточность времени наблюдения и глубины изучения эволюционных процессов. В результате многие из ранее установленных законов природы, считавшиеся долгое время всеобщими, не только утрачивают свою всеобщность, но и являются резко ограниченными в пространстве, времени и функционировании.

Так, например, один из законов Т. Мальтуса гласит [21]: "Растения и животные повинуются своему инстинкту, не заботясь о том, какая судьба постигнет их потомство. Недостаток места и пищи уничтожает в обоих царствах то, что выступает за пределы, указанные природой для каждой породы. Те же препятствия оказываются для человека гораздо более сложными. Побуждаемый тем же инстинктом, он останавливается голосом разума, внушающим ему опасение, что у него будут дети, потребности которых он не в состоянии удовлетворить... затруднение в доставлении себе пищи представляется постоянным препятствием для размножения человеческой породы..." В такой формулировке этот закон приемлем и в настоящее время, но... следствия, к которым приходит Мальтус из этого закона, уже не так бесспорны в наше время. Вот эти следствия [21]:

"1. Народонаселение неизбежно ограничивается средствами существования.

2. Народонаселение неизменно размножается всюду, где возрастают средства существования, если только не будет остановлено какими-либо чрезвычайными и явными препятствиями.

3. Эти исключительные препятствия..., останавливая силу размножения, возвращают народонаселение к уровню средств существования".

Более подробно на этом вопросе мы остановимся ниже, а сейчас только отметим парадокс, который возник в наше время. Он состоит в том, что в менее развитых странах рост рождаемости и народонаселения гораздо выше, чем в обеспеченных промышленно развитых странах, где нет препятствий для удовлетворения потребностей себя и своих детей. Этот факт явно противоречит следствию 2 из основного закона Мальтуса.

Перейдем теперь к рассмотрению других законов природы

Известно, что долгое время принципы минимума времени П. Ферма и наименьшего действия П. де Мопертюи считались естественными законами природы. В частности, принцип наименьшего действия П. де Мопертюи гласит [22]: "Если в природе происходит какое-то изменение, то необходимая для этого мера действия является минимальной". Достаточно высоко оценил этот принцип знаменитый физик М. Планк. Он писал [22]: "Принцип сохранения энергии может быть выведен из принципа наименьшего действия, то есть содержится в нем, так как обратное утверждение неправомерно. Поэтому принцип сохранения энергии уже принципа наименьшего действия".

Однако другой знаменитый физик Г. Гельмгольц обратил внимание на то, что П. де Мопертюи разгадал только часть истины, а великий математик Л. Эйлер подчеркнул, что не следует приписывать этому принципу больше, чем в нем заложено, а в природе сам принцип П. де Мопертюи в общем случае места не имеет, так как кроме минимумов могут возникать и максимумы. В результате Л. Эйлер сформулировал свой принцип максимумов и минимумов [22]: "... все явления в природе происходят в соответствии с тем или иным законом максимумов или минимумов...", откуда он делает вывод, что это соответствует гармонии в природе. Но как показано в работе [16], и этот принцип не вполне соответствует эволюционным процессам, происходящим в природе. Принцип Эйлера в связи с этим заменен принципом смешанного экстремума, являющимся в определенной степени обобщением принципа Л. Эйлера, и позволяет из выражения минимакса при определенных условиях получать минимум или максимум. Но в общем случае принцип смешанного экстремума позволяет, если это необходимо, использовать механизмы отбора, самоорганизации, выживания и адаптации к внутренним и внешним условиям существования.

Принцип смешанного экстремума может служить адекватной моделью естественного отбора существующего в природе. Это связано с тем, что он допускает использование хорошо разработанной теории игр, где рациональное

поведение игроков или автоматов во многих случаях определяется на основе принципа максимина (минимакса) либо стратегию "игры с природой". Помимо этого, принцип смешанного экстремума позволяет находить оптимальное по Парето решение в случае наличия противоречивых требований с использованием понятий эффективных и устойчивых компромиссов. Кроме того, в природе редко бывает чистый минимум либо максимум. Это связано с тем, чтобы выжить, субъект должен обладать определенной избыточностью, которая используется в критических ситуациях и для обеспечения необходимых уровней отказоустойчивости, в частности. Для живой природы это связано с выживанием, а для антропогенных объектов – с конкурентной борьбой на рынке товаров.

Все вышесказанное показывает, что принцип смешанного экстремума более адекватно отвечает общему закону природы, чем соответствующие принципы П. Ферма, П. де Мопертюи и Л. Эйлера. Хотя и в настоящее время некоторые ученые считают их общими законами природы [20].

В 1934 г. Г. Гаузе установил закон, который хорошо сочетается с теорией естественного отбора Дарвина. Суть этого закона состоит в следующем [23]: невозможно устойчивое сосуществование двух и более видов в ограниченном пространстве при наличии общих факторов, лимитирующих рост их численности, т.е. происходит конкурентное вытеснение одного вида другим.

Но этот закон не будет правильно понят без принципа Шелфорда, установленного им в 1913 году, т.е. до открытия закона Гауза. Согласно этому принципу экологии, присутствие или процветание популяции каких-либо организмов в данном местообитании зависит от комплекса факторов, к каждому из которых у организмов существует определенный запас толерантности (выносливости) [23]. Таким образом, закон Г. Гаузе и принцип Шелфорда выступают в роли необходимых и достаточных условий существования конкретных видов. Поэтому опираться отдельно на закон Г. Гаузе или принцип Шелфорда в общем случае недопустимо, ибо это может привести к ложным выводам.

Таким образом, в большинстве случаев невозможно использовать отдельный, даже правильный, общий закон природы, не сопоставляя его с другими законами природы. Это сопоставление и составляет общее содержание следующего раздела статьи.

Остановимся на форме и содержании эволюционных процессов с точки зрения информационно-энтропийного подхода. Как отмечается в работе [10], эволюция проходит по спирали, вписанной в перевернутый конус. Эта закономерность в работе [10] иллюстрируется на примере развития языка, что перекликается со следующим замечанием Н. Винера [30]: "...эволюционная теория в языке предшествует усовершенствованной дарвиновской эволюционной теории в биологии. Будучи такой же по ценности, как и

биологическая эволюционная теория, эволюционная теория языка очень скоро стала превосходить биологическую эволюционную теорию по степени своей применимости. Так, она допускала то, что языки представляли собой независимые, квазибиологические сущности, развитие которых было полностью видоизменено благодаря действию внутренних сил и потребностей". Процесс эволюции идет в направлении от более простого к более сложному, обеспечивающему большую адаптацию к окружающей среде. Высокие уровни организации заключают в себе большее количество информации, помогающей им оперативно и гибко приспосабливаться к разным условиям, что увеличивает вероятность выживания. Таким образом, на начальной точке эволюционного развития (Д) энтропия имеет максимальную величину, а на конечной точке витка спирали (В) накопился максимальный объем информации, нет возможности дальнейшего ее накопления. В этом случае и возникает точка бифуркации: либо разрушение, либо переход на следующий виток спирали развития. На новом витке спирали продолжается тот же процесс, но диаметр следующего витка будет значительно больше предыдущего. Так, если предположить, что из  $N_1$  слов складывать фразы по  $k$  слов в каждой фразе, то число фраз получится  $N_2 = N_1^k$ , т.е. каждый виток расширяющейся спирали, вписанной в перевернутый конус, имеет диаметр в  $k$  раз больше, чем лежащий под ним виток, что характеризует скорость роста информационной емкости. Однако помимо спирали, характеризующей эволюционный процесс развития, известно, что по мере эволюционного развития появление новых видов подчинено закону треугольника, где абсцисса – время, а ось – ордината – новые виды, т.е. с течением времени количество новых видов уменьшается, а для живой природы этот процесс появления новых видов путем естественного отбора остановился с появлением человека и других сложных живых объектов. Кроме того, эволюционный процесс имеет однонаправленный характер, т.е. исчезнувшие в процессе эволюции объекты уже никогда не появятся не в силу того, что более развитые объекты их уничтожают, а в основном в силу необратимости законов эволюции. Но при этом могут появиться более развитые объекты.

В природе мы видим два пути эволюции. Один путь связан с постоянным усложнением структуры и выполняемых функций, а второй – с сохранением достаточно простых форм, приспособленных на более примитивном уровне к изменениям окружающей среды. Первый путь связан с развитыми механизмами обучения по множеству параметров, передаче устойчивых качеств последующим поколениям и т.д. Второй путь связан с тем, что на основе простых форм более просто обеспечить высокий уровень устойчивости и они менее критичны к изменению внешней среды. Напомним, что формы природного отбора (то есть эволюции) бывают стабилизирующие и разрушительные. Для первого пути значительную роль играет ароморфоз, т.е.

значительное усложнение организации и идеоадаптации, т.е. приспособление организма к конкретным условиям без изменения уровня организации, или общая дегенерация – способ достижения биологического процесса путем упрощения строения биологического объекта. Наряду с естественным, существует также искусственный отбор, производимый человеком. В эволюционных процессах важную роль играет закон равномерного распределения, согласно которому за каждую степень свободы системы в состоянии термодинамического равновесия приходится в среднем одна и та же кинетическая энергия. А также закон сохранения и перераспределения энергии, согласно которому при любых процессах, происходящих в изолированной системе, ее полная энергия сохраняется. Аналогичные по смыслу законы имеются в биологии – закон Шелфорда и теории информации – негэнтропийный принцип и т.д.

### **3.4. Системный подход и аппарат предсказания эволюционных процессов**

Во введении мы уже кратко останавливались на системном подходе изучения систем, предложенном Л. фон Берталанфи [6]. Сущность этого подхода состоит в переходе к исследованию общих свойств, которые характерны для различных типов объектов с позиции общности принципов построения и структурных свойств систем. Таким образом, части целого должны быть подвергнуты операции синтеза путем выявления связей и отношений между частями. Следуя [24, 25], уточним понятие системного анализа и подхода и его связь с кибернетическим подходом.

Системный анализ – методология исследования объектов посредством представления их в виде систем и их анализа. При этом любой объект, в отличие от системного подхода, рассматривается не как единое неразделимое целое, а как система взаимосвязанных составных элементов, их свойств и качеств. Именно поэтому в практике системного анализа на передний план выступают элементы и их связи. Предметом системного анализа являются системные характеристики и взаимодействие системы с ее окружением. Это и есть переходный мостик к системному подходу.

Системный подход по своей сути восходит к общей теории систем, предложенной Л. фон Берталанфи. Системный подход ориентирует исследователя на раскрытие целостности исследуемого объекта и представление его как системы. Эта система, как и в системном анализе, представляет собой совокупность элементов, связей и отношений между ними, но с позиций целостности системы. При этом большинство реальных систем обладают свойством иерархичности, состоящим в том, что каждая система

выступает в двух аспектах как метасистема по отношению входящих в нее подсистем и/или элементов и одновременно является подсистемой для систем более высокого уровня иерархии, которые являются по отношению к ней метасистемой. Поэтому для сохранения целостности исследуемой системы ее необходимо изучать с позиций метасистемы, т.е. как элемент системы более высокого уровня. Этого в ряде случаев можно достичь на основе рассмотрения ее с позиций заданной целевой функции объекта, выражающей взгляд на исследуемый объект с позиции системы более высокого порядка, т.е. внешний взгляд на систему.

Подобие системного анализа и подхода, с точки зрения разбиения системы на элементы и их связи, иногда приводит к тому, что некоторые исследователи употребляют их в широком и нестрогом смысле как синонимы.

В кибернетическом подходе системы изучаются с позиций общности принципов построения и свойств управления различными типами сложных объектов, включая объекты живого мира и техники.

Помимо системного подхода, как уже отмечалось выше, для исследования эволюционных процессов важное значение играет негэнтропийный принцип и связанная с ним эволюционная спираль развития [10, 11, 17]. Процессы изменения, превращения, развития живой природы и ряда антропогенных объектов, к которым относятся, в частности, вычислительные средства и организация человеческого общества, – это диалектические процессы, в основе которых лежит как закономерность (запрограммированность), так и случайность (вероятность, энтропия и т.д.). Энтропийность является неотъемлемым качеством всех живых организмов, растений и ряда многих физических процессов и антропогенных объектов. В живой природе она проявляется на уровне генов в виде мутаций, а также на уровне межклеточных связей, взаимодействия различных органов и функциональных частей организмов и растений. При этом мутация – недетерминированная, непредсказуемая энтропийная (случайная) составляющая, которая инициируется геном мутации на основе метода проб и ошибок или, возможно, другим способом, позволяет находить наиболее соответствующий существующим для организма либо растения условиям вариант развития.

Для ограничения энтропии природа научилась накапливать информацию о предыдущем опыте и вырабатывать правила формирования структур и организации разнообразных систем путем обучения за счет множественных детерминистско-вероятностных механизмов отбора и адаптации, направленных на выживание. Системы, у которых недостаточно развиты эти механизмы и недостаток запаса толерантности (выносливости), исходя из экологического принципа Шелфорда должны погибнуть. При этом важнейшим условием выживания является передача наследственных признаков потомству. Хорошей

иллюстрацией вышесказанного является многоэлементность генного кода, который, по современным данным, содержит около 30 млрд. ген. Так что имеются широкие предпосылки как для детерминистского, так и вероятностного подхода.

Именно поэтому окружающий нас мир гармоничен, так как в нем развивающиеся системы сами находят те соотношения детерминированного и случайного, которые, с одной стороны, обеспечивают им целостность, а, с другой стороны, изменчивость (стохастичность), необходимую для адаптации к изменениям внешней среды. Для антропогенных объектов эту функцию выполняет человек, который подчинен общим законам природы. Достижение описанной выше динамической гармонии между детерминированной и стохастической информацией основывается на закономерности, установленной физиком Леоном Бриллюэном, которая состоит в том, что количество накопленной и сохраняемой в структуре системы информации равно уменьшению ее энтропии [11] (закон сохранения информации). Этот закон важен при использовании модели эволюционного развития в виде перевернутого конуса [10], определяющего развитие объектов по расширяющейся спирали и объясняющее наблюдаемое усложнение организмов (объектов) в процессе эволюции, накопления информации (негэнтропийный механизм) и уменьшения энтропии как необходимого условия перехода на следующий, более благоприятный для организма (объекта), виток спирали. Отсюда направленность эволюционных процессов в сторону усложнения и совершенствования форм объектов.

Наряду с эволюционной спиралью, навитой на перевернутый конус, описанный выше, в ряде случаев целесообразно рассмотрение эволюционной спирали, навитой на обычный конус. Последнюю будем называть инверсной спиралью (по отношению к первому случаю) эволюционного развития. Первая спираль соответствует эволюционному развитию производительных сил, технологий и т.д., а вторая более характерна для развития языков, культуры, научных идей, ряда процессов в природе, обществе, науке, искусстве и т.п. Таким образом, мы видим, что инверсная спираль эволюционного развития более характерна для интеллектуальной деятельности развития живой природы, а обычная эволюционная спираль – для процессов неживой природы, материального производства, технологий и т.п.

В этой связи вместо принятого векового исчисления времени при изучении эволюционных процессов целесообразно рассматривать его эпохальное течение. Напомним, что эпоха – это определенный, достаточно долгий промежуток времени, выделяемый по каким-либо характерным явлениям и событиям, определяющим процессам в природе, обществе, искусстве и т.п.

Инверсная эволюционная спираль, как уже отмечалось выше, характерна для развития живой природы вообще и человеческого общества и человеческой особи, в частности. Именно этим можно объяснить, что количество видов организмов, т.е. растений, животных и т.п., не увеличилось в наше время, и человек как особь также мало претерпел изменений за тысячи последних лет. Этим же можно объяснить высочайший взлет научных идей в Китае, Греции, Египте, Индии, арабском мире и т.д. на заре становления человека разумного. Этим же можно объяснить «золотые» и «серебряные» века в искусстве. Этот перечень, естественно, может быть продолжен.

Что же представляют собой культуры античного и современного миров с точки зрения эволюционного развития по инверсной эволюционной спирали. Напомним, что культура – это совокупность материальных и духовных ценностей, созданных человечеством в течение его истории. В данном случае в основном нас интересуют духовные ценности, т.е. идеи античных мыслителей в области науки, образования, литературы, организации государственной и духовной жизни.

Следуя великому украинскому мыслителю Григорию Сковороде, можно выделить три мира: Вселенная, человек и символичный. Так, античность, в основном, характеризует символичный мир – мир созерцания и получения пассивных знаний, которые объясняли окружающий мир с наиболее общих позиций как нечто целостное. Эволюционное развитие этих идей происходило достаточно длительное время. В отличие от античного мира наше время характеризуется НТП, продолжением разделения науки на все мелкие области (для углубления их освоения), что ведет к утрате целостного их представления с одновременным стремлением понимать процессы, происходящие во Вселенной. Но самое главное отличие нынешнего этапа эволюционного развития состоит в том, что большинство полученных знаний имеют активный характер, т.е. в течение сравнительно небольшого времени превращаются в изделия, используемые человеческим обществом. Это, в свою очередь, потребовало массовости научно-технических специалистов в отличие от античного мира, когда количество мыслителей исчислялось десятками либо сотнями.

Аналогично обстоит дело и с другими областями культуры (появление массовой культуры, авангардных направлений и т.д.).

Поэтому развитие человеческой цивилизации определяется одновременным движением по прямой и инверсной эволюционным спиральям, что полностью отвечает принципу смешанного экстремума. Не исключено, что двуспиральная молекула ДНК, где хранится вся наследственная информация о клетке и всего организма в целом, подобна вышеописанному подходу.

Сочетание энтропии и детерминизма в природных процессах связано с тем, что природа не терпит однообразия. Во всех своих проявлениях она

демонстрирует нам наличие разнообразия объектов живой, неживой и искусственной природы, как по содержанию, так и по форме. Разнообразие, которое эквивалентно физической энтропии, является необходимым условием для самоорганизации, включающей развитие, совершенствование и адаптацию. Благодаря этому, появляется новое качество, которое в значительной мере лежит в спусковых механизмах образования "скачков" в эволюционных процессах. В человеческом обществе наличие такого разнообразия является необходимым условием для демонстрации свободы выбора, созидания и творческой деятельности человека.

В работе [13] автор на основе известной марксовской модели

**Деньги (Д) – Товар (Т) – Деньги' (Д')**

сделал ее расширение и обобщение в следующем виде:

**Д – Технология (ТХ) – Организация производства (ОП) –  
– Производство (П) – Т – Организация сбыта (ОС) – Сбыт (С) – Д'.**

Таким образом, мы видим, что появился важнейший элемент производства – технология и предприниматель могут выступать в нескольких ролях: субсидировать капитал, организовывать производство, сбыт товара и т.д.

В постиндустриальном информационном обществе эта модель претерпевает следующие изменения:

**Д – информация – Значение и идеи – ТХ – ОП – П – Т –  
– Новые знания + информация – ОС – С – Д<sup>1</sup> + знания +  
+ информация.**

В этой модели более явно видны переходы

**Знать – Уметь – Реализовать.**

Мы видим, что в постиндустриальном информационном обществе знания, информация и технологии выступают стратегическим ресурсом для различных видов деятельности человека и производства. Одновременно происходит частичное замещение капитала на знания, технологии и идеи. Поэтому, наряду с обычными банками, могут функционировать банки знаний, технологий и идей.

При этом важной особенностью является то обстоятельство, что в качестве "сырья" в современное производство включаются также информация и знания, а также средства их переработки, гибкое производство, включая сетевое. Помимо этого, используются информационные и другие высокие технологии. Еще одной особенностью этого этапа развития является то, что в

качестве товара, как отмечалось выше, могут выступать знания и информация. В этой же работе показано, что возникновение во второй фазе капитализма (империализме) монополий вызвано не только получением сверхприбылей, как утверждал ленинизм, но и тем, что чисто рыночная экономика не самодостаточна, а это приводит к кризисам (неустойчивости экономики). Именно монополии являются "волнорезами" в бурном море рыночной экономики. Там же показано, что и плановая экономика, являясь на начальных стадиях достаточно устойчивой, в дальнейшем развитии обречена на вымирание в силу отсутствия эффективных обратных связей. Поэтому сделан вывод, что будущее постиндустриальное общество (государства) будут со смешанной рыночно-плановой экономикой, что полностью соответствует общему закону гармонии природы – принципу смешанного экстремума [16]. Помимо этого, будущее общество должно быть социальным и экологическим. А без сильного влияния государства на эти процессы законодательно-экономическими средствами и соответствующими прогнозными планами этого обеспечить невозможно. Рыночные отношения могут обеспечиваться не только на основе идеального рынка, но и при использовании управления с эталонной моделью, т.е. на основе сравнения показателей компании с достижениями наиболее успешных компаний подобного профиля как внутри страны, так и за рубежом.

Из политической экономии известно [26], что "каждый экономический строй представляет собой противоречивую и сложную картину: в нем имеются пережитки прошлого и зародыши будущего, в нем переплетаются различные хозяйственные формы. Задача научного исследования состоит в том, чтобы за внешней видимостью хозяйственных явлений при помощи теоретического анализа вскрыть глубинные процессы, основные черты экономики...". Делая анализ современных передовых промышленно-экономических стран, видно, что чисто рыночной экономики уже давно нет и большинство из них являются социально направленными. Но это можно говорить только о странах, условно называемых "золотым миллиардом" (промышленно развитые страны). Но, естественно, и в них имеется достаточно социальных и других противоречий. Но еще больше противоречий в мировой экономике. Эти противоречия, как ни странно, связаны с глобализацией экономики и, как будет показано далее, имеют революционный характер и могут привести к взрывоопасной ситуации. Для анализа глобальной экономики будет использована модель эволюционного развития на основе перевернутого конуса, описанного выше.

Системный анализ и подход целесообразно дополнить средствами различных этапов эволюционных процессов. Одним из таких средств является закон зеркальной симметрии.

Писатель – фантаст, кибернетик и инженер-энергетик по образованию – предложил закон прямой зеркальной симметрии между явлениями начала мира

"мертвой" природы, живой природы и явлениями цивилизации [29]. Он писал [29]: "Понять подлинную специфику ноосферного этапа на Земле, а заодно и природу человеческого сообщества, нам позволит приводимая ниже таблица (табл. 1) сопоставлений – явлений начала мира, возникновения и формирование его – с ныне наблюдаемыми явлениями цивилизации ...":

Таблица 3.1

N п/п	Явления начала мира	Явления цивилизации
0	<i>А. В «мертвой»</i> Образование атомных ядер, синтез их в звездных процессах	<i>природе»</i> Ускорение распада и особенно деление тяжелых ядер в энергетических и технологических процессах
1	Образование планеты и наращивание ее массы путем аккреции, гравитационного стягивания и слипания первичных комьев вещества	Возникновение и развитие антиаккреции – космонавтики
2	Гравитационное уплотнение и дифференциация веществ планеты: тяжелые уходят в глубину и т.д.	Сооружение антропогенных объектов, бурение, шахты. Создание «пузырей» и «свищей»
3	Успокоение поверхности планеты	Возрастные изменения рельефа от строительства, добыча ископаемых и т.д.
4	Процесс остывания планеты	Возрастные выделения энергии от деятельности человека
5	Излучение остывающей планеты: от видимого к инфракрасному, далее к субмиллиметровым ... децентровым, газовые факелы сходят на нет	Рост числа яркости, размеров источников светового, теплового и радиоизлучения, нарастание мощностей и частот
6	Разделение первичной грязи на сушу, гидро-, атмосферу и их очищение	Нарастающее загрязнение. «Парниковый эффект»
7	<i>Б. В «живой»</i> Возникновение и развитие жизни в морях и на суше	<i>природе»</i> Истребление наиболее крупных животных; разрушение сред их обитания, рост пустынь
8	Образование и распространение плодородных почв. Распространение по Земле лесов	Уменьшение плодородия и эрозия почв сельскохозяйственных угодий. Отравление почв и вод. Истребление лесов
9	Образование «энергетического конденсатора» в земле: уголь, горючие сланцы, нефть, газ; в атмосфере: кислород. Содержат $CO_2$ минимальное	Разгрузка и разрушение этого «конденсатора» добычей и выжигание минерального топлива. Содержание пыли и углекислого газа в атмосфере возрастает

Далее в [29] отмечается: "Итак, имеем десяток явлений в "мертвой и живой" природе целиком, описывающие две ситуации на планете, начальную и

нынешнюю. Они зеркально симметричны. Более того, симметрия прослеживается в тенденциях, в деталях да и во всей последовательности. Это проявление некоего единого Вселенского бытия."

Таблица подтверждает слова Н. Винера [30], что за последние 400 лет наблюдается беспрецедентное господство человечества над природой, что в конечном счете приведет к полной зависимости от природы. И далее Н. Винер пишет [30]: "Мы столь радикально изменили нашу среду, что теперь, для того чтобы существовать в этой среде, мы должны изменить себя".

Мы рассмотрели только один из законов сопоставления процессов эволюции. В общем случае имеются три варианта сопоставления процессов эволюции живой, неживой и искусственной природы, прямое сопоставление зеркальной симметрии с внутренней инверсией (зеркальной симметрии В. Савченко) и обобщенной зеркальной симметрии с инверсией процесса происходящих событий. Прямое сопоставление проиллюстрировано в работе автора [17] на примере сопоставления эволюционных процессов растительного мира и вычислительных средств. В качестве основных элементов сопоставления взяты периоды развития, виды растительного мира, счетных устройств, а также уровни сложности и организации, приспособляемости, архитектуры, элементной базы и решаемых задач. Закон обобщенной зеркальной симметрии с инверсией процесса происходящих событий приведен в работе [31], где сопоставлена эволюция восприятия информации и знаний человеком и вычислительной машиной, а далее использовался в работах [16, 18]. Все перечисленные варианты сопоставления эволюционных процессов могут быть формализованы на основе известных в вычислительной технике понятий таких, как стек, очередь и дек [32].

Напомним, что стек – линейный список, в котором все включения и исключения делаются в одном конце списка; очередь – линейный список, в котором все включения производятся на одном конце списка, а все исключения делаются на другом конце; дек (очередь с двумя концами) – линейный список, в котором все включения и исключения делаются на обоих концах списка. При этом линейный список – это множество, состоящее из  $n$  узлов:  $X[1]$ ,  $X[2]$ , ...,  $X[n]$ , структурные свойства которого ограничиваются лишь линейным (одномерным) относительным положением узлов.

Наиболее распространены следующие операции с линейными списками:

- 1) получение доступа к  $i$ -му узлу списка для анализа и/или изменение его полей;
- 2) включение нового узла непосредственно перед или после  $i$ -го узла;
- 3) исключение  $i$ -го узла;
- 4) объединение двух и более линейных списков в один список;
- 5) разбиение линейных списков на два и более списков;

6) выполнение сортировки списка в возрастающем (убывающем) порядке по некоторым полям в узлах;

7) нахождение в списке узла с заданным значением в некотором поле и т.д.

Для нашего случая необходимо сопоставление двух и более списков. Помимо этого следует синхронизировать значения узлов этих списков (начала либо конца), а также иметь возможность осуществлять инверсию содержания некоторых (или всех) узлов списка. Ввиду того, что для целей прогноза необходимо сопоставлять эволюционные процессы, прошедшие разный путь эволюции, размерность линейных списков может быть различной. Важным условием правильности сопоставления является выбор существенных признаков и этапов эволюционных процессов. В этой связи чрезвычайно важны точки бифуркации данных процессов, которые существенно влияют на развитие эволюции. Но ветвление в точках бифуркации определяется на основе определенных внешних и/или внутренних условий. Прямому сопоставлению соответствует сравнение двух очередей, организованных по одним и тем же правилам. Аналогично обстоит дело и с законом зеркальной симметрии В. Савченко. Только содержание второго списка является инверсным по отношению к первому. Обобщенному закону зеркальной симметрии с инверсным ходом эволюционных процессов соответствует сопоставление двух (или более) линейных списков, где первый представляет собой очередь, а второй – стек. При динамическом сопоставлении и использовании линейных списков в ряде случаев может быть использован и дек.

### **3.5. Глобализация общества**

В предыдущих разделах мы уже частично останавливались на проблеме глобализации общества. Теперь остановимся более подробно на этой проблеме с учетом системного подхода и законов развития общества.

Сразу отметим, что глобализация общества, с одной стороны, является закономерным процессом развития общества, а, с другой, – имеет и свои негативные стороны, которые больше связаны с «человеческой природой», чем с объективными законами развития.

Первый аспект четко выражен в себитомнике «История человечества», изданной под эгидой ЮНЕСКО, в котором указывается, что один из аспектов развития человечества тесно связан с идеей глобализма, проявляющегося в распространении культуры, духовности (распространение мировых религий и т.д.), торговли (использование «шелкового пути» и т.д.), письменности, науки, технологий и т.д. В наше время к этому можно добавить распространение информации, знаний, различных средств коммуникаций и т.д. Такой глобализм

можно только приветствовать. Но совсем другой аспект принимает современный экономический глобализм, который идейно выглядит как неоколониализм. Не умаляя исторической роли глобализма в развитии человеческого общества, в дальнейшем основное внимание будет уделено второму аспекту этой проблемы, т.е. экономическому глобализму. Напомним, что термин глобальный используется в общечеловеческом понимании, т.е. охватывающий весь земной шар, всеобщий. Как уже отмечалось выше, процессы глобализации современного общества являются вполне закономерными, отвечающими объективным законам его развития. Эта глобализация основывается на глобальных средствах коммуникаций, широком распространении информации, знаний, компьютеров, программного обеспечения, высоких технологий, товаров, электронного документооборота, электронных денег и т.д. Но, наряду с этим, наблюдаются отрицательные моменты глобализации современного постиндустриального общества. Как ни странно, основными инструментами для этого являются ВТО, определяющие правила торговли для интеграции стран в мировую экономику и стремящиеся сделать торговлю свободной. Но к чему это привело, будет рассмотрено ниже.

Известно, что глобальная экономика возникла на переходном этапе: при переходе от чисто капиталистической системы к постиндустриальному информационному, социально экономическому обществу. Это общество связано с динамической сетевой экономикой. Для глобальной экономики не требуется наличия колоний, в понимании предыдущих формаций развития общества. Вместо военного захвата чужих территорий имеется возможность экономического закабаления, т.е. существуют экономические колонии. В связи с этим говорят уже не о колониализме, а о неоколониализме. Все это стало возможным в связи со свободным перемещением товаров, капитала, знаний, информации и технологий. Однако относительно свободное перемещение рабочей силы существует только внутри стран "золотого миллиарда". В основе пропагандируемого сегодня открытой свободной глобальной экономики лежит скрытая идея неоколониализма и получения сверхприбылей странами "золотого миллиарда", прикрываемая "фиговым листком" демократии и свободы человека. Первый этап глобализации экономики включает:

- создание трансконтинентальных компаний и корпораций;
- широкое внедрение вычислительных средств во все сферы деятельности;
- появление и развитие электронных денег;
- развитие эффективных средств коммуникаций (транспортных, информационных и т.п.);
- стремление государств к экономической интеграции;
- широкое использование высоких технологий;
- создание распределенных производств;

- свобода перемещения капитала и его концентрация в странах "золотого миллиарда";
- свободное перемещение товаров, знаний и технологий;
- дальнейшее развитие рынка ценных бумаг;
- стремление к демократичности общества;
- повышение уровня образованности населения;
- повышение уровня социальных гарантий в странах "золотого миллиарда".

Как видим, на этом этапе глобальная экономика во многом подобна предыдущей ей стадии капитализма, но с новым качественным составом, во многом связана с информатизацией общества и использованием высоких технологий.

Для сравнения приведем пять основных признаков империализма, данных в работе [27]:

- 1) концентрация производства и капитала, дошедшая до такой высокой степени развития, что она создала монополии, играющие решающую роль в хозяйственной жизни;
- 2) слияние банковского капитала с промышленным и создание на базе этого "финансового капитала" финансовой олигархии;
- 3) вывоз капитала, в отличие от вывоза товаров, приобретает особо важное значение;
- 4) образуются международные монополистические союзы капиталистов, делящие мир;
- 5) закончен территориальный раздел земли крупнейшими капиталистическими державами.

В наше время к этим пяти признакам необходимо добавить и шестой – вывоз «мозгов» и интеллектуальной собственности. В историческом аспекте – это монополистический, загнивающий и умирающий капитализм, стоящий на кануне революции, по марксистско-ленинскому учению. Как видно, что на первом этапе глобализации общества внешне выглядит все достойно. Но при этом на первом этапе принципы капитализма – получение максимальной прибыли любыми средствами и способами и неравномерное (несправедливое) распределение как в самих "метрополиях", так и между "метрополиями" и "колониями". Причем во втором случае эта неравномерность резко возрастает по сравнению с первым случаем. При этом большинство "колоний" используются как сырьевые придатки, "метрополий" и только в редких случаях, как дешевая рабочая сила, и в основном, как потребители продукции, приносящие доходы "метрополиями" за счет массового спроса. На этом этапе глобализма происходит почти полное игнорирование экономических, нравственных и демографических и других проблем всего общества в угоду прибыли «избранных». Воспитывается общество потребителей, у которого

нравственность и духовность имеют только поверхностный характер. Социальные проблемы решаются не оптимально (об этом свидетельствует тот факт, что две третьих населения живут в бедности), культура в своем большинстве коммерциализована, образование, за редким исключением элитных учебных заведений, является "усеченным". Искусственно навязываются мода, реклама и наличие большой массы не купленных товаров, что наносит большой вред всему жизненному укладу общества и, прежде всего, экономике.

Необходимо отметить также следующий факт. Распад колониальной системы не разрешил противоречий не только между странами "золотого миллиарда" (метрополией) и остальным миром ("неоколониализмом"), но и противоречия внутри самих "метрополий". Примером таких противоречий могут служить отношения Англии и северной Ирландии, Испании с басками, России с Чечней (Республикой Ичкерия) и т.д. Аналогичные противоречия составляют и социальные проблемы, хотя эти противоречия внутри "метрополий" меньше, чем между "метрополиями" и "неоколониями".

Отметим, что вопреки марксизму-ленинизму в постиндустриальном информационном социально-экономическом обществе вместо классовых отношений рационально рассматривать социальные либо общественные группы и их связь с обществом в экономическом, политическом, правовом и моральном аспектах. В связи с вышеизложенным становится понятным широко распространенное сегодня движение антиглобализма, хотя оно во многом и является стихийным. Но, как сказал классик, "сквозь толщу случайности пробивает себе путь закономерность". Эта закономерность связана с теми противоречиями глобализма, которые возникли на пути эволюционного развития общества вообще и экономики, в частности.

Хочется подчеркнуть еще раз, что это повторение предыдущего витка спирали эволюционного развития – социалистического движения, которое, с одной стороны, привело к революциям, а, с другой стороны, заставило предпринимателей, а также государства направить часть прибылей на социальные нужды, включая образование, науку, медицинское обслуживание и т.д.

Однако далеко не все ученые экономисты понимают это. Так, известный интеллектуал – экономист Е. Гайдар – объясняет антиглобалистическое движение модой, подобно тому, как было модно социалистическое движение в прошлых столетиях. Помимо этого Е. Гайдар нашел и тех, кто финансирует это движение – производители сельхозпродукции, в основном, страны третьего мира, для защиты своих рынков. Так, у Е. Гаидара причина и следствие поменялись местами, и его взгляды отражают не глубинные процессы развития экономики и общества, а поверхностные процессы. Если в этих процессах не могут разобраться ученые экономисты, то что можно требовать от рядового

гражданина? Необходимо отметить, что экономический глобализм, на первый взгляд, случайно, а в силу приведенных выше фактов – закономерно совпал с информационным глобализмом, который основывается на развитии вычислительных сетей, которые в свою очередь, непосредственно связаны с развитием средств коммуникации, вычислительных средств и сетевой экономикой ... Другая сторона этого процесса связана с понятием открытого общества, но во многом и противоречит его идеалам, особенно для группы стран третьего мира.

К чему привел первый этап глобализации общества? Сегодня экономическая картина мира представляет собой следующее: имеются страны так называемого "золотого миллиарда", страны, которые стремятся к первой группе (составляют тоже, примерно, миллиард человек), и все остальные страны, называемые "странами третьего мира" либо развивающимися. На это обратил внимание М. Гернье в своем докладе "Третий мир: три четверти мира" в 1980 г. (исследования выполнены по инициативе Римского клуба). Как уже отмечалось, страны "золотого миллиарда" состоят из промышленно развитых стран и стран, интенсивно разрабатывающих свои полезные ископаемые и направляющих значительную часть полученных сверхприбылей на социальные нужды и покупку ценных бумаг (Арабские Эмираты, Кувейт и др.).

Страны, составляющие вторую группу, не столь однородны. Это и такие большие страны, как Россия и Китай, и сравнительно небольшие страны типа стран бывшего социалистического лагеря, и такие большие страны, как Бразилия, Индия, Аргентина и т.д. Все остальные страны составляют третий мир, где доходы граждан чрезвычайно низки, они являются экономически отсталыми.

По данным ООН, две трети людей, живущих в Азии, бедны (1-2 долл. и меньше на человека в день). Частично преодолеть этот процесс обнищания смогли Китай и Индия. Хотя имеется программа уменьшения числа бедных в мире в 2 раза за 10 лет, но многие эксперты сомневаются в ее выполнении. По данным экспертов, страны, которые экспортируют сырье и «мозги», живут в 20 – 40 раз хуже, чем страны «золотого миллиарда».

Для понимания сложившейся картины мира очень показательна демографическая ситуация. Демографы объясняют переход от традиционного типа воспроизводства населения, основанного на балансе высокой рождаемости и смертности, к ныне существующему в развитых странах типу, в основе которого лежит равновесие низкой смертности и рождаемости, благодаря возможностям научно-технического прогресса (НТП) и называют это явление демографической революцией. Эта революция стала возможной благодаря тому, что НТП позволил человеку расширить контроль над неблагоприятными для его здоровья и жизни факторами среды и повысить эффективность борьбы с голодом, болезнями, эпидемиями и т.д. Это привело к снижению

преждевременной смертности и значительно увеличило среднюю продолжительность жизни [25] с 35 лет до демографической революции до 75 и более лет – в настоящее время в развитых странах. Демографическая революция началась в Западной Европе в конце XVIII в., а к середине XX века распространилась на все развитые страны мира и частично на страны, к ним приближающиеся. В качестве основного пускового механизма этой революции, как отмечалось выше, выступает снижение смертности, обусловленное общими социальными, экономическими и культурными изменениями. По мнению демографов, методы внутрисемейного регулирования деторождения в развивающихся странах гораздо больше зависят от достигнутого уровня социально-экономического развития, чем от борьбы со смертностью. Помимо этого, использование методов регулирования рождаемости блокируется социально-культурной неподготовленностью. Именно в связи с этим в развивающихся странах наблюдается сегодня относительно высокая смертность, которая сочетается с прежней высокой рождаемостью, что приводит к высокому росту численности населения, т.е. демографическому взрыву.

Наряду с отмеченными выше положительными факторами влияния НТП на увеличение средней продолжительности жизни в развитых странах, имеют также место и отрицательные. Так, НТП постоянно порождает новые потенциально опасные для здоровья и жизни человека техногенные факторы, а также разрушительное воздействие на экологию, что ставит под угрозу существование не только человека, но и всего живого, существующего на нашей планете. В этой связи необходимо согласиться с представителями современных религиозных идеологий, призывающих введение "морального контроля" за развитием НТП.

В первой группе стран наблюдается малая рождаемость и достаточно большая длительность жизни.

Во второй группе также наблюдается низкая рождаемость, но продолжительность жизни намного меньше, чем в первой группе. И, наконец, в третьей группе рождаемость очень высокая, а продолжительность жизни очень малая. Это связано как с высокой детской смертностью, так и с малой продолжительностью жизни даже по отношению к странам второй группы.

Отметим, что низкая рождаемость в бывших странах социалистического лагеря и ряде других в основном вызвана следующими причинами: достаточно высоким образовательным уровнем (как в развитых странах) и низким уровнем жизни для основной массы граждан.

Эти факты уже интересны тем, что показывают, как на нынешнем этапе развития человечества перестает действовать в полной мере закон Мальтуса, приведенный во втором разделе.

Но еще более интересна ситуация со средним "возрастом нации".

В первой группе стран население стремительно стареет. Вторая группа стран также страдает проблемой численности населения, а третья группа стран имеет самое многочисленное и самое молодое население. Имеются также различия рождаемости в связи с расовыми и религиозными особенностями. Так, белая раса имеет меньшую рождаемость, чем остальные. Обращаем внимание на то, что приверженцы ислама имеют гораздо большую рождаемость, чем исповедующие христианство. Эти сравнения можно продолжить. Но и приведенных сравнений достаточно для того, чтобы увидеть существование противоречий внутри человеческого сообщества. Но главное противоречие между относительно малой долей стран "золотого миллиарда", владеющих 80% всех богатств мира и имеющих тенденцию к старению населения, и наиболее массовой (которая составляет три четверти мира) третьей группой стран, имеющей тенденцию к омоложению населения, которое имеет незначительные доходы, часто не обеспечивающие даже достойного питания.

Не правда ли, мы видим типичную революционную ситуацию, описанную в марксистско-ленинском учении. Совпадение еще более усиливается, если сравнить ситуацию, описанную К. Марксом в своем фундаментальном труде "Капитал", в результате которой капитализм породил своего могильщика – рабочий класс. Можно констатировать тот факт, что глобальная экономика породила также своего "могильщика" в лице группы развивающихся стран, которым "терять нечего, кроме своих цепей" [28]. Таким образом, на этом витке эволюционной спирали развития вместо классовой борьбы, основанной на противоречии между трудом и капиталом, появляется межгрупповая борьба, которая зиждется на несправедливом распределении возможностей современной цивилизации, включая распределение сверхприбылей.

Это противоречие имеет тенденцию к усилению в связи с законом дуализма, в соответствии с которым значительная часть стран второй группы перейдет в третью группу. Как видим воочию перед нами революционная ситуация. Но к чему сегодня может привести революция? Только к уничтожению всей Земной цивилизации. В этой связи, прежде всего, власть имущих и бизнесменов, живущих в настоящее время понять очень простую и очевидную истину, что в век глобализации экономики слепая погоня за сверхприбылью приведет к потере всего: жизни, капитала и всей земной цивилизации. И это относится не только к бизнесменам, изготавливающим и продающим смертельное оружие, банкирам и т.д., а прежде всего к бизнесменам, связанным с высокотехнологической продукцией вообще и программным обеспечением, в частности. Чтобы избежать революционного взрыва, необходимо создать эффективные механизмы более справедливого перераспределения сверхприбылей в сторону образования, науки, культуры,

духовности и, прежде всего, социальных областей внутри самих стран, но еще важнее – в сторону развивающихся стран третьей группы. Это даст возможность привлекать граждан третьей группы к эффективному труду как у себя дома (благо, существует сетевая экономика), так и привлекать молодежь в страны стареющей группы "золотого миллиарда". Но для этого необходимо включить в глобальную экономику не только свободное перемещение капитала и товаров, но и "рабочей" силы. Помимо этого, подобные мероприятия увеличат потребительские возможности у большинства населения. Еще более важно превратить большинство стран второй и третьей группы в так называемый "средний класс".

Необходимо найти механизмы выравнивания экономических возможностей различных регионов Земли и установления баланса между экономикой и образованием, культурой, духовностью и другими ценностями общества.

Второй этап развития глобальной экономики является предметом самостоятельного исследования.

Приведенный выше материал демонстрирует возможности системного подхода и использования законов развития эволюционных процессов. Далее перейдем к демонстрации аппарата и методологии использования законов прямой и инверсной зеркальной симметрии для изучения эволюционных процессов.

Сделаем несколько замечаний относительно некоторых особенностей роли государства в решении насущных проблем постиндустриального информационного социально-экономического общества. Во-первых, государство должно быть не только управляющей, но и организационной силой. Во-вторых, социальный аспект включает, прежде всего, уровни качества жизни, здоровье, образование, обеспечение работой и т.д. В-третьих, всемерно развивать все виды свобод как самих граждан, так и межгосударственных отношений, но в той мере, пока они не нарушают прав граждан и государств на ту же самую свободу. В-четвертых, необходимо совершенствовать право в направлении смешанной системы, исповедующей принципы Римского права и права, основанного на прецедентах. Вторая часть этой системы должна выполнять функции обратной связи для первой части, для ее улучшения и уточнения, исходя из практических реалий. В-пятых, понятия справедливости, начиная с греков и до настоящего времени, в пределе не эволюционировало дальше лозунга Французской революции "Свобода, равенство и братство". Но каждое последующее поколение вкладывает в каждое из перечисленных понятий. В настоящее время понятию равенства придают математический смысл в виде: равенство – это то, что было справедливым для А и В, остается справедливым и тогда, когда А и В

поменять местами. При этом под А и В понимаются любые объекты общественной структуры (граждане, государства и т.д.).

Приведем еще два известных [33] примера действия соглашений типа ВТО, декларирующих равенство, но на деле ведущих к закабалению более слабых партнеров более сильными.

Так, в договоре между США и Китаем декларируется, что граждане США и Китая могут брать у государства концессии, открывать предприятие, вести торговлю и т.д. Однако относительно бедные граждане США, обладающие соответствующим капиталом, в полной мере воспользовались им, начав в массовом порядке разрабатывать природные богатства Китая, используя при этом дешевую рабочую силу и рынки сбыта Китая.

Аналогично обстоит дело с интеллектуальной собственностью. Нет сомнений, что ее надо защищать и за нее платить. Но при финансовом неравенстве договаривающихся сторон равенство в ее торговле приводит лишь к перекачиванию средств слаборазвитых стран в развитые страны «золотого миллиарда», не в последнюю очередь владеющие этой собственностью за счет «утечки мозгов» из слаборазвитых стран, не платя им за это. Ярким примером такого подхода являются США. Подобное положение вещей является еще одним из рычагов для закабаления этих стран. Механизм такого закабаления достаточно прост и основывается внешне на вполне справедливых вещах: необходимость платить за патенты, лицензии, регистрационные свидетельства и т.д. на товары, сделанные по технологиям стран «золотого миллиарда» либо ввезенные в слаборазвитые страны. Но и это еще не все. Положение усугубляется и тем, что в число объектов интеллектуальной собственности включаются не только изготовленная по новейшим технологиям, но и интеллектуальная собственность давно используемых объектов, часть из которых не находит покупателей в собственных странах.

Таким образом, равные возможности, пропагандируемые ВТО, на деле превращаются лишь в декларацию. И это, прежде всего, связано с тем, что слабые экономики, имеющие небольшой экспортный потенциал, а основная масса населения неплатежеспособна при относительно высоких ценах на товары и услуги, определяемые высоким энергопотреблением и низкими технологиями, имеют большой шанс превратиться в неокolonии высокоразвитых стран. Может, это и отвечает законам живой природы, когда выживает сильнейший, а слабый – погибает. Но в человеческом обществе это не проходит. История нас учит, что нет вечных лидеров и вечных аутсайдеров – это только временные процессы. Поэтому для начала надо соблюдать «золотое правило» рыночной экономики: все участники рынка должны находиться в равных условиях. Но как объяснить то, что большинство развитых стран субсидируют сельское хозяйство и не только его и дают налоговые льготы экспортным отраслям народного хозяйства, чем ставят явно в неравные

условия государства, которые этого не делают либо не могут делать. А что стоят квоты на ввоз товаров, которые делают развитые страны, которые протестуют, когда это делают другие. Но именно слабые экономики должны иметь право на квоты до тех пор, пока их экономики не окрепнут. Но это только частные меры. Основное же «оружие» борьбы с негативными чертами глобализма состоит, прежде всего, в отказе от сверхприбылей и в использовании освободившихся средств на сокращение разрыва между бедными и богатыми как внутри страны, так и между странами. Но речь идет не о коммунистическом лозунге «забрать у богатых и отдать бедным», а о подходе, когда надо давать не рыбу голодному, а удочку, с помощью которой он сам себя накормит.

Тогда не будет такого положения, когда в сверхдержаве США, являющейся одной из самых богатых стран мира: 1 % богатых людей пополняют бюджет страны примерно на 20 %, а около 40 % находящихся на нижних ступенях общества дают около 5 %, остальное же – средний класс. Расширяя возможности среднего класса как в США, так и в других странах, включая страны, которые сегодня являются слаборазвитыми, можно избежать социальных катаклизмов и довести отрицательные черты глобализма до разумных пределов. Именно в этом состоит основная роль государства и международных организаций, включая ВТО и других организаций, включая ООН. И не будет положения, когда 255 миллионов жителей США потребляют втрое больше энергии, чем 3 млрд. стран третьего мира, когда 358 самых богатых людей мира имеют совокупный денежный доход, как и 2,3 млрд. самых бедных людей на Земле.

Отметим еще одну особенность, связанную с введением многими странами квот для защиты собственного производителя. Как оказалось, отмена квот, которые должны обеспечить равную конкуренцию. На практике это имеет неоднозначные последствия. Это связано с тем, что квоты вводятся не вообще, а для каждой страны, поставляющей товар, что ведет не к свободной конкуренции, а к регулируемой. Отмена же квот ставит ряд стран, поставлявших ранее товар на рынок, в невыгодное положение, когда они не в состоянии обеспечить по отношению к другим конкурентам соответствующие показатели цены и качества товара. В качестве примера можно привести ожидаемую в 2004 году отмену квот на ввоз текстиля в европейский союз, которой добивались страны «третьего мира». Но, по прогнозам экспертов, от этого выиграет, в основном, Китай, процент которого по продаже текстиля и изделий из него возрастет более, чем на 10 % и достигнет величины 45 – 50 % продаж этих изделий. А многие другие страны, имевшие ранее квоты, окажутся неконкурентоспособными в силу известного принципа эволюции, установленного Ч. Дарвиным, гласящего, что в процессе естественного отбора выживают наиболее приспособленные организмы. Как видим, данный принцип

действует и в рыночной экономике. И это необходимо учитывать как противникам, так и сторонникам введения и отмены квот. Таким образом, разумное введение квот может быть использовано странами «золотого миллиарда» как действующий механизм поощрения для стран «третьего мира» с переходной экономикой.

Приведем еще один пример. Стремление стран, не входящих в «золотой миллиард» в век глобализации и неокапитализма, экономически закабалить страны-соседи. Речь идет об активно пропагандируемой в настоящее время и частично осуществляемой политике под брендом «либеральная Российская империя». Эта идея была высказана публично либеральным демократом Б. Немцовым, бывшим в то время вице-премьером в правительстве Б. Ельцина. И возникла она в связи со спором России и Украины относительно Севастополя, в частности, и Крыма вообще. Б. Немцов предлагал купить всю инфраструктуру Крыма Россией и так решить возникший конфликт. К счастью для Украины, она тогда не была реализована. Однако в настоящее время идея «либеральной Российской империи» нашла нового менеджера в лице бывшего горе-приватизатора, а ныне главы РАУ ЕС России А. Чубайса. И это стало не только лозунгом, а руководством к действию. Мало того, что российский капитал активно участвует в управлении всеми нефтеперерабатывающими заводами Украины, активно занимается сырьевыми отраслями и вынашивает планы «приватизации» энергетических магистралей, но и получил предварительное согласие на покупку солидного пакета акций большинства облэнерго, вырабатывающих около 30 % электроэнергии Украины. Как видим, с точки зрения «либеральной Российской империи», все делается достаточно грамотно, ибо именно энергетика является «сердцем» современной экономики. Аналогичные действия предпринимаются относительно других соседей и не только соседей России. Хотя правые партии не прошли в Российскую думу, но это не говорит о том, что «либеральная Российская империя» не нашла поддержки у российского электората. Эти и более радикальные взгляды выражают прошедшие в думу КПРФ, либерал-демократическая партия и блок Родина. Больше того, сам В.Путин, по сути, поддерживает эту точку зрения, о чем свидетельствуют события вокруг острова Тузлы и консорциума об управлении украинским газопроводом.

Лауреат Нобелевской премии А. Солженицын высказывает подобные взгляды относительно проблем глобализации общества и выхода из сложившейся ситуации. Но, прежде всего, он связывает выход с восстановлением идей гуманизации общества. При этом основную причину в падении идейной основы гуманизма он видит в том, что гуманизм обещательный, исповедующийся в прошлые века, в настоящее время принял вид указательного гуманизма. Это привело не только к крушению самой гуманистической идеи, но и привело человечество на край пропасти благодаря

противостоянию «золотого миллиарда» и остального мира, что еще более усугубляется глобализацией мира. Выход из этого кризиса А. Солженицын видит в самоограничении и широком использовании системы самоуправления.

Удивительно, что к одним и тем же выводам можно прийти как на основе системного подхода и анализа, а также исходя из чисто гуманитарных подходов. Но это лишний раз подтверждает, что очень часто выдающиеся поэты и писатели выступают в роли пророков и предсказателей.

Напомним, что понятие гуманизм означает общественное признание достоинства и свободы личности, ее всестороннее развитие, человечность общественных отношений.

И, надо признать, что А. Солженицын тонко и точно отразил «болеву точку» нынешней цивилизации.

Таким образом, гуманизм и самоограничения государств, предпринимателей и каждой отдельной личности являются чуть ли ни единственной дорогой сохранения человеческой цивилизации.

Еще в 1993 году в материалах Центра специальных метастратегических исследований (г. Москва, журнал «Элементы», 1993, № 3) писалось следующее [34]: “Проект проамериканского, “атлантического” Большого Пространства, создание планетарного *Rax amerikana* или установление Нового Мирового Порядка с единым Мировым Правительством – это, по сути, геополитические синонимы. Именно такой план разрабатывается и реализуется сегодня в международной политике Запада и, в первую очередь, США. Очевидно, что мондиалистская концепция Большого Пространства полностью исключает любые формы подлинного государственного и политического суверенитета каких бы то ни было народов и государств. Более того, двуполярный мир давал несравнимо больше степеней свободы (суверенитета) государствам ... Мировое Правительство становится безальтернативным и единственным центром власти, и суверенной является в таком случае только планетарная псевдоимперия Нового Мирового Порядка. Все ее части становятся при этом колониями.”

Выводы пусть читатель делает сам. Мы только отметим, что этот анализ достаточно хорошо коррелируется с вышеописанным неокOLONиальным курсом стран “золотого миллиарда”, возглавляемым США, но несколько с других позиций.

Из изложенного выше видно, что законы природы имеют всеобщий характер, но при системном подходе необходимо учитывать также существенные отличия изучаемых объектов и иметь возможность взглянуть на текущие события с высшей точки зрения. Так, в последнем рассмотренном случае мы обратились к истории. Для человека, кроме материальных благ, важны образование, культура, искусство, духовность и многое другое.

Так как процесс выживания как отдельного вида, так и популяций (отрядов и т.д.), то второй этап глобализации и будет направлен на

«выравнивание» различных регионов Земли и стран на основе динамического баланса, учитывающего социальные, образовательные, технологические, культурные, национальные, экономические и другие аспекты развития общества на основе компромиссов и принципа смешанного экстремума [16]. Ибо по теории дуализма происходит расслоение вида «золотой миллиард» и все остальные (в основном бедные страны), либо «золотой миллиард» и достаточно благополучные государства. Первый вариант развития, как было показано выше, ведет к революции и ставит под угрозу существование человеческой цивилизации, а второй – к дальнейшему эволюционному развитию человеческой цивилизации. Отметим, что подобные процессы в настоящее время происходят и в культуре (появление массовой и поп культуры, слэнга, редуцирующего классический язык и т.д.).

Таким образом, первый этап глобализации общества имеет системный (комплексный) характер и затрагивает широкий спектр проявлений процессов и явлений, начиная с экономики и кончая культурой.

Неравенство между богатыми и бедными странами существует не только в материальной и духовной культуре, но и в возможностях доступа к информации. Так, прошедшая в декабре 2003 года в Швейцарии конференция по информатизации под эгидой ООН показала, что существует громадный разрыв в доступе к интернету между богатыми и бедными странами даже внутри самих богатых и близких к ним стран. Из-за этого 90 % населения Земли лишены доступа. И это еще более усугубляет противоречия глобализации экономики, так как известно изречение: «Кто владеет информацией, тот владеет миром».

Справедливость проведенного выше анализа экономической глобализации подтверждают документы 3-го Всемирного социального форума, прошедшего в Индии (первые два форума проходили в Бразилии). В этих документах подтверждается, что экономическая глобализация приводит к экономическому империализму. Помимо этого, форум выступил против кастовости и резкого расслоения общества. Вполне понятно, что эти решения хотя и основывались на известных противоречиях современного общества, но в основном они не имели теоретической базы его развития и поэтому воспринимаются больше как эмоциональные. Однако приведенный выше анализ показывает, что форум отражает, хотя и стихийно, действительные закономерности современного общества. И этот факт является еще одним подтверждением, что сквозь множество случайных событий пробивает себе путь закономерность, а также, что настоящее и будущее сосуществуют в одной системе.

В заключение отметим, что во многих случаях важно не столько получение математических моделей для прогнозирования происходящих процессов и явлений, сколько понять сам ход рассматриваемых процессов и

явлений. В этой связи представляет интерес высказывание известного американского математика, основоположника динамического программирования Р. Беллмана [35]: “Основная цель создания подобных математических моделей космогонических, экономических, физических и т.д. процессов состоит не столько в получении чисел..., сколько в определении самой структуры рассматриваемого решения. Во многих случаях более важны общие представления, чем конкретные значения констант”.

Именно последняя фраза приведенной выше цитаты является идейной основой сопоставления различных эволюционных процессов, подчиненных общим законам Природы, на основе описанной в данном разделе методологии прогнозирования.

### Список литературы

1. *Моисеев Н.Н.* Алгоритмы развития. – М.: Наука, 1987. – 303 с.
2. *Дарвин Ч.* Сочинения: Пер. с англ. – М. – Л., 1935 –1959. – Т. 1 – 9.
3. *Вернадский В.И.* Учение о биосфере и ее постепенном переходе в ноосферу. – М.: Наука.
4. *Вернадский В.И.* Очерки о геохимии. Избранные сочинения: В 5 т. – М.: Изд-во АН СССР, 1954.– Т. 1. – С. 14 – 15.
5. *Вернадский В.М.* Размышление натуралиста. – М.: Наука, 1977. – Кн. 2: Научная мысль, как планетное явление. – С. 55.
6. *Берталанфи Л. фон* Общая теория систем. – М.: Мир, 1960. – 328 с.
7. *Винер Н.* Кибернетика или управление и связь в животном и машине. – М.: Наука 1983. – 340 с.
8. *Нагель Э., Ньюмен Д.* Теория Геделя: Пер. с англ. – Серия математика, кибернетика. – М.: Знание, 1970. – 63 с.
9. *Глушков В.М.* Кибернетика. Вопросы теории и практики: Развитие абстрактного мышления и запрет Геделя. – М.: Наука, 1986. – 488 с.
10. *Седов Е.А.* Одна формула и весь мир. Книга об энтропии. – М.: Знание, 1982. – 176 с.
11. *Бриллюэн Л.* Наука и теория информации. – М.: Физматгиз, 1960. – 392 с.
12. *Теслер Г.С.* Информация – феномен природы: роль информации в естественной и искусственной природе // Математичні машини і системи. – 2003. – № 1. – С.152 –165.
13. *Теслер Г.С.* Концепция построения постиндустриального информационного общества // Математичні машини і системи. – 2000. – № 2, 3. – С.185 – 193.
14. *Згуровский М.З.* Сценарний аналіз, як системна методологія предбачення // Системні дослідження та інформаційні технології.
15. *Iveridge D.* Techhology Forecasting and Foresight: padantry or disciplined vision? // Ideas in Progress. –1997. – N 2. – P.
16. *Теслер Г.С.* Принцип смешанного экстремума, как основа эволюции вычислительных средств // Математичні машини і системи. – 2002. – № 1. – С. 3 –13.
17. *Теслер Г.С.* Сопоставление процессов эволюционного развития вычислительных средств и растительного мира // Математичні машини і системи. – 2002. – № 3. – С. 155 –165.
18. *Теслер Г.С.* Эволюция развития языков и систем программирования // Математичні машини і системи. – 2003. – № 3, 4. – С. 30 – 42.
19. *Глушков В.М.* Основные архитектурные принципы повышения производительности ЭВМ / Кибернетика, вычислительная техника, информатика: В 3 т. – Киев: Наукова думка, 1990. – Т. 2. – С. 59 – 70.

20. Брюхович Е.И. К вопросу об информатизации общества. Решение задачи научного предвидения для вывода из кризиса вычислительной техники. Эволюция вычислительной техники в биосферной системе воспроизведенных эволюционных процессов. – 2000. – № 2, 3. – С. 194 – 209.
21. Мальтус Т. Опыт о законе народонаселения: Пер. П.А. Бибикова. – Санкт-Петербург: Типография И.И. Глазунова, 1968. – 468 с.
22. Тиле Р. Леонард Эйлер. – Киев: Виа школа, 1983. – 192 с.
23. Биологический энциклопедический словарь. – М.: Советская энциклопедия, 1989. – 864 с.
24. Панкратова Н.В. Становление и развитие системного анализа, как прикладной дисциплины // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2002. – № 1. – С. 65 – 94.
25. Словарь по кибернетике / Под ред. Б.С. Михалевича. – Киев: Гл. ред. УСЭ, 1989. – 751 с.
26. Политическая экономия: Учебник АН СССР / Ин-т экономики. – М.: ГИПЛ, 1954. – С.10.
27. Ленин В.И. Полное собрание сочинений. – Т. 27. – С. 323.
28. Маркс К. и Энгельс Ф. Сочинения. – Т. 23 – 25 (Маркс К. Капитал и теория прибавочной стоимости).
29. Савченко В.И. Мир перед точкой закипания: попытка аналитического пророчества // Визит сдвинутой фазиики: Сб. фантастики. – Киев: Молодь, 1991. – 254 с.
30. Винер Н. Кибернетика и общество. – М.:Изд-во иностранная литература, 1958.–200 с.
31. Теслер Г.С. Перспективы развития вычислительных средств с сетевым взаимодействием // Математичні машини і системи. – 2001. – № 1, 2. – С. 3 – 11.
32. Кнут Д. Искусство программирования. – М.: Мир, 1976. – Т. 1: Основные алгоритмы. – 735 с.
33. // Твое время. – 2003. – № 1, сентябрь.
34. Дмитрук А. Битва богов. – Киев: Полиграфкнига, 1996. – 390 с.
35. Беллман Р. Динамическое программирование. – М., 1960. – С. 25.

## Глава 4. Принцип смешанного экстремума как основа эволюционного развития вычислительных средств

### 4.1. Постановка проблемы

Общеизвестно, что одним из определяющих факторов научно-технического прогресса XXI столетия будут информационные технологии вообще, компьютеры и коммуникации, в частности. С этим необходимо согласиться, так как именно новые технологии определяют прогресс развития производства и общества. Вполне понятен большой интерес к проблеме развития вычислительных средств. Об этом свидетельствуют множество публикаций в научных, научно-технических и научно-популярных журналах и Internet. Обратимся только к некоторым из них: "Компьютерные технологии в новом тысячелетии" [1], "Искусственный интеллект на пороге третьего тысячелетия" [2], "Эволюция вычислительной техники в биосферной системе..." [3], "Перспективы развития вычислительных средств с сетевым взаимодействием" [4]. "В погоне за петафлопсом" [5], "Постчеловеческая цивилизация" [6], "The Future of computing" [7] и так далее. При этом составляются различные по форме, содержанию и последствиям прогнозы. Как известно, прогнозы - вещь неблагодарная и часто приводящая к ошибкам. Прогнозы, основанные на "озарении", имеют вероятностный характер. Более надежными прогнозами являются те, которые основываются на законах, являющихся интерпретацией общих законов Природы в данной области знаний и имеющих конкретное подтверждение как в прошлом, так и сегодняшнем времени. Будущее рождается в настоящем и его необходимо увидеть. Именно новые законы и закономерности позволяют по-иному воспринимать уже известные факты и события.

В настоящее время прогнозы развития вычислительных средств составляются, в основном, исходя из прогресса элементарно-технологического базиса, увеличения сложности вычислительных средств, решаемых ими задач, совершенствования форм организации процесса вычислений и т.д. Однако все более настойчиво пробивает себе дорогу мысль, что процесс развития вычислительных средств имеет эволюционный характер, о чем свидетельствуют работы П. Шустера, [8], Е.И. Брюховича [3], автора данной статьи [4] и другие. Кроме этого, имеются и более общие постановки проблемы об идентичности процессов эволюции живой и неживой природы, общества, деятельности человека, процессов развития мира, а также ряда антропогенных объектов и, в частности, вычислительных средств [4, 9]. На основе такого эволюционного развития некоторые исследователи прогнозируют конец человечества уже в XXI веке. Одни – за счет антиприродной деятельности человечества, а другие – за счет прогресса информационных технологий и создания саморазмножающихся и интел-

лектуальных саморазвивающихся роботов и "искусственного всемирного разума" [6]. Наблюдается однобокое рассмотрение таких важных проблем, как выживание человечества в соревновании с созданным им же "всемирным разумом". Так, А.В. Болонкин приходит к выводу о конце человечества и возникновении постчеловеческого общества.

В данной работе основное внимание уделено обоснованию принципа, который лежит в основе процесса эволюции и явлений природы, а также развития вычислительных средств в разрезе развития элементарно-технологического, организационного, информационного и алгоритмического базисов.

Для лучшего понимания происходящих эволюционных процессов СВТ необходимо разделить понятия информации и знания, так как в будущем, в силу предметной специализации вычислительных средств, это приведет к разным их структурам и видам. Но, учитывая уже сегодняшнее состояние большинства вычислительных средств, они будут функционировать не автономно, а в сетевом взаимодействии. При этом сетевое взаимодействие будет не только с внешними абонентами, а и внутри самих вычислительных средств. Помимо этого, расширятся образная символика информации, включающая все образы, возникающие у человека в результате воздействия на органы чувств, а также образы абстрактного мышления, выработанные человечеством в процессе развития. В работе, наряду с принципом смешанного экстремума, большое внимание уделяется и другим подходам, используемым для прогноза развития вычислительных средств.

Большинство людей осознанно или неосознанно воспринимают гармонию окружающего нас мира. При этом наблюдаются два подхода: восприятие гармонии как необходимого условия, обеспечивающего бесконечное движение, и другой – как возможное изменение вселенной. К первой категории относят философские взгляды Г. Лейбница и Л. Эйлера, а ко второй – П. де Мопертюи. Такого типа проблемы исследовались как в далекой древности, так и в недалеком прошлом. Данную проблему исследовали Платон в "Федоне", Ф. Лейбниц в "Общей характеристике", А. Эйнштейн – в "Мировой формуле" и т.д. Рассматриваемый в нашей статье принцип смешанного экстремума является дальнейшим развитием этой проблемы.

Принцип наименьшего действия П. де Мопертюи гласит [12]: "Если в природе происходит какое-то изменение, то необходимая для этого мера действия является минимальной". М. Планк писал по поводу данного принципа [12]: "Принцип сохранения энергии может быть выведен из принципа наименьшего действия, то есть содержится в нем, так как обратное утверждение неправомерно. Поэтому принцип сохранения энергии уже принципа наименьшего действия".

Г. Гельмгольц отмечал, что П. де Мопертюи разгадал только часть истины, а Л. Эйлер подчеркивал, что не следует приписывать этому принципу

больше, чем в нем заложено, а в природе сам принцип П. де Мопертюи в общем случае места не имеет, так как кроме минимумов могут возникать и максимумы. В результате Л. Эйлер сформулировал свой принцип максимумов и минимумов [12]: "... все явления в природе происходят в соответствии с тем или иным законом максимумов или минимумов...", и это соответствует гармонии в природе. Однако гармония в природе достигается, в основном, в результате процессов эволюции, а основу эволюции, по крайней мере живой природы, составляют механизмы отбора, самоорганизации и выживания, учитывающие адаптацию к внутренним и внешним условиям существования. Помимо этого, в природе и обществе гармония достигается также в результате действия законов сохранения (баланса), с одной стороны, и дуализма, – с другой. Но при этом обеспечивается не просто баланс ресурсов, а динамический, иерархический баланс ресурсов. Пример данного подхода излагается в работе [14]. При достижении такого баланса возможно существование противоречивых требований к компонентам, участвующих в его достижении. Это приводит к тому, что необходимо, с одной стороны, использовать детерминированный подход, а, с другой, – вероятностный. Кроме того, достижение этого баланса может требовать достижения не только минимума либо максимума, а смешанного экстремума, учитывающего противоречивые требования к такому балансу. Необходимо отметить, что смешанный экстремум может вырождаться, когда это необходимо, в чистый максимум или минимум. Таким образом, принцип смешанного экстремума можно рассматривать как дальнейшее обобщение принципов Г. Лейбница, П. де Мопертюи и Л. Эйлера, а также их предшественников.

Как уже отмечалось выше, одним из основных механизмов, определяющих эволюционное развитие процессов и явлений "живой" и "неживой" природы, является естественный отбор. Математической моделью описания подобных процессов и явлений в определенной мере может служить теория игр, восходящая к работам А. Вальда, фон Дж. Неймана и других ученых. Рациональное поведение игроков или автоматов во многих случаях определяется на основе принципа максимина (при наличии в пространстве чистых стратегий и седловой точки для функции выигрыша либо смешанных стратегий в случае отсутствия седловой точки). При наличии условий неопределенности в теории игр используется либо принцип максимина (минимакса), либо стратегия "игры с природой", когда осуществляется выбор из некоторого множества стратегий и выбирают наиболее благоприятную стратегию природы. При этом наличие априорной информации о поведении природы позволяет достигнуть большего выигрыша по сравнению с максиминной (минимаксной) стратегией, рассчитанной на наихудшую ситуацию. Отметим, что такие подходы теории игр нашли широкое применение также в исследовании операций, экономике, математической статистике, теории управления, теории статистических решающих функций и т.д., что позволяет отображать широкий спектр процессов, происходящих

в природе и обществе. При этом в зависимости от решаемых задач используются различные критерии оптимальности, включающие функцию выигрыша, выраженную на основе максимина, минимакса, максимума математического ожидания значения функции выигрыша, и т.д., с использованием как чистых, так и смешанных стратегий, основанных на компромиссах.

Еще в начале девятнадцатого столетия известный итальянский экономист В. Парето сформулировал понятие эффективного компромисса – компромисса, лежащего на верхней границе области эффективных решений, где ни один из участников "игры" не может дальше улучшать свое положение, не ухудшая положения других, то есть из всего множества имеет смысл рассматривать только тот выбор, который удовлетворяет условиям эффективного компромисса (оптимизация по Парето). Во всех остальных ситуациях имеется возможность улучшать свое положение, не прибегая ни к каким компромиссам, то есть находиться вне области компромиссов. Другое условие, которое сформулировал английский математик В. Неш и развили новосибирские ученые Ю. Гермейер и И. Ватец, о необходимости иметь не только эффективные, но и устойчивые компромиссы. Поэтому необходимо рассматривать компромиссы не только эффективные, но и устойчивые.

Формально в математике смешанный экстремум (минимакс и максимин) может быть записан в виде

$$\min_{y \in Y} \max_{x \in X} F(x, y) \text{ либо } \max_{x \in X} \min_{y \in Y} F(x, y).$$

Так, в теории игр принцип максимина состоит в стремлении максимизировать минимальный выигрыш. Принцип смешанного экстремума также широко используется в теории аппроксимации функций. Это чрезвычайно важно в силу высказывания известного математика, философа, Нобелевского лауреата Бертрана Рассела, который отмечал [16]: "Хотя это может показаться парадоксальным, вся наука (и, следовательно, весь мир, который она отражает, примечание автора книги) подчинена идее аппроксимации".

В живой природе также работает принцип смешанного экстремума. Так, например, максимальное приспособление к окружающей среде при минимальном расходе энергии, что способствует выживанию биологических объектов в условиях естественного отбора, который является основой эволюционных процессов. В этом случае, помимо принципа адаптации, действуют механизмы генерации и регенерации на клеточном уровне. Из последних исследований в политической экономике известно, что будущее постиндустриальное информационное общество будет основываться на рыночно-плановой экономике [14], что справедливо и для переходных экономик [15]. Смешанный экстремум используется в технике для минимизации стоимости устройства с заданным уровнем

надежности, в компьютерной науке для оценки процесса интенсификации вычислений [10] и устранения "узких мест" в вычислительном процессе [11], а также во многих других приложениях.

Таким образом, обобщая вышеприведенные принципы и рассуждения, можно сформулировать следующий принцип: "Все явления природы и общества подчинены гармонии (устойчивости), которая возникает в процессе эволюционного развития на основе отбора, удовлетворяющего смешанному экстремуму, достигающего своего оптимального значения в результате эффективных и устойчивых компромиссов и иерархии динамических балансов". Очевидно, что этот принцип действует не только в развитии живой природы, но и мертвой, включая и развитие антропогенных объектов, а также развитие вычислительных средств. На основе действия принципа смешанного экстремума в процессе эволюционного развития систем различной природы, наряду с их усложнением, наблюдается сочетание структурной и функциональной симметрии (дублирование) и асимметрии (отсутствие дублирования), а также универсальности (сложности) и специализации (простоты), способствующих повышению уровня устойчивости и эффективности этих систем. Помимо этого, на процесс эволюционного развития значительное влияние имеют процессы отбора и самоорганизации. Так, С. Кауфман в работе [28] отмечал следующее: "Повидимому, мы подходим к пониманию эволюции как органического взаимодействия между отбором и самоорганизацией... Все живые организмы являются ярко выраженными упорядоченными системами... Самоорганизация тесно связана со сложностью".

Однако в данной работе нас интересует не столько обоснование принципа смешанного экстремума как всеобщего закона гармонии природы, общества и антропогенной деятельности человечества, сколько его использование в качестве основы эволюции развития вычислительных средств.

В заключение этого раздела необходимо сделать ряд замечаний, которые позволят уточнить рассматриваемую проблему прогноза вычислительных средств. Во-первых, наличие общих законов эволюции еще не гарантирует правильности постановки проблемы прогноза. Это связано, прежде всего, с тем, что в каждой конкретной области знаний действие основного закона уточняется. Так, закон зеркального отображения В. Савченко [9] и его обобщение, данное в работах [4, 14], имеет дополнительное подтверждение на физико-химическом уровне и дает более глубокое понимание особенностей этого закона.

В химии известно явление, заключающееся в существовании соединений (изомеров) с одинаковым составом и молекулярным весом, но с разными физическими и химическими свойствами. Это явление называется изомерией. Так, например, имея единую молекулярную формулу  $C_2H_6O$ , этиловый спирт и диметиловый эфир имеют разные свойства. Первый — жидкость, которая хорошо

растворяется в воде, а второй – газ, который почти не растворяется в воде. Аналогично этому возможна геометрическая (цис – транс) изомерия. Например, элементы цис – транс дихлорэтана имеют различные виды симметрии (обычную и зеркальную) и вследствие этого – различные химические и физические свойства.

Особенно важно это для лекарственных препаратов, когда довольно часто возникает ситуация, при которой одна часть молекулярно-геометрической формулы выступает как лечебное средство, а симметричная часть способствует появлению уродов. (За раскрытие механизмов этих явлений присуждена Нобелевская премия за 2001 год по химии.)

Таким образом, хотя закон зеркальной симметрии является по форме всеобщим законом Природы, но при перенесении его на новые области знаний эти закономерности могут отличаться от исходного закона как свойствами, так и функциями. Так, наверное, "искусственный мозг" на основе ЭВМ будет отличаться от человеческого как базовыми свойствами, так и выполняемыми функциями.

Во-вторых, необходимо уточнить понятие информации, которое в настоящее время включает и просто информацию как отражение внешнего мира, как справедливо заметил В.М. Глушков в работе [26], так и знания, которые предполагают наличие элементов трех видов: объекты, отношения, в которых они находятся, и преобразования, определяющие создание, модификацию, уничтожение и другие действия с объектами и отношениями. В-третьих, при решении большинства реальных задач необходимо оптимизировать процессы на основе эффективных и устойчивых компромиссов.

При решении нашей проблемы прогноза развития вычислительных средств следует учитывать разные аспекты этой проблемы, включающие научную организацию труда при обработке информации, специфику обработки знаний в автоматическом и диалоговом режимах, и т.п.

#### **4.2. Эволюция развития вычислительных средств**

Как отмечалось выше, имеются все основания говорить об эволюционном пути развития средств вычислительной техники. Так, П. Шустер утверждает, что воззрения эволюционной теории могут быть перенесены на многие антропогенные объекты, включая компьютеры [8]. А. Болонкин утверждает [6], что есть основной главный закон, смысл существования природы – закон возрастания сложности саморазвивающихся систем, который полностью подтверждается историей возникновения жизни на Земле. На основании этого закона А. Болонкин пишет: "В ближайшие 50–100 лет электронные компьютеры по своим возможностям сравняются с человеческим мозгом. Путь, который потребовал у биологического человечества десятки миллионов лет, будет пройден за полто-

ра, два столетия". То есть речь снова идет об эволюционном пути развития компьютеров.

О процессе эволюции вычислительной техники в системе процессов эволюции в биосфере пишет в своей работе [3] Е.И. Брюхович. В. Савченко, в свою очередь, обосновывает закон направленности эволюционного развития Природы – о существовании зеркальной симметрии между явлениями начала мира "мертвой" и "живой" природы с явлениями цивилизации [9]. В работе [4] показана справедливость действия этого закона в развитии естественного и искусственного интеллекта.

Об эволюции средств вычислительной техники говорится также в работах Ж. Затучной, Е. Балашова [7, 17], где основное внимание уделяется эволюции функций и технологий. Таким образом, идея эволюционного развития вычислительных средств уже созрела, но подходы к ее реализации весьма различны. Поэтому естественно перенести ряд положений действия принципа смешанного экстремума в "живой" природе на вычислительные средства. Благодаря использованию этих принципов и механизмов "живой" природы, которая прошла значительно больший путь эволюционного развития, а также учитывая эволюционный путь развития форм материального производства, можно прогнозировать будущее вычислительных средств. При этом нельзя сбрасывать со счетов и то, что основная цель вычислительных средств есть замещение информационной, а также интеллектуальной деятельности человека и, в конечном счете, создание "всемирного разума". Таким образом, нам необходимо проследить общность и различия в создании "антропогенных объектов" в материальном производстве и в мозгу человека и соотнести их с эволюцией вычислительных средств.

Во-первых, единственным "сырьем" и объектом труда компьютера являются различные виды информации и знаний. Это подобно умственной деятельности человека, но в корне отличается от материального производства. В материальном производстве не имеется единого сырья для выпуска различных видов изделий, что приводит к необходимости иметь различные виды орудий труда и различные специфические технологии получения требуемого изделия. Хотя по форме организации производства и выполняемым функциям эти процессы могут быть подобны тем, что реализуются в компьютерах.

Во-вторых, основой изготовления изделий в материальном производстве является конструкторско-технологическая документация. В компьютерах эту роль играют алгоритмы решения задач и основные операции, выполняемые машиной. При этом, в отличие от материального производства, существует минимальный набор базовых "операций", достаточный для реализации любого алгоритма. На основе подобного набора реализуется система команд – инструкций, которая является избыточной, но достаточно эффективной для решения различных классов задач. В определенном смысле машинный алгоритм (про-

грамма) эквивалентен технологической карте маршрутизации в материальном производстве. Но еще ближе процессы, протекающие в ЭВМ с сетевым взаимодействием, к процессам восприятия информации и мышления у человека.

В-третьих, в компьютерах имеется система счисления, которая выступает в качестве орудия труда компьютера, и его "производственная" мощность зависит от величины основания системы счисления. Помимо этого, в работе [19] указывается, что оптимальной является система проблемно-ориентированных счислений, т.е. опять имеет место принцип смешанного экстремума.

Данный перечень сопоставлений может быть продолжен. Но уже из этого сопоставления видно, что фундамент производства "продукции" в материальном и компьютерном производстве, а также у человека, различен, хотя имеется и много общих моментов в процессе самого производства.

Для прогнозирования эволюции ЭВМ необходимо учесть направление их совершенствования. Эта эволюция должна включать совершенствование основных базисов вычислительных средств [18]: элементно-технологического, организационного, информационного и алгоритмического. Помимо этого, также необходимо учесть, что гармония (устойчивость) внутри природных, общественных и антропогенных систем обеспечивается в результате динамического баланса всех видов ресурсов, интересов и других компонентов данных систем, которая осуществляется на основе принципа смешанного экстремума и вероятностно-детерминированного подхода для ее достижения.

Перейдем к рассмотрению направленности развития упоминавшихся выше базисов вычислительных средств.

Элементно-технологический базис основывается сегодня, в основном, на полупроводниковой технологии, включающей в последнее время использование квантово-механических эффектов. Но в ближайшее время могут широко использоваться молекулярные, квантовые, биологические и оптические технологии. Эти технологии характеризуются массовым параллелизмом и сетевым взаимодействием, поэтому имеют свои эффективные области применения. Учитывая, что в будущих компьютерах необходим широкий набор функциональных возможностей (понимание речи, образов, текстов, автоматическая генерация программ на основе семантических заданий, моделирование сложных процессов, генерация процессов игр и т.д.), потребуется использование набора микросхем, выполненных по различным технологиям и способных эффективно решать задачи заданной предметной области.

В связи с развитием технологий и расширением выполняемых функций необходимо использовать различные виды организации вычислительных средств, образующих организационный базис. По крайней мере, появилась необходимость иметь процессоры с архитектурой, пригодной для работы с образами и знаниями, а также смешанную стратегию организации вычислительных систем различных уровней. Помимо прочего, в этих системах необходимо

обеспечить адаптацию к условиям применения системы команд, состава различных функциональных устройств, систем коммутации и связи, реконфигурации системы и т.д. Наиболее полно это может быть воплощено в системах с программируемой архитектурой и структурой. Одновременно необходимо учитывать и научную организацию "труда" ЭВМ, как это подчеркивается в работе [3]. Таким образом, и в этой части следует использовать смешанные стратегии (смешанный экстремум).

Информационный базис и, прежде всего, системы счислений также требуют использования смешанных стратегий, т.к. одна система связана с численными расчетами, другая – с работой с символьной информацией, третья – с работой с логическими операторами, четвертая – с работой с образами, пятая – с работой со знаниями и т.д.

Один из таких подходов показан в работе [19], где предлагается использование системы проблемно-ориентированных счислений, но возможны и другие решения. Аналогично обстоит дело и с системами хранения и передачи информации.

Алгоритмический базис представляет наибольший интерес в свете высказывания одного из основателей фирмы Sun Гейджа [7]: "Если сохранение бита информации состоит в изменении формы молекулы, то каждый раз при таком изменении выделяется тепло. Запустите вычисления на миллиардах таких переключателей и все расплавится". Для решения этой проблемы, по мнению Гейджа, можно увеличить производительность вычислений "без дополнительного нагревания", используя более совершенные алгоритмы вычислений. Далее Гейдж утверждает [7]: "В течение ближайших пятидесяти лет вычисления будут столь сложными и будут вовлекать столь серьезные ресурсы, что отдельные вычисления могут изменить температуру Вселенной". Эта проблема тесно связана с интенсификацией процесса вычислений [10, 18], и ее проблему уже хорошо осознают многие специалисты. Об этом свидетельствует тот факт, что Японская премия 2002 года нацелена на вычислительную науку, вычисление и инженерию, включающие интенсивные алгоритмы, программные средства для моделирования и аппаратные средства компьютеров. В области программирования, еще в середине прошлого столетия, академик А. Ершов [20] предложил смешанные вычисления, обеспечивающие генерирование эффективных программ для конкретных приложений на основе универсальных машинных алгоритмов. Такие обобщенные алгоритмы обеспечивают адаптацию к условиям применения и генерацию эффективных программных продуктов.

В области символьной обработки (сортировки) подобные обобщенные алгоритмы были получены Г.Е. Цейтлиным [21], а в области аппроксимации функций – Г.С. Теслером [22, 23] – на основе адаптивных по точности данным и времени аппроксимаций.

Выше уже приводились различия между информацией и знаниями. В заключение данного раздела изложим эти различия в несколько ином аспекте. Под информацией будем понимать внешнее отображение процессов, объектов, явлений и т.п., а под знаниями – алгоритмы воспроизведения процессов, объектов, явлений и т.п. на основе протекающих в них процессов и присущих им свойств. Поэтому естественно считать информацию абстракцией первого ряда, а знания – второго. Более полное определение информации и знания будет приведено в следующем разделе. Эволюция в живой природе происходит в результате отбора, адаптации к внутренним и внешним условиям существования, а также использования механизмов саморазвития и самоорганизации. При этом важным элементом такого эволюционного развития является рост сложности объектов, участвующих в процессе эволюции. В силу закона зеркальной симметрии В. Савченко этот процесс присущ всем явлениям Природы и человеческого общества [9], а в силу обобщения этого закона [4] процесс эволюции присущ и антропогенным объектам вообще, и средствам вычислительной техники. Однако для получения в результате такого процесса устойчивых объектов необходимо учитывать действие принципа смешанного экстремума, изложенного выше. Именно учет вышеизложенных положений позволяет наиболее достоверно осуществить прогноз эволюционного развития будущих средств вычислительной техники.

#### **4.3. Прогнозные формы ЭВМ**

Основные прогнозные формы ЭВМ гениально предвидел академик В.М. Глушков, который в работе [26] указывал, что высший уровень развития ЭВМ будут иметь мозгоподобные структуры с параллельными процессами, управляемые многими потоками данных и команд. Наряду с этим, как компромиссный вариант, В.М. Глушков [26] предлагал рассматривать ЭВМ "как своеобразную фабрику по переработке информации. Эта аналогия... является в действительности настолько глубокой, что может служить источником новых идей в развитии архитектуры ЭВМ... с целью повышения их производительности". Данную идею прогнозной формы ЭВМ развил проф. Е.И. Брюхович [3].

Однако прогнозная форма ЭВМ, предложенная Е.И. Брюховичем [3], не учитывает ряд законов и положений, влияющих на процесс эволюционного развития вычислительных средств, изложенных в данной работе.

Наряду с принципом смешанного экстремума, который сам является средством для разрешения противоречий (оптимизация по Парето) и баланса ресурсов и энергии (законы сохранения), необходимо непосредственно использовать общие и частные законы иерархии балансов (желательно динамических). Особо это наглядно видно в области вычислительной техники. Так, на нижнем уровне и уровне обработки информации и знаний этот баланс должен соответ-

ствовать частоте использования операций, благо, что аспект достаточно хорошо изучен при введении смесей Гибсона. Аналогично обстоит дело с балансом времени, созданием и введением программ в память компьютера и временем решения задачи в автоматизированном и автоматическом режимах. В первом случае за основу взяли диалоговый язык с использованием интерпретатора, а во втором – компилятора. Отметим, что и в этом случае имеет место действие принципа смешанного экстремума, так как и в одном, и другом режиме действует как трансляция, так и интерпретация, только в разных пропорциях. Естественно, необходим баланс между временем доступа к хранимой и обрабатываемой информации, пропускной способностью каналов и временем обработки информации, а также временем планирования вычислений и самими вычислениями, и т. д.

Именно исследование этих балансов позволяет, с одной стороны, выявлять "узкие места" в процессе вычислений, а, с другой стороны, устранять их и тем самым обеспечивать превращение потенциальных возможностей вычислительных средств в реальные. Наиболее динамично эти противоречия разрешаются при использовании механизмов адаптации и саморазвития, что соответствует процессам эволюции "живой" природы. В связи с этим большинство используемых в будущем вычислительных средств должны удовлетворять принципам смешанности, адаптивности и сбалансированности на всех перечисленных выше уровнях организации и технологий обработки информации и знаний. Вопреки прогнозам, данным в работе [3] по совершенствованию вычислительных средств, в которых утверждается, что в будущем останутся только два типа организации машин: ОКОД – персональные ЭВМ и ЭВМ с научной организацией труда, а форма МКМД – тупиковая форма. Из проведенного выше анализа видно, что все формы ЭВМ будут существовать, но в смешанных вариантах. Еще в пятидесятые годы прошлого столетия Дж. фон Нейман отмечал, что высокая производительность, достигаемая человеком в процессе интеллектуальной деятельности, объясняется его способностью распараллеливать обработку информации. Поэтому для работы со всевозможными образами, подобными, воспринимаемыми человеком, и знаниями, в основном, будут использованы архитектуры с сетевым взаимодействием, адаптивные к внутренним и внешним условиям применения. Это следует, с одной стороны, из того, что человек достиг наивысшей формы развития по отношению к этим понятиям, а, с другой стороны, из обобщения закона зеркального отображения В. Савченко [4, 9]. Это же следует и из обобщенного закона симметрии [4]. Эти структуры будут иметь организацию типа МКМД.

Как уже отмечалось, основным предметом труда сегодняшних и будущих ЭВМ является информация в широком понимании этого слова. Однако, как отмечалось выше, необходимо отделить понятие информации от знаний. Дадим более полное определение данных понятий.

Под информацией будем понимать сведения об окружающем нас мире и протекающих в нем процессах, воспринимаемых человеком, живыми организмами, включая и клетки организма, либо техническими устройствами, а также сообщения о состоянии чего-нибудь. Таким образом, информация представляет собой внешнее отображение процессов и объектов, т.е. отображение одного объекта в другой. В отличие от информации, являющейся абстракцией первого рода, знания в наиболее общем виде являются результатом познания сущности окружающего нас мира, объектов живой и неживой природы, протекающих процессов и т.д., что приводит к установлению существующих законов и закономерностей. Таким образом, знания в той или иной степени связаны с такими понятиями, как алгоритм, понимание смысла, модель и т.д. Помимо этого, процесс познания предполагает использование системного анализа и подхода, а также более высокого уровня абстрагирования, чем получение информации, т.е. знания представляют абстракцию второго рода. Особым видом знаний являются алгоритмы решаемых человеком или компьютером задач.

В связи с тем, что именно человек является наивысшей точкой в эволюции живой природы по обработке информации, то именно он может являться прообразом вычислительных средств будущего по обработке как информации, так и знаний. Обе эти формы информации и знаний присущи человеку от рождения. Отметим, что непосредственное участие в обработке этой информации и знаний принимает мозг человека, содержащий порядка  $10^9 \dots 10^{10}$  параллельно работающих каналов с полосой пропускания не более 100 – 150 Гц. Таким образом, мозг человека обеспечивает решение достаточно сложных информационных и интеллектуальных задач с затратой достаточно малой энергии.

Именно поэтому и в силу закона зеркальной симметрии в будущих ЭВМ должна присутствовать архитектура типа МКМД. Но в силу принципа смешанного экстремума эта архитектура в той или иной степени будет присутствовать в различных видах будущих вычислительных средств. Эволюция вычислительных средств, подчиняясь общим законам Природы, естественно, со своими уточнениями для каждой сферы применения, приведет к возникновению трех совершенных форм – ОКОД, МКМД и научной организации вычислений. Однако эти формы в силу принципа смешанного экстремума будут функционировать не изолированно, а совместно. Последняя форма, подобно развитию материального производства, на что обратили внимание академик В.М. Глушков и проф. Е.И. Брюхович [3, 26], является аналогом автоматического производства. При этом одним из необходимых условий такого производства является использование принципа научной организации труда на основе разделения труда [3]. Этот принцип наиболее полно сформулировали Эмерсон, Тейлор и Форд, что соответствует фабричной (заводской) форме организации труда с преимущественным использованием технологической (операционной) специализации. Хотя и в этом случае для наиболее массовых частей изделия присутствует

предметная специализация. Таким образом, и здесь действует принцип смешанного экстремума. Одним из характерных составных частей организации фабричной формы материального производства является наличие конвейера. Для прошлых форм организации производства характерным было использование прямоточных конвейеров. Однако автоматическое производство потребовало использования гибких автоматизированных производств (ГАП) и других форм конвейерной обработки. Это обстоятельство еще более усиливается в случае ЭВМ в силу ограниченности предметов труда (ограниченность видов обрабатываемой информации), и самая важная особенность состоит в том, что основная масса вычислений заключена в циклах, на что и обратил внимание академик В.М. Глушков. В нашем случае конвейер может быть различных видов и не только прямоточным, но и других форм, включая кольцевую, роторо-конвейерную, мультikonвейерную (систолическую), ГАП и т.д., осуществляя обработку как простых инструкций, так и макросов. При этом важное значение имеет проблема распараллеливания циклов. Поэтому для полной автоматизации производства, вычислений будет широко использоваться сетевое взаимодействие как внутри вычислительных средств, так и вне его, с использованием суперпозиции различных архитектур, сигнальных и других специализированных процессов, различных алгебр, для повышения эффективности мультikonвейерных вычислений при решении сложных научно-технических задач [24]. При этом необходимо учитывать баланс между многофункциональными и специализированными средствами обработки информации. Как отмечается в работе [25], "На каждом из этапов развития систем последние состоят из многофункциональных и специализированных объектов, причем в начале определенного развития преобладают многофункциональные объекты, а в конце – специализированные". Таким образом, описываемая система может являться основной для создания научно организованного автоматического производства информационной продукции. При этом система является адаптивной как к внутренним, так и внешним условиям. Для увеличения эффективности этой системы, как уже отмечалось выше, необходимо расширить виды и классы обрабатываемой информации. Прежде всего, это работа с образной символьной информацией, включая методы компьютерной алгебры, сочетания аналитических методов с численными и т.д. Подсистема компьютерной алгебры может включать работу с полиномами, матрицами, дифференцированием, интегрированием, работу с числами произвольной разрядности, рациональную и комплексную арифметику и т.д. Для эффективной работы таких подсистем необходимы эффективные средства распознавания различных математических объектов и массовое распараллеливание процессов. Поэтому рассматриваемая форма вычислительных средств даже в рамках основного производства должна сочетать организации типа ОКМД и МКМД и научную организацию труда, сбалансировав ее в рамках принципа смешанного экстремума. Таким образом, оста-

нутя три основные формы вычислительных средств для обработки информации, знаний и вычислений: подобие современным персональным ЭВМ (для ремесленного труда в материальном производстве), "мозгоподобные" для обработки образов и знаний и "фабричная" с научной организацией труда (вычислений). Но, как отмечалось выше, в силу закона смешанного экстремума, эти формы будут существовать как суперпозиция основных форм.

Рассмотрим более подробно эти основные формы. Вычислительные системы с "мозгоподобной" архитектурой имеют следующие характерные особенности: сетевое взаимодействие как на вертикальных, так и горизонтальных уровнях, самоорганизацию и обучение (адаптацию), необходимую избыточность и многое другое, что характерно человеческому мозгу, в частности, и человеку вообще.

Таким образом, будущие вычислительные средства будут основываться на следующих базовых решениях по выполняемым функциям обработки информации (данных, символов, образов и т.д.): обработка знаний и вычисления; по структуре – ОКОД, МКМД, включая сетевое взаимодействие и НОВ (научная организация вычислений, мультиконвейерная обработка и т.д.) по архитектуре – RISC, CISC, WLIW (с элементами НОВ) и сетевая архитектура [4], включая нейроархитектуры; по технологиям изготовления элементной базы – полупроводниковые, молекулярные, квантовые, оптические и биологические. На основе принципа смешанного экстремума машины обработки информации, знаний и вычислений в той или иной мере будут комбинированными как по выполняемым функциям, так и по архитектуре и структуре.

В заключение необходимо отметить, что упоминавшийся прогноз академика В.М. Глушкова почти полностью подтвердился, за исключением того, что фабричная архитектура является переходной формой к «мозгоподобной». Как видно из вышеизложенного, обе эти формы имеют самостоятельное значение и в большинстве случаев будут использованы как комбинированные архитектуры, которые соответствуют принципу смешанного экстремума, но с преобладанием одной из рассматриваемых архитектур. Это будет относиться и к классу ЭВМ, называемых сегодня персональными компьютерами (для реализации индивидуального труда). Полученные результаты вступают в противоречие с прогнозами проф. Е.И. Брюховича, приведенными выше, где он считает, что в будущем останутся только две формы: в прогнозной форме (фабричной) и типа персональной ЭВМ (разновидность фабричной формы), а архитектура типа МКМД (с массовым параллелизмом) является тупиковой. Но практика как автоматического материального производства, так и обобщенный закон зеркальной симметрии, а также известные сегодня результаты эволюции вычислительных средств, не подтверждают научной гипотезы Е.И. Брюховича в полной мере, хотя в отдельных частностях она и справедлива. В настоящее время имеются факты, что эволюция автоматизированного производства идет именно в том

направлении, которое указано в данной статье. Примером этого может служить "Протокол автоматизированного производства" для объединения в сеть производственных компьютеров, роботов и других средств автоматизации для изготовления автомобилей компании General Motors [27]. Эти подходы имеют многих приверженцев не только в США, но и в Европе и Японии [27].

### **Выводы**

Таким образом, на основе проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Принципы смешанного экстремума и зеркальной симметрии являются одними из определяющих в эволюционном развитии будущих ЭВМ.
2. Настало время разделить понятия информации и знаний.
3. Основными базовыми архитектурами будущих ЭВМ будут прообраз современной ПЭВМ для работы конечных пользователей, "мозгоподобные" ЭВМ для работы со знаниями и ЭВМ с фабрично подобной формой автоматического производства с научной организацией труда. Архитектура и структура таких систем являются предметом самостоятельного исследования.
4. Все эти формы, с одной стороны, связаны сетевым взаимодействием, а, с другой, –проникают друг в друга, реализуя баланс на основе смешанного экстремума.
5. В настоящее время имеются отдельные элементы этих форм, что подтверждает реалистичность существования общего эволюционного процесса, совершенствования вычислительных средств.

### **Список литературы**

1. Яценко В.А. Компьютерные технологии в новом тысячелетии // Математические машины и системы. – 2000. – № 2, 3. – С. 3 – 15.
2. Шевченко А.И. Искусственный интеллект на пороге третьего тысячелетия // Искусственный интеллект. – 1998. – № 2. – С. 13 – 24.
3. Брюхович Е.И. К вопросу об информатизации общества // Математические машины и системы. – 2000. – № 2, 3. – С. 194 – 209.
4. Теслер Г.С. Перспективы развития вычислительных средств с сетевым взаимодействием // Математические машины и системы. – 2001. – № 1 – 2. – С. 3 – 12.
5. Зиновьев Д. В погоне за петафлопсом / www. ipi. publ.-1998.
6. Болонкин А. Постчеловеческая цивилизация XXI века. Конец человечеству и возникновение постчеловеческого общества // Энергия разума. – 2000. – С. 2 – 7.
7. Затучная Ж. Назад в будущее // Компьютерные ведомости. – 2001. – № 2. – С. 21 – 28.
8. Colin J. Biologist posits "artificially active theory". Electronic engineering times // Computer Weekl. – 1995. – N 36. – С. 42, 44.
9. Савченко В.И. Мир перед точкой закипания: попытка аналитического пророчества // Визит сдвинутой фазиионики: Сб. фантастики. – Киев: Молодь, 1991. – 254 с.
10. Теслер Г.С. Интенсификация процесса вычислений // Математические машины и системы. – 1999. – № 2. – С. 25 – 37.

11. *Теслер Г.С.* Оценка эффективности функционирования программных и технических средств на основе принципа равнопрочности // *Обработка данных в многопроцессорных распределенных вычислительных системах.* – Киев: ИК АН УССР, 1987. – С. 19 – 24.
12. *Тиле Р.* Леонард Эйлер. – Киев: Вища школа, 1983. – 192 с.
13. *Лопатников Л.И.* Популярный экономико-математический словарь. – М.: Знание, 1973. – 168 с.
14. *Теслер Г.С.* Концепция построения постиндустриального информационного общества // *Математические машины и системы.* – 2000. – № 2, 3. – С. 185 – 193.
15. *Павловський М.А.* Стратегія розвитку суспільства. – Київ: Техніка, 2001. – 312 с.
16. *Корнейчук Н.П., Лигун А.А., Доронин В.В.* Аппроксимация с ограничениями. – Киев: Наукова думка, 1982. – 252 с.
17. *Балашов Е.П., Частиков А.П.* Эволюция вычислительных систем. – М.: Знание, 1981. – 64 с.
18. *Теслер Г.С.* Место и роль алгоритмического базиса в решении проблемы производительности // *Математические машины и системы.* – 1997. – № 1. – С. 25 – 33.
19. *Брюхович Е.И.* Экономическая стратегия разработки вычислительных средств: место и роль счислений // *УсиМ.* – 1990. – № 2. – С. 3 – 18.
20. *Еришов А.П.* Смешанные вычисления // *В мире науки.* – 1986. – № 6. – С. 28 – 42.
21. *Цейтлин Г.Е.* Введение в алгоритмику. – Киев: Март, 1996. – 310 с.
22. *Теслер Г.С.* Построение базы знаний на основе порождающих алгоритмов // *Разработка и внедрение цифровых вычислительных комплексов и систем с распределенной обработкой данных.* – Киев: Институт кибернетики АН УССР, 1986. – С. 21 – 27.
23. *Попов Б.А., Теслер Г.С.* Вычисление функций на ЭВМ. – Киев: Наукова думка, 1984. – 600 с.
24. *Вышинский В.А., Яковлев Ю.С., Задорожный В.Ф.* Проблема создания ЭВМ для решения задач большой размерности // *Математические машины и системы.* – 2000. – № 1. – С. 38 – 45.
25. *Балашов Е.П., Григорьев В.Л., Петров Г.А.* Микро и мини ЭВМ. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1984. – 376 с.
26. *Глушков В.М.* Основные архитектурные принципы повышения производительности ЭВМ // *Избранные труды В.М. Глушкова.* – Киев: Наукова думка, 1990. – Т. 2. – С. 53 – 70.
27. *Стикс Г.* Сети делают автомобили // *В мире науки. Scientific American.* – 1991. – № 10, октябрь. – С. 32 – 33.
28. *Кауфман С.А.* Антихаос и приспособление // *В мире науки Scientific American.* – 1991. – № 10. – С. 58 – 65.

## **Глава 5. Механизм внесения динамизма в плановую экономику (на основе моделей, эталона, дуального и адаптивного управления)**

### **5.1. Постановка проблемы**

В работе [1] был сделан анализ функционирования рыночной и плановой экономики с точки зрения самодостаточности заложенных в них механизмов управления. Было показано, что ни одна из вышеуказанных экономик не является самодостаточной с точки зрения управления. Это понимали многие теоретики и практики обеих систем. Поэтому, наряду с эволюционным путем перехода к рыночно-плановой экономике, где безусловно преуспела рыночная экономики как более гибкая и менее догматичная, рядом теоретиков и практиков делались попытки спасти плановую экономику. Одной из последних попыток такого рода было предложение построить общегосударственную автоматизированную систему сбора и обработки информации (ОГАС). Теоретические основы этой системы были предложены выдающимся кибернетиком академиком В.М. Глушковым. Они основывались на общих принципах организационного, методологического и научно-технического единства сбора, переработки, хранения и передачи информации на всех функциональных отраслевых и территориальных уровнях [2]. На нижних уровнях, безусловно, эта система могла вносить динамизм в их функционирование. Но так как планы, в основном, создавались на самом верхнем уровне, то постановка перед ОГАС задачи прогнозирования, планирования, учета, регулирования, управления и т.д. [3] не могли быть выполнены качественно в силу отсутствия динамизма и учета качественных потребностей потребителя в том или ином товаре. Поэтому ОГАС, хотя и являлась вполне научно обоснованной системой, но не могла разрешить противоречие – отсутствие обратных связей, которые присущи рыночной экономике. Введение в эксплуатацию ОГАС, безусловно, продлило бы существование СССР, но не уберегло бы его от последующих потрясений. Как с теоретической, так и с практической точек зрения, интересен вопрос: существовали и существуют ли в настоящее время механизмы введения динамизма в плановую экономику? Этот вопрос интересен со многих точек зрения. Во-первых, случайно ли социалистическая революция возникла в отдельно взятой стране – России, а не во всем мире, как предсказывал К. Маркс. Во-вторых, мог ли Советский Союз более безболезненно переходить к смешанной экономике? И если мог, то какие управляющие механизмы необходимо было при этом использовать? В-третьих, и сегодня имеется ряд стран с плановой и квазиплановой экономикой, которым необходимо совершить этот путь (это, в первую очередь, Куба и в меньшей степени Китай и другие страны). И все ли механизмы, кото-

рые они сегодня используют, являются оптимальными. И, наконец, в-четвертых, имеются «осколки» бывших социалистических стран, прежде всего большинство республик бывшего СССР, в которых вообще трудно сказать, какая существует экономическая система (олигархо-клановая, национально-территориальная, либерально-демократическая и т.д.).

С экономической точки зрения, это все-таки преимущественно моно-польно-рыночные системы. Им также необходимы управляющие механизмы для перехода не в «дикий капитализм», а в рыночно-плановую экономику. Автора мало интересуют вопросы политологии, криминалистики и классовой организации общества. Основной аспект этого раздела направлен на исследование механизмов управления, способных передать динамизм плановой и квазиплановой экономике либо сугубо централизованной системе, обеспечивающей более плановый переход в планово-рыночную экономику, которая составит основу будущего постиндустриального информационного общества. В нашем случае мы имеем дело с разновидностью дуального управления. Помимо этого, ряд рассмотренных ниже механизмов могут быть в крупных корпорациях (внутри которых преобладает плановая экономика), существующих в рамках глобальной рыночной экономики.

## **5.2. Адаптивное управление**

Как известно, основной задачей кибернетики является разработка аппарата и методов исследования, пригодных для изучения систем управления, независимо от их природы. В данной работе нас интересуют процессы управления экономикой страны, отрасли, региона, промышленного комплекса, предприятия и т.д. на основе информации о функционировании экономических объектов. Вышеперечисленными вопросами занимается экономическая кибернетика. С точки зрения управления техническими объектами, эти вопросы рассматривает более определенные объекты и системы, а нам необходимо управлять достаточно сложными экономическими объектами. В качестве основной теоретической базы для решения поставленных выше целесообразно использовать теорию адаптивных систем управления, т.е. систем автоматического управления, способных в процессе выполнения основной задачи управления восполнять недостаток априорной информации об объекте управления (ОУ) и действующих на него возмущений. Благодаря этому, для рассматриваемого класса систем имеется возможность улучшить качество своего функционирования. Обычно эти системы уточняют достаточно грубые начальные алгоритмы оценки о неизвестных, но постоянных параметрах ОУ. При этом учитывается не только поступившая в настоящее время оценка априорной информации, но и известная информация в прошедшие моменты времени. На их основании строятся прогнозные оценки и сравниваются с реальными. Благодаря такому

подходу, адаптивные системы управления являются достаточно эффективным средством для решения задач управления объектами с плохо изученными априорными свойствами либо с нестационарными объектами, которыми в большинстве случаев и являются экономические объекты.

Из класса адаптивных систем управления, на наш взгляд, наиболее подходящими для описанных выше целей являются адаптивная система управления с эталонной моделью [7] и адаптивная система с дуальным управлением [4 – 7].

Адаптивные системы управления с эталонной моделью могут определять динамические свойства системы путем непрерывного сравнения реакций модели и системы на одни и те же входные воздействия. При этом управляющее воздействие корректируется в зависимости от величины разности между объектом и моделью. В нашем случае в качестве эталонной модели можно использовать рыночную экономику, а в качестве исследуемого объекта – экономику переходного периода (от плановой к планово-рыночной). Достоинство такого управления – беспоисковость и простота реализации по сравнению с поисковыми системами. Но при этом необходимо обращать особое внимание на критерии качества системы управления. Наряду с критерием устойчивости, особое внимание следует обратить на получаемую эффективность от используемого управления и экономичность [8], а также направленность на потребительские свойства выпускаемых товаров и баланс между количеством выпускаемых товаров и покупательной способностью населения, а также другими потребителями [1].

Важным моментом при построении таких систем является процесс идентификации (оценивания). Термин идентификации употребляют в узком и широком смысле [4]. В узком смысле идентификация – определение параметров математической модели объекта, структура которой (модели) известна, а в широком – включает в себя определение по входу и выходу объекта структуры его математической модели, а также определение ее параметров и оценивание (восстановление) вектора его переменных состояния.

При построении адаптивного управления необходимо определить параметры, с помощью которых можно осуществить управляющие воздействия, т.е. определить управляющие параметры. Для определения структуры модели для реальных физических, химических и т.д. объектов управления используют физические законы, которые определяют динамику объекта. Это законы Киргофа, Максвелла, законы сохранения массы, энергии и импульса, законы распределения количества теплоты, энтропии и т.д. Аналогично этому для экономических систем можно воспользоваться «законами» иерархии баланса, изложенными в работе [1], а также известными моделями равновесия типа спроса и предложения или модели типа роста экономики [3], например, модель Дж. Фон Неймана, которая задается двумя неотрицательными матрицами  $A$  – матрицей затрат и

$B$  – матрицей выпуска, а также показателем максимального технологического темпа роста  $\alpha$ . Этот подход основывается на принципе минимакса. Подобные модели по спросу и предложению, модели предпочтения функции полезности и другие приведены в работе [10].

В системах управления с моделью сама идентификация может осуществляться с помощью настраиваемой модели. При этом важное значение имеет сходимость и устойчивость процесса настройки модели, а также алгоритма настройки коэффициентов уравнения состояния и алгоритма настройки параметров регулятора, при котором достигается цель адаптации при заданном критерии эффективности.

Дуальное управление (двойственный) [3] – управление, в котором управляющие воздействия служат для изучения характеристик (параметров) управляемого объекта (УО) и одновременно для приведения его в требуемое состояние. Применяется в САУ в том случае, когда априорная информация в устройстве управления (УУ) об УО не является достаточной и изучение поведения УО может дать дополнительные сведения о его свойствах и улучшить, благодаря этому, качество процесса управления (в нашем случае изучается не только УО, но и эталон). При этом УУ решает две задачи: свойства и состояние УО и на основании данных об УО определяет, какие действия необходимы для управления или как взаимосвязаны и образуют сложный двойственный (дуальный) процесс. При этом под управлением понимаем управление – функцию организованных систем (биологических, технических, социальных), обеспечивающее сохранение их структуры, поддержание режима деятельности, реализацию ее программы. Основные этапы управления: сбор и обработка информации, ее анализ, анализ и прогноз, систематизация (синтез, установление на этой основе цели; выработка решения, направленного на достижение цели; последовательная конкретизация общего решения планирования и выработка конкурентных (частных) решений; организация деятельности для выполнения решения; контроль за этой деятельностью; сбор и обработка информации о результатах деятельности и новый цикл этого процесса. В основе лежит утилитаризм (по У.Бентаму) – принцип «обеспечения наибольшего счастья наибольшего числа людей»). При этом нравственность поступка может быть математически исчислена как баланс удовольствий и страданий, полученных в результате.

Более детально с теорией дуального управления можно ознакомиться в работах А.А. Фельдбаума [7].

### **5.3. Механизмы обратных связей**

Принцип обратной связи является одним из важнейших понятий кибернетики и теории автоматического управления. Этот принцип используется в системах управления самой различной природы: технических, экономических, со-

циальных, биологических и других, в которых величина отклонения системы от определенного состояния используется для формирования управляющих воздействий. Напомним читателю некоторые основные понятия. В общем виде под обратной связью понимается воздействие результатов функционирования [3]. В тех случаях, когда действие обратной связи направлено на уменьшение отклонения системы от исходного состояния, она называется отрицательной, и коэффициент обратной связи меньше нуля, в противном случае говорят о положительной обратной связи. При этом, в зависимости от характера связи, различают непрерывную, дискретную, жесткую (статичную) и гибкую (динамичную) обратные связи.

В системах автоматического управления используется обратная связь как для стабилизации управляемых систем, так и для переходных процессов. Положительные обратные связи могут быть использованы для улучшения качества функционирования и генерирования необходимых состояний системы.

В экономических системах обратные связи – воздействие результатов функционирования систем различного уровня иерархии на собственное функционирование систем других уровней иерархии непосредственно или через окружающую среду функционирования.

Экономическая система характеризуется огромным количеством обратных связей. Например, [8], расширение выпуска продукции вследствие того, что на нее увеличивается спрос. Более сложная категория обратных связей связана с тем, что развитие науки существенно влияет на создание новых технологий, которые используются при создании новых наукоемких изделий. Это способствует расширению производственной базы, которая, в свою очередь, создает основу для расширения научных исследований.

В народном хозяйстве обратные связи налагаются друг на друга, пересекаются и т.д. Это усложняет взаимодействие элементов экономической системы и, как следствие, усложняет изучение экономических процессов.

В нашем случае в качестве механизмов, с помощью которых создаются обратные связи, выступают эталонная модель рыночной экономики (находящаяся вне государства переходной экономики), рыночная экономика нижних уровней иерархии государства переходной экономики, знания о периодичности процессов, происходящих в экономике, и знания об «идеальной теоретической экономике», получаемой на основе математических моделей экономических теорий, прошедших должное рецензирование и оценку (например, работы, поданные на Нобелевскую, и подобные премии), а также прошедших практическую апробацию. При этом важнейшими элементами при образовании сложных обратных связей является используемые критерии эффективности [8]. Как уже отмечалось выше, в качестве моделей для крупных корпораций смогут служить более успешные корпорации.

#### 5.4. Схема управления экономикой переходного периода на основе эталонной модели и теоретических знаний об экономике

Построение управления при неопределенных параметрах объекта всегда являлось одной из центральных проблем теории автоматического управления.

Для решения поставленной выше задачи управления экономикой на основе данных рыночной экономики необходимо рассмотреть класс адаптивных самонастраивающихся и самоорганизующихся систем, так как именно эти системы рассматривают построение регуляторов, параметры которых изменяются в направлении приспособления к условиям изменения внутренней и внешней сред. Такие самонастраивающиеся системы имеют ту особенность, что для достижения заданного уровня критерия качества и последующего поддержания качества на этом уровне изменяются параметры управляющего устройства на основании информации о характеристиках объекта управления (УО) и внешних воздействий. В этих системах часто используют модели желаемой (в нашем случае рыночной экономики) системы в форме определенного динамического звена, что позволяет по разности выходных сигналов модели и реальной (в нашем случае плановой либо близкой к ней экономики) системы судить о соответствии реальной системы модели и использовать эту разность для целенаправленного изменения параметров устройства управления (УУ), приводящего к устранению отличий реальной системы от модели.

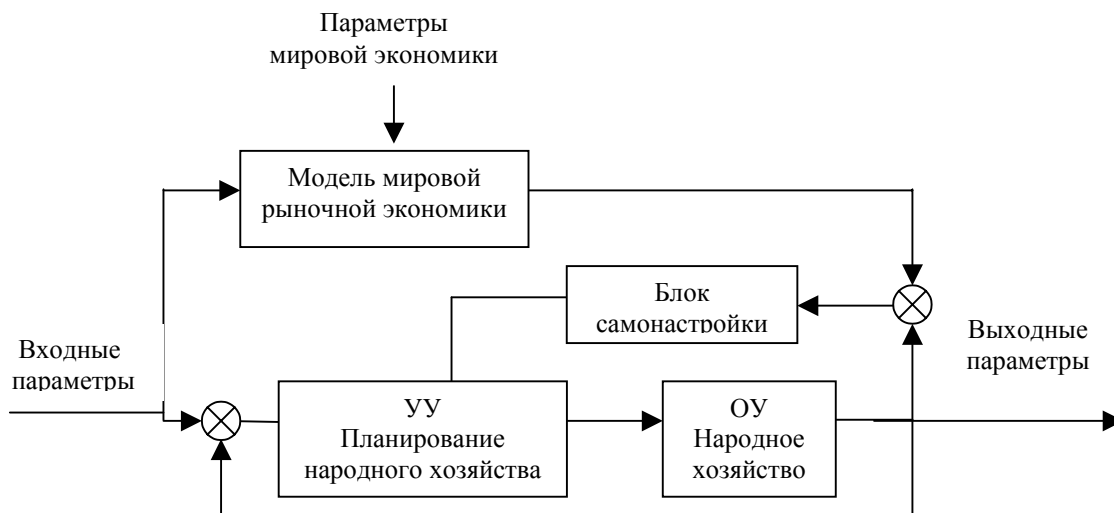


Рис. 5.1. Адаптивная система управления народным хозяйством с подстраиваемой моделью

Такие системы в теории автоматического регулирования называются самонастраивающимися системами (СНС) с моделью. Схема СНС с моделью-эталонном, отражающей свойства замкнутой системы управления, изображена на рис. 5.1.

Модель-эталон отражает объективные свойства мировой рыночной экономики, которая динамически изменяется. Выходной сигнал этой модели сравнивается с выходным сигналом реального народного хозяйства. Выявленное в результате такого сопоставления отклонение является входным сигналом для блока самонастройки, который организует внесение изменений в планирование народного хозяйства (УУ) и с помощью правительства приводит к устранению этого рассогласования. Теоретические основы такого подхода требуют самостоятельного исследования.

## 5.5. Примеры математических моделей

### 5.5.1. Аналитические модели спроса и предложения [2]

5.5.1.1. Для товара, потребление которого с ростом дохода населения увеличивается, но с замедлением вплоть до некоторого уровня  $a$  (например, потребление сахара и некоторых видов овощей), модель спроса и предложения имеет вид формулы гиперболы

$$q = a - b/(x + c),$$

где  $q$  – потребление товара определенного вида;

$x$  – уровень дохода;

$b$  и  $c$  – параметры, которые выявляются при анализе статистических данных.

Таким образом, это пример однофакторной модели, когда потребление изменяется при изменении фактора соответствующего уровню дохода.

5.1.2. Для большинства товаров модель спроса и предложений выражается в виде линейной зависимости:

$$q = a + bx,$$

т.е. рост потребления прямо пропорционален росту дохода. Такое соотношение используется обычно тогда, когда различие доходов населения не слишком велико.

Но обычно для этих целей используются более сложные многофакторные модели, параметры которых характеризуют совместное воздействие соответствующих факторов на уровень потребления.

В работе [19] приведены простые способы получения приведенных выше или подобных выражений, составляющие основу математических моделей спроса и предложений, основанных на принципе минимакса.

### 5.5.2. Конструктивная модель спроса и потребления [9]

Эта модель используется в планировании и прогнозировании спроса и предложения.

В основе их лежат уравнения бюджета потребителей и имеют вид

$$Z = \sum_{i=1}^m q_i p_i, \quad i = \overline{1, m},$$

где  $Z$  – объем потребления;

$q_i$  – размер потребления  $i$ -го блага;

$p_i$  – цена  $i$ -го товара или услуг.

### 5.5.3. Структурная (балансовая) модель спроса и потребление [9]

Это одна из основных моделей, которая, наряду с конструктивной и аналитической, используется при планировании потребления. Она позволяет судить о структуре потребителей и имеет вид

$$Z = \sum_{i=1}^m S_i A_i, \quad i = \overline{1, m},$$

где  $S_i$  – число потребителей, принадлежащих к  $i$ -му типу потребления;

$A_i$  – предпочтительный набор потребления этой группы;

$m$  – число типов потребления (групп потребителей).

Таким образом, каждое слагаемое представляет собой объем потребления одной группы, а сумма – общий объем потребления всех групп. При рассмотрении этих моделей необходимо учитывать товары неэластичного спроса, эластичность спроса от доходов и цен, а также другие показатели.

## 5.6. Динамическая модель рынка [11]

Пусть вектора  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  – наборы товаров и их  $i$ -я компонента определяет количество  $i$ -го товара, а вектор  $P$  – вектор цен товаров. Положим  $Y^{(n)}$  – набор товаров индивидуума  $K$  и он хочет обменять этот набор на имеющийся  $X^{(k)}$ . При этом стоимость желаемого набора товаров равна стоимости имеющихся

$$\sum_{i=1}^n P_i X_i^{(k)} = \sum_{i=1}^n P_i Y_i^{(k)},$$

$$\text{т.е. } PX^{(k)} = PY^{(k)}.$$

Тогда вектор избыточного спроса

$$Z = \sum_{k=1}^m X^{(k)} - \sum_{k=1}^m Y^{(k)}.$$

Большой избыточный спрос вызывает большое увеличение цен, а малый – малое увеличение цен. Тогда предполагается, что скорость изменения просто равна избыточному спросу, а цены изменяются согласно закону

$$\frac{dP_i}{dt} = Z_i(P), \quad i = \overline{1, n},$$

т.е. в векторном виде:

$$\frac{dP}{dt} = Z(P).$$

При этом предлагаем, что  $Z$  – непрерывная функция  $P$ ,

$$Z(CP) = Z(P),$$

если  $p_i = 0$ , то  $Z_i > 0$ .

Динамическая модель рынка исходит из тех условий, что предварительно устанавливается начальная цена каждого типа товаров и каждый из продавцов вычисляет в этих ценах полную стоимость из комбинации товаров, имеющихся на рынке. Если же спрос и предложения всех товаров совпадают, то цены не корректируются. Однако выполнение этого равенства маловероятно. В тех случаях, когда оно отсутствует, то цены на дефицитные товары повышаются, а на товары, на которые спрос превышает предложение, – уменьшаются. И эта процедура повторяется циклически до тех пор, пока спрос и предложение на рынке не уравниваются. Подобный набор называется равновесным, так как спрос каждого удовлетворен. Для описания этой процедуры следует определить механизмы изменения цен и способ, с помощью которого покупатели (условно другие торговцы) делают свой выбор.

Опишем эту модель математически.

Цены  $P$  называются ценами равновесия, если  $\frac{dp_i}{dt} = 0$  для всех  $i$ .

Экономическая интерпретация равновесия состоит в том, что спрос каждого индивидуума может быть удовлетворен и никаких товаров не останется. Необходимым и достаточным условием равновесия является выполнение условия

$$Z(P) = 0.$$

Общий спрос на рынке можно рассматривать как результат максимизации функции полезности.

Функция полезности  $U(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – численная мера степени удовлетворения, получаемая покупателем от набора разных товаров  $\overline{x_1, x_n}$ . Эти меры используются обычно для сравнения различных наборов товаров, чтобы определить, какой предпочтительнее.

Так, для двух товаров индивидуум  $k$  имеет функцию полезности вида [11]

$$u(x_1, x_2) = a_k \lg x_1 + (1 - a_k) \lg x_2, \quad 0 < a_k < 1.$$

Иногда более удобно предполагать, что субъект имеет функцию полезности, зависящую не от выбранного  $X$ , а от вектора приращения товара  $Z$ , то есть

$$U(Z) = U(X - Y).$$

В частности [11],

$$U(Z) = -a_1 e^{-a_1 k_1} - a_2 e^{-a_2 k_2},$$

где  $a_1, a_2, b_1, b_2$  – положительные числа.

Более подробно с функцией полезности можно ознакомиться в работе [11].

## Выводы

В работе показано, что появление социалистической экономики не являлось случайным, а переход к рыночно-плановой экономике является неизбежным [1]. При этом краху социалистической экономики не могло помочь введение в строй общегосударственной автоматизированной системы (ОГАС), так как она не могла внести настоящий динамизм в монополистическую плановую экономику. Такой динамизм может внести управление народным хозяйством на основе использования механизмов адаптивного управления с эталонной моделью и/или дуальным управлением. Эталонная модель формируется на основе математических и других моделей, использующих данные своей и рыночной либо квазирыночной (внешней) экономики. Для иллюстрации в работе приведены простейшие математические модели спроса и предложения.

В работе предложен подход для плавного и поэтому более безболезненного перехода от квазиплановой к планово-рыночной экономике информационного постиндустриального общества [1]. При этом большое значение приобретают информационные технологии для создания эталонных моделей, основанных на знаниях, используемых для эффективного управления народным хозяйством и знаниями теории автоматического управления.

### Список литературы

1. Теслер Г.С. Концепция построения постиндустриального информационного общества // Математические машины и системы. – 2000. – № 1. – С.
2. Глушков В.М. Проблемы ОГАС на современном этапе // Кибернетика, вычислительная техника, информатика: Избранные труды в 3 т. – Киев: Наукова думка, 1990. – Т. 3. – С. 140 – 147.
3. Словарь по кибернетике / Под ред. В.С. Михалевича. – 2-е изд. – Киев: Гл. ред. УСЭ, 1989. – 751 с.
4. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. – М.: Высшая школа, 1989. – 263 с.
5. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. – М.: Наука, 1981. – 448 с.
6. Чураков Е.П. Оптимальные и адаптивные системы. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 256 с.
7. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. – М.: Наука, 1966.
8. Теслер Г.С. Интенсификация процесса вычислений // Математические машины и системы. – 1999. – № 2. – С. 25 – 37.
9. Лопатников Л.И. Популярный экономико-математический словарь. – М.: Знание, 1973. – 168 с.
10. Попов Б.А., Теслер Г.С. Приближение функций для технических приложений. – Киев: Наукова думка, 1980. – 352 с.
11. Камени Дж., Снелл Дж. Кибернетическое моделирование. Некоторые приложения. – М.: Советское радио, 1972. – 192 с.

## Глава 6. Постиндустриальное информационное социально-экологическое общество

### 6.1. Постановка проблемы

Мы живем с Вами в интересное время: на изломе веков, тысячелетия, общественного устройства, технологий производства и т.д. Крах коммунистической идеи, с одной стороны, и конец идеи “чистого капитализма”, с другой, предопределили появление третьего пути развития общества. Примечательно, что об этом пути заговорили лейборист премьер-министр Великобритании Т. Блэр и социал-демократ канцлер Германии Г. Шредер.

Но что это за третий путь, из их речей непонятно. Инстинктивно и стихийно необходимость третьего пути понимают многие личности и целые народы, о чем свидетельствует “полевение” большинства правительств в Европе, Америке и других регионах мира, хотя имеются и рецидивы.

Повышение производительности труда зависит прежде всего от технических и технологических революций. Эти революции связаны с компьютеризацией, биотехнологией (на основе синтеза генов, генетической инженерии и т.п.), микрофизическими технологиями (базирующимися на формах движения материи, характерных для субатомного уровня ее организации) и т.д. Однако в результате необдуманной и несбалансированной с окружающей экосистемой деятельностью человечества возникли разрушительные воздействия на природу.

Наряду с этими процессами наблюдается значительный рост населения. Большой прогресс в современных технологиях не всегда позволяет сбалансировать экологические, технологические и социальные факторы с учетом законов развития общества и экосистемы. Развитие технологий способствует увеличению разрыва между бедными и богатыми, т.к. уменьшаются оплата и необходимость в неквалифицированном труде и требуется введение специальных социальных механизмов для уменьшения этого разрыва. Так, в США эти механизмы развиты хуже, чем в Германии, Швеции, Бельгии. Взамен лозунгов “получение сверхприбылей любой ценой”, характерного для капиталистического строя и “мы за ценой не постоим”, характерного для “казарменного социализма”, должны быть лозунги нового общества “не навреди” и понимание своей свободы как осознанной необходимости. Но для осуществления этих положений необходимы, прежде всего, духовность и совесть, которые сами по себе не рождаются, а воспитываются семьей, школой, средствами массовой информации и т.д.

Воспитанию этих чувств не способствуют ни чисто рыночные отношения, которые не дают возможности быть уверенными в своем будущем, ни чисто плановая экономика, которая может лишь обеспечить равенство для боль-

шинства в бедности и третирование людей, обладающих способностями выше среднего, что идет от недопонимания роли этих людей в увеличении благосостояния общества. Так как именно они обладают способностями и знаниями.

Может сложиться впечатление, что речь идет о лозунгах движения зеленых, проповедях духовных пастырей, рассуждении древних и современных философов и мудрецов. Нет, речь не об этом, а о выстраивании системы иерархии балансов в современном мире на основе системного анализа и системного подхода. Уже сегодня, если внимательно присмотреться к передовым странам, то мы увидим явные ростки этого постиндустриального информационного общества, являющегося тем основным путем, по какому пойдет все человечество. При этом нас будут интересовать процессы производства, распределения, обмена и потребления материальных благ. Для постиндустриального информационного общества, наряду с обычными категориями, такими, как деньги, товар, производительность, предприниматель и производство, начинают играть первостепенную роль такие понятия, как получение, хранение, структурирование, переработка и передача знаний, технологические революции, аналитик производства и т.д. Попытки нахождения третьего пути делались и раньше [1 – 6], но затрагивали только отдельные аспекты этой проблемы. Хочется отметить, что рассматриваемые вопросы важны для всего человечества вообще. Особенно для Украины, в которой нельзя назвать ни одной политической силы, готовой вести ее по этому третьему пути. В Украине имеется возможность структурироваться в нормальные партии, отказаться от левого и правого большевизма и построить рыночно-плановую экономику с нормальным взаимоотношением с окружающей нас экосистемой вообще и людьми как главными действующими силами экономики, в частности. Понятно, что автор один не может разработать все аспекты этой теории и излагает только основные концепции ее.

Поэтому предлагается коллективное создание данной теории с использованием современных средств коммуникации (интернет) и средств работы со знаниями, основанными как на обычных вычислительных средствах, так и на нейрокомпьютерах [7 – 8]. При этом каждый кирпич, используемый для построения здания под названием "Теория постиндустриального информационного общества", будет иметь свое клеймо интеллектуальной собственности автора.

В свете вышеизложенного экономика в работе рассматривается в следующих аспектах:

- определение основных направлений перехода в постиндустриальное информационное общество;
- роль управления экономикой в целом и отдельных ее составляющих;
- новая роль различных видов знаний для экономики постиндустриального информационного общества;
- перераспределение ролей предпринимателя и системного аналитика;

- удовлетворение иерархии балансов;
- переосмысление понятия свободы общества в целом как связь с экономикой, социальными проблемами, собственностью, предпринимательством и свободой личности, в частности;
- обеспечение перераспределения доходов путем создания специальных социальных механизмов;
- перераспределение прибавочной стоимости в соответствии с новой ролью знаний, автоматизацией производства, наукоемкостью выпускаемой продукции и т.д.;
- перераспределение доходов внутри государства, предприятий и фирм в соответствии с принципом "справедливости";
- рассмотрение многоукладности народного хозяйства вообще и собственности, в частности;
- определение оптимального отношения детерминированности (плановости в широком смысле этого слова) и случайности (рыночности);
- отрицание крайностей в построении нового общества и учет положительного исторического опыта;
- уточнение всеобщей формулы капитала Д-Т-Д';
- специфические черты постиндустриального информационного общества;
- роль компьютеризации и интернета в информационном обществе.

В заключении введения отметим следующие положения:

- чисто рыночная экономика – это не общество всеобщей свободы, а вседозволенность получения сверхприбылей;
- чисто плановая экономика – это несвобода для масс и распределение благ на основе принципа "справедливости", понимаемого как уравниловка;
- чисто рыночная экономика не является самодостаточной с точки зрения управления (кризисы, монополии и т.д.);
- чисто плановая экономика не является эффективной с точки зрения управления, так как в основном система работает без динамичных обратных связей;
- необходим переход от экстремальных показателей (производительности, стоимости, прибыли, интенсификации труда и т.д.) к осознанному их ограничению на основе критериев иерархии балансов;
- необходимо воспитывать самоограничение каждого индивида отдельно и общества в целом для предотвращения социальных и экономических катастроф;
- будущее общество должно быть основано на смешанной рыночно-плановой экономике и информатике.

При этом необходимо ответить на два вопроса: "Возможен ли третий путь без информатизации общества?" и "Что ждать от информатизации общества экономике?".

На первый вопрос ответ отрицательный, так как только информатизация общества может обеспечить динамическое управление рыночно-плановой экономикой.

Ответ на второй вопрос рассмотрим более подробно. Информатизация общества должна:

- обеспечить динамическое управление экономикой на основе оперативно поступающих данных, прогнозных и ситуационных моделей экономики, моделей спроса - потребления, планирования и распределения и т.д.;
- способствовать эффективной организации производства и сбыта, накоплению, структурированию и использованию всех видов знаний и, прежде всего, технологических;
- способствовать в создании предпосылок для технологической революции и внедрения ее результатов в промышленность;
- способствовать финансовой стабилизации и ускорению обращения денег;
- способствовать энерго- и ресурсосбережению;
- способствовать иерархии балансов и т.д.

## **6.2. Критика марксизма-ленинизма вообще и политэкономии К. Маркса, в частности**

Выше уже отмечались недостатки плановой системы хозяйствования и понимания свободы при "казарменном" социализме. Теперь остановимся на основополагающих вопросах марксизма-ленинизма – общественной собственности, классовой борьбе, прибавочной стоимости и кто ее создает, роли монополий, плановой экономике и т.д.

С точки зрения ликвидации эксплуатации понятно стремление классиков марксизма-ленинизма полностью избавиться от частной собственности и перейти к общественной собственности и как прямое следствие – к централизованной плановой экономике. Однако при этом не были учтены следующие моменты: эффективность управления, автоматизация производства, свобода личности, с одной стороны, и невозможность переделать сущность человека революционным путем, с другой стороны. В результате К. Маркс полностью игнорировал все виды собственности, кроме общественной (полностью государственной), рыночную экономику как естественное дополнение плановой, историчность классов даже в капиталистическом обществе, переоценку роли рабочего класса в прибавочной стоимости и недооценку вклада ученых, изобретателей, технологов, инженеров, предпринимателей, финансистов и работников торговли в появлении этой прибавочной стоимости.

Роль знаний вообще и духовности, в частности, полностью игнорировалась марксизмом-ленинизмом, хотя создавалась сеть школ, вузов, научных учреждений. Но оплата труда, свобода высказывания мнений, уважение к наибо-

лее просвещенным людям были не всегда защищенными и исходили из лозунга "даже кухарка может управлять государством". Поэтому не стоит кичиться своими знаниями, Вас всегда могут заменить другими.

Отметим, что изучаемая всеми экономистами марксовская формула Д-Т-Д' является весьма упрощенной моделью даже для классического капиталистического общества, не говоря о постиндустриальном информационном обществе.

Основополагающей позицией марксизма-ленинизма являются прибавочная стоимость и сверхприбыль, незаслуженно присваиваемые капиталистами. Однако автоматизация производства и компьютеризация общества высветили слабость этих положений. Так, в США, одной из наиболее развитых капиталистических стран, имеется всего около 4% рабочих и 3% крестьян. Так что с точки зрения марксизма-ленинизма непонятно, кто производит валовый продукт США и где главный революционный класс и его ближайший союзник в революционном преобразовании общества.

В.И. Ленин в работе "Империализм как высшая стадия капитализма" (1916) установил, что на смену свободной конкуренции при империализме преобладает господство монополий, получающих монопольно высокие прибыли. В основном все правильно, но позиция выбрана однобокая – марксистская.

Все эти переходы хоть и мотивировались получением прибылей, сверхприбылей и стремлением избежать кризисов, но фактически были связаны с несамодостаточностью общества свободной конкуренции с точки зрения управления. Поэтому и потребовались монополии как крупные компании с плановой микроэкономикой внутри и как стабилизирующие факторы снаружи для демпфирования кризисных колебаний. Поэтому и необходимо было государственное регулирование, чтобы монополии не переросли определенных границ, введение механизмов по перераспределению социальных благ. Все это служит для разбивания набегających на экономику "цунами" кризисов.

Одним из главных недостатков предполагаемой марксизмом-ленинизмом общественной формации является то, что она в силу эволюционных законов всегда порождает тоталитарное государство и фактически является единой государственной монополией, полностью игнорировавшей рыночные отношения. Необходимо отметить, что ряд приведенных выше выводов, связанных с критикой марксистской политэкономии, совпадает с положениями, приведенными в работе [14] и полученными на основании системного подхода и теории эволюции.

Многие политологи и экономисты разделяют слова бывшего президента США Р. Рейгана о том, что коммунизм является случайной и тупиковой ветвью развития общества. Однако без этой ветви трудно представить смешанную рыночно-плановую экономику с социальной направленностью, присущей большинству современных развитых государств. Это еще раз подтверждает ту

мысль, что в природе очень редко возникают случайные события. А это соответствует известному высказыванию, что сквозь толщу случайностей пробивает себе дорогу закономерность. Таким образом, именно вероятностно-детерминистский подход является наиболее адекватным при изучении сложных процессов и явлений, что присуще новой кибернетике.

### **6.3. Критика капиталистической рыночной экономики**

Как уже отмечали выше, чисто рыночная экономика с точки зрения автоматического регулирования не является самодостаточной. Она является также не самодостаточной и с точки зрения справедливого распределения прибавочной стоимости. Здесь критика капитализма и империализма К. Марксом и В.И. Лениным была вполне справедлива, хотя следует заметить, что современный капитализм как система с динамической обратной связью взял у социализма гораздо больше, чем социализм как система со статической обратной связью. Прежде всего это относится к социальным программам и общегосударственным национальным программам, необходимым для всего общества. Но, несмотря на это, в современных капиталистических странах все равно не выполняется многоуровневый баланс интересов. Поэтому возникают парадоксы типа сверхвысокой оплаты труда юристов, врачей и программистов в США, неуверенности в завтрашнем дне у большинства членов общества, возникновения озоновых дыр и повышения среднегодовой температуры Земли и т.д.

Но самое главное – это то, что нет учета того, что большинство развитых стран плавно переходят в постиндустриальное информационное общество, где капитал уже не является главным, а наряду с ним важным являются знание и информация, которые стимулируют создание передовых наукоемких производственных и других видов технологий. Поэтому происходит частичное и все более весомое замещение капитала на знания (интеллектуальную собственность, ноу-хау и инновации).

Необходимо отметить также, что капиталистическая рыночная экономика в чистом виде является аморальной, ибо главным мерилом успеха есть достижение максимальных прибылей и сверхприбылей любой ценой, так как "деньги не пахнут". Аморальным в этой системе является и то, что она порождает общество потребления, которое сопровождается непомерной рекламой не всегда качественных товаров, принуждением покупать новые товары не только из-за технической и моральной устарелости имеющегося у покупателя товара, а в соответствии с искусственно подогреваемой модой и искусственно создаваемым обществом потребления понятия престижности. В этом обществе игнорируются моральные и гуманитарные факторы, очевиден вред такого подхода для экосистемы, справедливого распределения всех видов благ, создаваемых обществом, и т.д.

#### **6.4. Концепция построения постиндустриального информационного общества**

Как отмечается в [15], цивилизация развивается через глобальные исторические этапы, которыми есть патриархальное, индустриальное и постиндустриальное общества. При этом исследователи для классификации этих этапов предлагают различные характеристики. В частности, характеристики постиндустриального общества давали Д. Белл, Дж. Гэлбрайт и др., а информационного – Е. Масуд, Д. Банах, Дж. Мартин и др. [1, 9 – 11].

Так, концепция постиндустриального общества американского социолога Д. Белла составила основу технократической теории, утверждающей, что на смену капитализму идет общество управляющих, не обладающих частной собственностью, но распоряжающихся всеми общественными процессами. Основу постиндустриального общества по Д. Беллу составляют знания, являющиеся источником нововведений и берущие начало в научных исследованиях. Таким образом, знания становятся стратегическим ресурсом, а научный персонал занимает ключевые высоты в управлении социально-экономическим развитием этого общества. Как мы видим, уже в концепции Д. Белла особая роль в новом обществе отводится расширенному толкованию понятий инвестиций, где частично капитал замещается интеллектуальной собственностью, и инноваций для создания и внедрения нововведений.

Уже сегодня в термин инвестиции вкладываются два понятия. В узком смысле под инвестицией понимается досрочное вложение капитала в какое-либо предприятие с целью получения прибыли. Уже сегодня инвестиции в основном вкладываются в наукоемкие производства как наиболее прибыльные. В широком смысле под понятием инвестиции подразумевается не только вложение капитала, но и интеллектуальной собственности, которая является одной из разновидностей знаний.

Наряду с инвестиционной политикой в современном обществе широко используется инновационная, которая направлена на разработку, создание и распространение новых видов технологий, изделий, организационных форм и т.д. и является результатом творческой деятельности. Инновационная деятельность также является одним из видов творческой деятельности человека, связанной со знаниями, и одним из необходимых компонентов для эволюционного развития человеческого общества. Таким образом, инновационный процесс есть основой развития и качественного совершенствования производства и техники (в частности, поколений ЭВМ, роботов и т.д.).

Для внедрения нововведений, получаемых в результате инновационных процессов, широко используются диверсифицированные научные центры [1], призванные разрабатывать и ускоренно внедрять нововведения.

Такие центры получают дальнейшее развитие в информационном обществе и, в частности, для обмена межотраслевыми знаниями, координации науки, образования, активизации человеческого фактора, направленных на совершенствование экономики за счет более полного использования инновационного потенциала общества.

Помимо Д. Билла, американский экономист Дж. Гэлбрейт рассмотрел "новое постиндустриальное общество", основанное на "техноструктуре" – иерархической организации специалистов, обладающих различным уровнем технических знаний и участвующих в принятии решений.

Сциентическая концепция, абсолютизирующая роль науки в жизни общества, нашла свое дальнейшее развитие в "сверхиндустриальном" обществе О. Тоффлера, "информационном" обществе Е. Масуда и "телематическом" обществе Дж. Мартина.

Необходимо отметить, что во всех этих обществах будущего на первый план выдвигается научно-технический прогресс для осуществления экономических, организационно-структурных и социальных изменений.

В свою очередь, концепция "информационного общества" Д. Бенка и Е. Масуда основывается на крупномасштабных сдвигах в структуре производительных сил общества благодаря комплексной автоматизации, всеобщей компьютеризации, созданию индустрии вычислительных систем, национальных и распределенных баз данных и знаний, индустрии знаний, государственному социальному развитию, переобучению и перераспределению производительных сил, глобальному использованию информации и т.д. Все это, по мнению Е. Масуда, преобразует общество и сделает его лишенным противоречий сегодняшнего дня. По мнению автора данной статьи, это очередная утопия и она является очередным "измом".

В отличие от Е. Масуда, по представлению которого современное общество должно превратиться в общество высокого уровня потребления и всеобщего благоденствия, необходимо стремиться к обществу умеренного потребления и благосостояния за счет осознанной необходимости, эволюционного развития, сглаживания конфликтных ситуаций за счет динамичных обратных информационных связей, высокой морали и самоограничения.

Итак, что такое постиндустриальное информационное общество, можно судить из анализа предшествующей истории, реальных проектов существующих систем и проектов футурологов.

По мнению автора, это общество со смешанной планово-рыночной, иерархически сбалансированной экономикой, основанной на широком использовании работы со знаниями, лежащими в основе наукоемкой продукции и технологических революций. Этому обществу присущи: гуманизация развития, высокая духовность, гармония с природой, понимание свободы как осознанной необходимости, умеренная интенсификация живого общественного труда, ши-

рокое использование компьютеризации, информационных технологий и средств коммуникации для работы с информацией и знаниями во всех сферах функционирования общества и, прежде всего, для экономики знаний и введения социальных механизмов для справедливого распределения прибавочного продукта. Соблюдение иерархии балансов в этом обществе очень важно, т.к. оно обеспечивает целостность системы в ее эволюционном развитии.

Экономика работы со знаниями предполагает также эволюционную замену предпринимателя на системного аналитика. Эти тенденции наблюдаются уже сегодня в корпорациях, занимающихся выпуском наукоемкой продукции.

Рассмотрим некоторые фрагменты функционирования этого общества. Процесс замены предпринимателя-капиталиста на специалиста по знаниям и технологиям. Знаменитая формула К. Маркса

**Деньги - Товар – Деньги** <sup>'</sup>

с сегодняшних позиций должна быть истолкована следующим образом.

**Деньги – Технология – Организация производства – Производство –  
Товар – Организация сбыта – Сбыт – Деньги** <sup>'</sup> .

Таким образом, мы видим, что предприниматель может выступать в нескольких ролях: субсидировать деньги, организовывать производство, сбыт товара и т.д.

В постиндустриальном информационном обществе эта формула претерпевает следующее изменение:

**Деньги + информация – Знания и идеи – Технология – Организация  
производства – Производство – Товар – Новые знания + информация  
– Организация сбыта – Сбыт – Деньги** <sup>'</sup> + знания + информация.

В этом обществе более явно видим переходы:

**Знать – Уметь – Реализовать,**

где

знать – включает научные, технические, технологические знания и идеи;  
уметь (в широком смысле) – проектирование (конструирование и технология) и изготовление новых наукоемких изделий, а в узком смысле уметь – эквивалентно понятию технологии;

реализовать – организация изготовления и сбыта изделия с одновременным пополнением банком данных и знаний различных видов (теоретических и прикладных, включающих технологические, производственные, экономические и т.д.).

Таким образом, знания выступают стратегическим ресурсом для различных видов деятельности человека и производства.

В связи с увеличением роли знаний и коммуникабельности, а также все большим замещением машинами не только физического труда, но и умственного, а также с бурным развитием наукоемких технологий возрастает роль человека, знаний и идей в определенной предметной области и современных технологий производства и сбыта товара. Назовем этого человека аналитиком. Так, в рассматриваемом нами обществе произойдет постепенная замена предпринимателя на аналитика. Это соответствует теории Питера Друкера (США), а также опыту работы многих компаний по производству программного обеспечения, компьютерной техники и электроники.

Одновременно, как видно из вышеизложенного, происходит частичное замещение капитала на знания, технологии и идеи. Поэтому, наряду с обычными банками, могут функционировать банки знаний, технологий и идей.

Более сорока лет тому назад президент США Линдон Джонсон выдвинул программу свободного общества, которая была направлена на выравнивание социальных и правовых возможностей беднейших граждан страны. Одной из составных частей этой программы было уменьшение числа обездоленных граждан США. Эта программа предусматривала выдачу бесплатных обедов, социальных пенсий и других мероприятий. На момент провозглашения этой программы число обездоленных в одной из самых богатых стран западного мира насчитывало около 22 млн. человек. За сорок лет их число уменьшилось до 12 млн. человек, но при этом значительную часть «съел» бюрократический аппарат. Кстати, такое положение присуще почти всем государствам, где значительную часть налогоплательщиков «съедает» бюрократический аппарат как закон, так и с помощью различных схем «откачки» бюджетных средств. Таким образом, существует противоречие между объективной необходимостью участия государства к перераспределению средств между богатыми и бедными на основе социальных программ, а с другой стороны, при этом растет бюрократический аппарат, который тратит значительную часть средств на себя.

Для лучшего контроля над распределением этих и удешевления бюрократического аппарата в постиндустриальном информационном обществе целесообразно эту функцию переложить на компьютерно-коммуникационные системы. Еще одним из важнейших отличий социального государства является эффективная пенсионная система. Однако в ряде как развитых, так и менее развитых стран мира, используется солидарная пенсионная система, когда ныне работающие обеспечивают ранее работающих – пенсионеров. Это «гениальное» для своего времени изобретение представляет собой типичную финансовую пирамиду, которая ранее или поздно должна обвалиться. Этот обвал уже происходит в ряде ее использующих стран. При этом пытаются срочно реформировать эту систему. Но прежде чем ее реформировать, граждане вправе спросить:

«Кто виноват в этом?», «Куда делись «избыточные деньги», бывшие в начале становления этой пирамиды?», «Кто этими деньгами воспользовался?» и т.д. При этом очевидна истина, что каждый работающий сам обеспечивает свою пенсию, если государство или предприниматель платит ему «справедливую» зарплату. При этом требуются персонализация социальных фондов и эффективное управление ими.

Уже сегодня мы видим переход к постиндустриальному информационному обществу, когда информация становится одним из самых популярных и ценных продуктов, который продают, покупают и обменивают. Количество информации увеличивается в геометрической прогрессии, что уже привело к информационному взрыву. Это естественный процесс переходного периода. Противостоять информационному взрыву может только семантический подход, специализация сайтов вычислительной сети на определенные виды информации и знаний, а также создание фильтров борьбы с «информационным шумом». Первый подход связан с наличием абстрагирования и классификацией, второй – также связан с классификацией и группированием информации, а третий – с отсечением никому не нужной информации. Помимо этого, необходимо создание иерархии координационных центров. Налицо снова смешанный планово-рыночный подход. Отметим, что именно чисто рыночный подход привел сегодня к информационному взрыву, который приведет при дальнейшем развитии не к получению все новой информации с помощью интернета, а к полному его блокированию.

## **6.5. Иерархия балансов**

Перечислим основную иерархию балансов.

1. В том случае, если плановая экономика несамодостаточна в смысле регулирования экономических процессов в обществе и в силу неучета динамики этих процессов, а рыночная экономика также несамодостаточна в силу неучета стратегических процессов, происходящих в экономике из-за глобальной ориентации на прибыль, то возникает проблема баланса этих экономик в постиндустриальных информационных обществах.

2. Один из самых высоких уровней иерархии – баланс между развитием экосистемы и деятельностью человеческого общества.

3. Одним из важнейших в современном обществе есть баланс между совокупностью известных знаний и их воплощением в новые прогрессивные, экологически безопасные ресурсо- и энергосберегающие технологии.

4. Баланс между личностными и общественными интересами.

5. Баланс между свободой и осознанной необходимостью.

6. Баланс между получаемой прибавочной стоимостью и ее распределением внутри предприятий, обществом и личностью.

7. Баланс между макро- и микроэкономикой на основе единства ближних и дальних целей.

8. Баланс монитарной политики с социальной политикой и оплатой труда.

9. Баланс между рыночной и плановой экономикой, а также баланс между крупной монопольной экономикой (как наиболее плановой) и мелкотоварной (как наиболее рыночной).

10. Баланс оплаты труда между отдельными группами общества (юристы, врачи, программисты в США и другие категории) и изменением законодательства с целью обеспечения такого баланса.

11. Баланс между прибылями предприятий, физических, юридических лиц и средней прибылью общества.

12. Баланс между различными видами собственности.

13. Баланс экономик развитых и развивающихся государств.

14. Баланс между административными и экономическими регуляторами экономики.

15. Баланс использования ресурсов Земли и деятельности человека.

16. Баланс между спросом и предложением.

Разумеется, что этим иерархия балансов интересов и ресурсов не исчерпывается. Но и перечисленные балансы достаточны для того, чтобы вызвать определенную направленность размышлений.

Рассмотрим более подробно один из аспектов баланса между рыночной и плановой экономикой.

Как показали исследования ряда ученых [12, 13], в системах, подобных рассматриваемой, определяют отношение стохастичности к детерминированности в виде отношения

$$\gamma = \frac{H_c}{H_g},$$

где  $H_c$  – энтропия совокупности конкурирующей экономики;

$H_g$  – энтропия совокупности детерминированной экономики.

В общем случае величина  $\gamma$  стремится к величине  $1/4 \dots 3/8$ , т.е. составляет 25% ... 37,5%. В нашем случае это означает, что для эффективного регулирования детерминистская часть, которая осуществляется за счет всех видов воздействия (экономического, административного и т.д. на всех уровнях), должна составить 75% ... 62,5%, а чисто случайная (стихийный рынок) – 25% ... 37,5%. В противном случае трудно обеспечить планируемые пропорции и виды балансов всей иерархии показателей и исключить, с одной стороны, значительное перепроизводство определенных видов товаров, а, с другой стороны, столь же значительное снижение покупательной способности населения, что позволит избежать кризисных явлений в экономике и экологических катастроф, вызванных деятельностью человечества.

В биологии успешно используется принцип «прочности», который основывается на том, что любой тип жизни должен быть самодостаточен при возникновении значительных перепадов температуры, смен в подаче еды, атак токсичных химикатов и атак извне и в середине. Чтобы выжить и процветать, клетки должны иметь резервные системы и биологические сети, толерантные к разным влияниям [17].

Биологи предполагают, что наиболее на реакцию клетки в ответ на лекарство влияет не усиление или ослабление отдельного гена и не блокирование одного белка, а то, как все гены и белки динамично взаимодействуют [17].

Помимо этого, на модели ансамбля клеток необходимо наложить ряд ограничений, которым она должна быть подчинена, например, масса должна сохраняться, электрические заряды должны быть сбалансированы, множество реакций – необратимыми и т.д. Кроме того, параметры входа и выхода ансамбля клеток и модели должны достаточно точно совпадать [17].

Как видим из вышеизложенного, многие положения, свойственные биологии ансамбля клеток, присущи как человеческому обществу, так и отказоустойчивости технических систем вообще и компьютерным систем в частности.

## **6.6. Построение гармоничного общества**

Проблема построения гармоничного общества волновала людей с древних времен по настоящее время. Но в каждом из таких проектов понятия гармонии и справедливости понимались по-своему. Напомним читателю, что гармония – это согласованность, стройное сочетание, соразмерность разных качеств, предметов, явлений либо частей целого. Приведем несколько примеров, как в разные эпохи люди представляли такое общество. Так, Гарсиласо де ла Вега в «Истории государства инков» описывал раннюю инкскую державу, как место абсолютной справедливости, в котором отсутствуют деньги, имеется равная ответственность граждан перед законом, воспитание отвращения к воровству и другим преступлениям, наличие коллективизма и забота о престарелых ... [16]. Читатели, знакомые с утопическими учениями Компанеллы и других утопистов, найдут в этих описаниях много общего с ранним государством инков. Далее эти идеи развивались основоположниками научного коммунизма К. Марксом и Ф. Энгельсом и их последователями – В.И. Лениным, Мао Дзе Дуном и др.

Особое место древние римляне и греки при построении справедливого общества уделяли понятию демократии (народовластие), понимаемое сегодня как государственный строй, при котором власть юридически принадлежит народу и провозглашается свобода и равноправие граждан. Центральным в понятии демократия для простого гражданина – это свобода выбора. Но вполне понятно, что как для древних римлян и греков, то это понятие демократии отно-

силось к патрициям, а не к рабам. Поэтому в ряде случаев говорят о демократиях рабовладельческих, феодальных, буржуазных, трудящихся и т.д.

При рыночной экономике демократию связывают со свободой продажи и покупки частной собственности. Но во всех случаях политическую демократию связывают со свободными выборами местных и государственных органов на основе волеизъявления всех дееспособных граждан.

Но, рассматривая сегодняшнюю демократию, приходишь к неутешительному выводу, что в рассуждениях древних римлян и греков имеется доля истины, связанная с тем, что часть свободных в своем выборе граждан не в состоянии сделать свой объективный выбор, обеспечивший ей «счастливое» будущее. Именно наличие продажных и подчиненных определенным олигархическим и административным группам массмедий и других средств информации, а также «грязных» политтехнологий, приводит к тому, что имеется возможность манипулировать массами, приводящих к выбору на самые высокие должности в государстве не самым лучшим представителям народа. Именно это в основном и подрывает саму суть демократии. Подобные факты вынудили видного английского политика У. Черчилля высказать свой знаменитый афоризм: «Демократия не лучшая система, но лучшей человечество еще не придумало.»

Отметим, что все попытки решения этой проблемы, невзирая на множество разработанных концепций, не достигли какого-нибудь заметного прогресса. Не помогло и созданное в последнее время научное направление, связанное с логикой структур и оптимизацией общества между личным и общественным на основе нахождения среднего по диаграмме энтропии по теории Райхлина (Raikhlin) и других теорий. Неудачи в решении этой проблемы кроются в некорректной ее постановке. Дело, прежде всего, в том, что понятие справедливости каждый из исследователей понимает по-своему, и, помимо этого, никто из исследователей не учитывал, что переделать человеческую сущность в направлении жизни в таком обществе практически невозможно. Поэтому, учитывая прошлый исторический опыт и вооружившись современным научным аппаратом и методологией, в конце XX века началась корректная постановка проблемы – построение оптимального (гармоничного) государства (общества). Но и в этой постановке проблема оптимальности рассматривалась на основе частных критериев оптимальности.

Наиболее естественным подходом к построению гармоничного общества является рассмотрение его изменений в ходе эволюционного развития. При этом необходимо учитывать, что это развитие должно происходить в соответствии с основными законами Природы и ни в коем случае не противоречить им. Навязывание определенных догм, которые будут противоречить этим законам, приведет не только к удалению от оптимальных решений, но может привести и к обратному эффекту (гибели, разрушению, революциям и т.д.).

Прежде всего, надо отметить, что задача оптимизации (гармонизации) государства (общества) является многокритериальной, содержащей много противоречивых требований. Поэтому наиболее естественно при ее решении использовать принцип смешанного экстремума (см. главу ...), являющийся одним из принципов эволюционного развития и гармонизации. При этом необходимо учитывать, с одной стороны, ограничения, налагаемые на государство и гражданина, а, с другой стороны, компромисс между детерминизмом (запрограммированностью) и адаптацией к случайным воздействиям внешней среды. При этом необходимо учитывать как влияние государственных органов на управление процессами, происходящими в государстве, так и учет обратных связей на эти воздействия, а также и иерархию динамических балансов. Этот перечень требований и ограничений может быть продолжен, но отмеченные выше играют наибольшую роль в определении точек бифуркации.

Как уже отмечалось выше, именно эволюционное развитие общества в итоге должно привести к созданию гармоничного общества. Основу этого развития составляет, как и в живой природе, отбор тех форм построения общества, которые наиболее адаптированы к внутренним и внешним условиям существования общества и наиболее эффективно способны выполнять комплекс функций, возлагаемых на государство, а также обеспечить его устойчивость. При этом оптимизация происходит на всех уровнях функционирования систем, но в интересах всей системы.

В пользу эволюционного подхода говорит нынешний подход китайцев в развитие экономики и общества. Известно, что китайцы изобрели в своей древности почти все, что можно было изобрести, кроме демократии. Они это объясняют тем, что жителям поднебесная, искусственно вносимая демократия не нужна, а их устраивает только эволюционное развитие, которое должно отвечать принципу «должно быть не хуже, чем есть».

Как уже отмечалось выше, оптимизация общества должна происходить не на основе равенства, а на основе целенаправленного эволюционного развития с учетом общих законов эволюции Природы. Необходимость целенаправленного эволюционного развития объясняется тем, что в процессе естественного отбора могут появляться антиподы, которые нежелательны в оптимальном (гармоничном) обществе. Так, в процессе развития животного мира, наряду с травоядными, появились и хищники, что вполне естественно для животного мира, но не приемлемо для цивилизованного общества. Это не значит, что в обществе все должны мыслить одинаково: должна быть конкуренция мыслей и идей, но не действий, способных разрушить общество и Природу.

Основу оптимального общества должны составлять гармония интересов и стабильность развития. В качестве одного из основных принципов достижения целей этого общества есть принцип смешанного экстремума, в основе которого

лежит многокритериальная оптимизация, позволяющая достичь гармонии и стабилизации за счет игровых стратегий.

Основные характерные черты оптимального общества:

- высокая духовность и культура;
- свобода, понимаемая как осознанная необходимость;
- демократия как контроль над властью и сочетание индивидуальных и общественных интересов (самоограничения);
- гармоничная высокая и широкая образованность;
- гармонизация распределения доходов;
- гармонизация гуманитарных и технических проблем;
- гармонизация организации общества;
- гармонизация потребления, производства и отходов человеческой деятельности с экологией, в частности, и Природой вообще;
- гармонизация полученных знаний и создание новых высоких технологий;
- гармонизация экономики на основе иерархии динамических балансов;
- гармонизация политического устройства;
- гармонизация законодательства;
- гармонизация возможностей членов общества;
- информатизация общества;
- высокотехнологичное производство (промышленное и сельскохозяйственное);
- гармонизация всех видов образования (среднего и высшего);
- интеллектуализация общества;
- высокий профессионализм членов общества;
- высокие социальные стандарты жизни членов общества;
- эффективная экономика;
- эффективное образование и наука;
- эффективный менеджмент;
- эффективный инженеринг;
- гармонизация использования собственности (государственной, кооперативной, акционерной, муниципальной и частной);
- эффективные производства (с гармонизацией доходов и общественных потребностей);
- высокий патриотизм;
- использование эффективных обратных связей;
- адаптивное к внутренним и внешним условиям существования общества;
- саморазвивающееся общество в условиях конкуренции;
- гармонизация потребностей и возможностей;
- гармоничное разделение труда и функций между членами общества;

- гармоничное распределение функций между уровнями иерархии управления обществом и на каждой иерархии;
- гармоничное распределение функций между законодательной, исполнительной и судебной ветвями Власти;
- гармонизация межчеловеческих и других отношений в обществе (принципиальность, терпимость, мудрость и т.д.);
- создание условий для процветания творческих личностей;
- создание научно обоснованных приоритетов и ранжирование членов общества в соответствии с их вкладом в развитие общества;
- члены общества должны не только обладать соответствующими правами, но и иметь возможности ими пользоваться;
- прозрачность и эффективность (фондового рынка и т.д.);
- создание и поддержание эффективных собственников (частных, государственных, кооперативных и т.д.).

В заключение отметим, что уже древние понимали, что действительную устойчивость цивилизации могут придать массовость, повсеместность и общедоступность знаний и ремесел, всеобщность образования и культуры, социальная защищенность и т.д. Именно эти качества и настоящая демократия являются важнейшими качествами гармоничного общества.

Таким образом, в работе показано, что как рыночная, так и плановая экономика, с точки зрения управления, не является самодостаточной, и поэтому будущее общество будет основано на рыночно-плановой экономике с адаптивно-интеллектуальным управлением.

Прогресс этого общества будет связан прежде всего с развитием наукоемких технологий, основанных на новых знаниях, информатизации и гуманизации общества.

Первостепенную роль в нем будут играть получение, структурирование, обработка, распространение и хранение знаний, роль которых возрастет настолько, что они начнут частично замещать капитал, образуя интеллектуальный капитал. Обеспечение иерархии баланса интересов природы и общества станет решающим для обеспечения целостного эволюционного развития общества. Особую роль в этом обществе приобретут информационные технологии как средство работы с информацией и знаниями.

На смену предпринимателям в этом обществе придут аналитики - люди, обладающие знаниями и умеющие их воплощать в дело.

Дом в этом постиндустриальном информационном обществе для большинства его членов станет не только местом проживания, но и местом, где человек будет отдыхать, учиться, работать и молиться.

## Список литературы

1. *Научно-технический прогресс: Словарь* / Сост. В.Г. Горохов, В.Ф. Халипов. – М.: Политиздат, 1987. – 366 с.
2. *Теслер Г.С.* Интенсификация процесса вычислений // Математические машины и системы. – 1999. – № 2. – С. 25 – 37.
3. *Мешко І.М.* Історія економічних вчень. Основні течії західноєвропейської та американської думки. – Київ: Вища школа, 1994.
4. *Павловський М.А.* Шлях України. Шлях вліво, шлях вправо – хибний шлях. – Київ: Техніка, 1996. – 152 с.
5. *Политическая экономия: Учебник* / акад. К.В. Островитянов, чл.-кор. Д.Т. Шепилов, чл.-кор. Л.А. Леонтьев и др. – М.: ГИПЛ, 1954. – 640 с.
6. *Шемятенков В.Г.* Между стихией и планомерностью. – М.: Мысль, 1987. – 119 с.
7. *Морозов А.А., Яценко В.А.* Интеллектуализация ЭВМ на базе нового класса нейромиметических растущих сетей. – Киев: Тираж, 1997. – 128 с.
8. Нейронні мережі в системах автоматизації / В.Г. Архангельський, І.М. Богасенко, Г.Г. Грабовський, М.О. Рюмшин. – Київ: Техніка, 1999. – 364 с.
9. *Лопатников Л.И.* Популярный экономико-математический словарь. – М.: Знание, 1973. – 168 с.
10. *Информатика в понятиях и терминах* / Г.А. Бордовский, В.А. Извозчиков, Ю.В. Исаев и др. – М.: Просвещение, 1991. – 208 с.
11. *Справочник-словарь терминов АСУ* / В.И. Вьюн, А.А. Кобозев, Т.А. Паничевская, Г.С. Теслер. – М.: Радио и связь, 1990. – 128 с.
12. *Седов Е.А.* Одна формула и весь мир. Книга об энтропии. – М.: Знание, 1982. – 176 с.
13. *Электромагнитные поля в триаде. Человек-Земля-Вселенная* / А.А. Бритков, В.И. Гвоздев, В.А. Кузаев, О.П. Спиридонов и др. // Зар. радиоэлектрон. – 1995. – № 2 – 3.
14. *Брюхович Е.И.* К вопросу информатизации общества // Математические машины и системы. – 1999. – № 1. – С. 123 – 145.
15. *Павловський М.А.* Макроекономіка перехідного періоду: Український контекст. – Київ: Техніка, 1999. – 336 с.
16. *Дмитрук А.* Битва богов. – Киев: Полиграфкнига, 1996. – 390 с.
17. *Гібс В.* Кібернетична клітина (Scientific American) // Світ науки. – 2002. – № 1. – С. 90 – 95.

## **Глава 7. Место и роль алгоритмического базиса в решении проблемы производительности**

### **7.1. Алгоритмический базис и его классификация**

В данной главе основное внимание будет уделено исследованию перспектив развития алгоритмического базиса. Более подробно перспективы развития элементарно-технологического базиса приведены в начале главы 10. Перспективы развития организационного базиса – в главах 4, 9 – 11. Перспективы развития информационного базиса приведены в работе [1]. Экономические аспекты проблемы производительности компьютерных средств приведены в работе [2].

С момента появления ЭВМ все более усиливается их влияние на все области деятельности человечества.

Одна из основных закономерностей, определяющих развитие вычислительных средств, – постоянное повышение их производительности. В связи с этим проблема производительности является центральной в компьютерной науке и ее решение тесно связано с совершенствованием элементарно-технологического, организационного, информационного и алгоритмического базисов.

При этом необходимо учитывать слова корабеля и математика академика А.Н. Крылова [11]: «В приложениях обыкновенно интересует не процесс вычислений, а результат его, поэтому и стараются получить этот результат с достаточной точностью при наименьшей затрате труда и времени».

В виду ограниченности средств совершенствования большинства вышеперечисленных базисов в решении проблемы производительности на современном этапе и в будущем важную роль играет совершенствование алгоритмического базиса. В этой связи справедливо положение [12]: «Просмотр методов решения сложных прикладных задач показывает, что, как правило, эффект, достигаемый за счет совершенствования численных методов, по порядку сравним с эффектом, достигаемым за счет повышения производительности ЭВМ». Аналогичное можно утверждать и при совершенствовании наиболее массовых алгоритмов. Поэтому колоссальный рост скорости вычислений не уменьшает значения эффективных алгоритмов, в которых в большинстве прикладных областей ощущается острая нехватка.

В этой связи имеют важное значение рассмотренные в данной работе вопросы анализа базисов вычислительной техники и классификация алгоритмического базиса по критериям массовости, адаптивности, интенсивности и т.д.

Широкий спектр использования алгоритмов, а также учет особенностей различных видов вычислительных средств, решаемых задач, экономических условий применения и критериев их эффективности сделали актуальным введение понятия алгоритмического базиса.

Целесообразным является рассмотрение периодов развития алгоритмического базиса, связанное с развитием товарного производства информационной продукции.

С точки зрения экономики, подобно материальному производству, можно выделить следующие пять периодов развития алгоритмического базиса:

- создание алгоритмов для удовлетворения собственных потребностей разработчиков технологических и программных средств;
- становление товарного производства алгоритмических и программных средств;
- экстенсивное товарное производство средств вычислительной техники, алгоритмов и программ;
- становление интенсивного товарного производства средств вычислительной техники, алгоритмов и программ;
- интенсивное товарное производство обеспечения средств вычислительной техники, алгоритмов и программ.

В настоящее время реализуется четвертый период развития алгоритмического базиса и средств вычислительной техники.

До тех пор, пока алгоритмы разрабатывались для собственных потребностей пользователя, введение этого понятия не было необходимым. Однако становление товарного производства информационной продукции выдвинуло на передний план технологичность алгоритма – совокупность его свойств, обеспечивающих минимизацию времени счета и затрат ресурсов при производстве информационной продукции. Благодаря технологичности уменьшается себестоимость производимой информационной продукции и увеличивается экономичность и эффективность используемого алгоритма по сравнению с другими вариантами. При этом важным качеством технологичности алгоритма является адаптивность к внешним и внутренним условиям применения. Поэтому вполне естественно, что вопросы решения проблемы производительности на основе алгоритмического базиса в полном объеме не ставились и не решались.

При производстве информационной продукции вообще и при создании вычислительных алгоритмов, в частности, используются следующие факторы:

- разработка, исследование и реализация новых методов и алгоритмов, обеспечивающих повышение точности, скорости сходимости, численной устойчивости и сокращения времени счета задачи;
- обеспечение ресурсосбережения (минимизация допустимой точности счета, экономия памяти и других ресурсов);
- снижение трудоемкости производимой информационной продукции за счет адаптации (односторонней либо взаимной) алгоритмических, информационных и технических вычислительных средств;
- повышение фондоотдачи информационной продукции за счет выявления и устранения «узких мест» и диспропорций в вычислительном процессе,

максимизация загрузки устройств обработки, устранение непроизводительных затрат и простоев оборудования путем использования соответствующей организации процесса вычислений и создания соответствующих алгоритмов, использование динамических схем счета и т.д.;

- аппаратная либо микропрограммная реализация наиболее массовых алгоритмов нижнего уровня или их частичная аппаратная поддержка;
- широкое использование прошлого труда (использование табличных, таблично-алгоритмических методов и т.д.);
- интеллектуализация при создании алгоритмов и их реализация.

В общем случае проблема выбора эффективного алгоритма включает исследование следующих множеств [13]: задач, алгоритмов, свойств и критериев. При этом ускорение вычислений во многом зависит от использования разнообразности алгоритмов решаемых задач, массовости использования и их адаптации к условиям применения. Именно эти три таксона лежат в основе классификации алгоритмического базиса как фактора процесса ускорения вычислений.

В данной работе под алгоритмическим базисом<sup>1</sup> понимается совокупность методов и схем счета, алгоритмов, функциональных преобразований, решающих правил, моделей вычислительных процессов, стандартных и определяемых функций, выражений, цепочек операторов, макросов и т.д., составляющих основу решения прикладных задач.

Классификация алгоритмического базиса может быть осуществлена исходя из различных подходов: функционального, статистического, адаптации к условиям применения, учета особенностей алгоритмов по предметным областям использования, закрепления выполняемых функций в вычислительных средствах, системного, генетического, динамического, статического, микро- и макро подходов, сложности алгоритмов, экономического и др.

Однако для решения проблемы производительности на основе совершенствования алгоритмического базиса целесообразно рассмотреть классификации, основанные на функциональных, статических и адаптивных подходах, с учетом в той или иной мере остальных подходов.

Рассмотрим эти классификации, исходя из различных подходов и методов декомпозиции алгоритмического базиса.

Классификация алгоритмов, исходя из особенностей классов решаемых задач и частоты встречаемости операций (операторов), является для современной компьютерной науки привычной. Например, определение эффективной производительности по смесям Гибсона; деление задач по классам и внутри их и т.д. Выявление таких особенностей чрезвычайно важно при построении специализированных и проблемно-ориентированных вычислительных средств.

---

<sup>1</sup> В работе под термином «базис» понимается совокупность определенных средств и ресурсов, участвующих в процессе производства информационного продукта.

Классификация алгоритмов по критерию массовости, которая отражает свойство использования алгоритма в задачах определенного класса, также известна компьютерной науке, но не связывалась напрямую с повышением производительности вычислительных средств.

Подобная классификация впервые осуществлена для таких важных классов задач, как обработка сигналов и изображений. Это объясняется необходимостью обработки больших массивов информации и во многих случаях необходимостью решения этих задач в реальном времени. В данной работе критерий массовости использования алгоритмов применяется для всех классов задач и имеет новое значение.

Классификация по критерию адаптивности алгоритма к внешним и внутренним условиям применения направлена на уменьшение временной сложности алгоритма и/или обеспечение универсальности использования. При этом различают адаптацию к обрабатываемым данным, особенностям используемых вычислительных средств и/или классу решаемых задач. Деление задач и методов на классы может быть получено исходя и из разных подходов: по классам гладкости, по используемым данным, по методу получения результата (численные, аналитические, численно-аналитические), на основе количественных характеристик (много входных, мало счета; мало входных данных, много счета и т.д.), на основе учета статистических данных по использованию операций в ЭВМ для различных классов задач (смеси Гибсона) и т.д.

С точки зрения производства информационной продукции наиболее предпочтительным является классификация составляющих частей алгоритмов решения задач на основе свойства массовости. Критерий массовости выбран в связи с тем, что оптимизация массовых алгоритмов в наибольшей степени обеспечивает интенсификацию вычислений. С точки зрения критерия массовости алгоритмический базис можно условно разделить на следующие уровни обработки: нижний (базовый), промежуточный и верхний. Нижний уровень обработки включает наиболее массовые части алгоритма решения класса задач, промежуточный – объединяющие специализированные части алгоритма решения данного класса задач, а верхний – обобщенные части алгоритмов решения класса задач (рис. 7.1).

В связи с тем, что наиболее часто используемые фрагменты алгоритмов решения задач относятся к нижнему уровню обработки, то именно они существенно влияют на ускорение вычислений. Это подобно положению Флина о том, что циклы, занимающие менее 4 % кода программы, требуют более половины времени счета задачи. Для сложных задач этот показатель еще выше.

В общем случае в нижний уровень обработки можно включать алгоритмы выполнения операций ЭВМ (при разработке ЭВМ). Но с точки зрения пользователя нижний уровень обработки начинается с операторов.

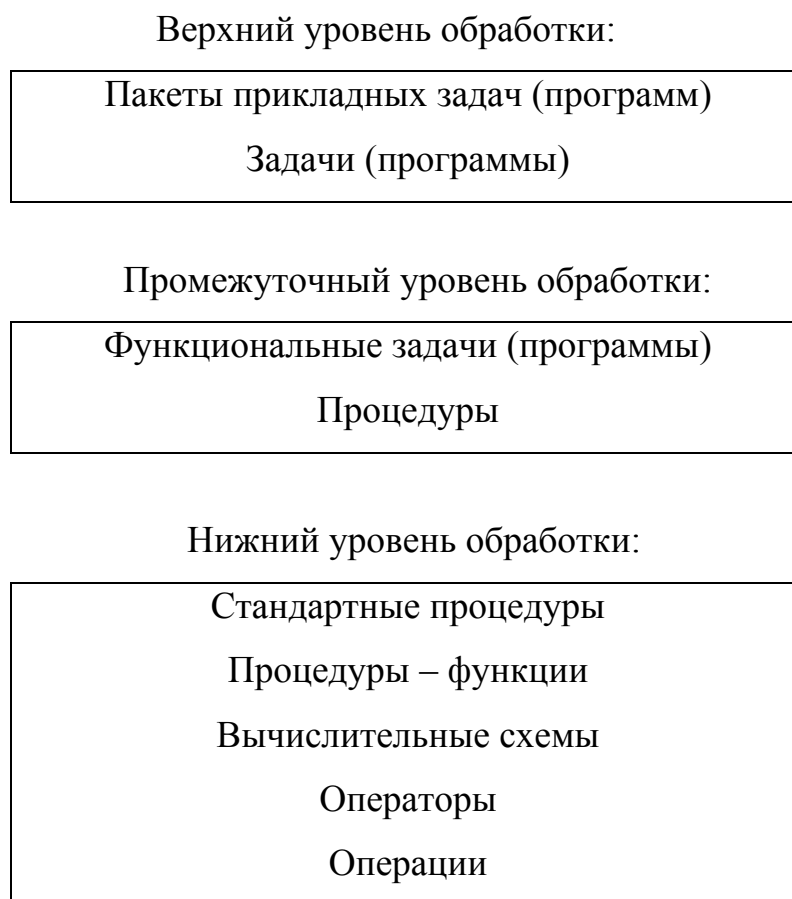


Рис. 7.1. Классификация алгоритмического базиса по критерию массовости использования его компонент

Практика создания языков высокого уровня и математических сопроцессоров показывает, что наиболее часто встречаемые функции либо цепочки операторов включаются в наборы стандартных функций и/или операторы математических сопроцессоров. При решении научно-технических задач в стандартные функции включают, прежде всего, элементарные и некоторые специальные функции, а в некоторых случаях – операторы получения последовательности случайных чисел (для задач моделирования).

В зависимости от рассматриваемой предметной области в различные уровни обработки входят свои подмножества фрагментов алгоритмов решаемых задач.

Существует сильная зависимость производительности системы от соответствия алгоритма решаемой задачи структуре ВС. Поэтому необходимо обеспечить соответствие структуры ВС решаемой задаче (специализация ВС) либо классу задач (проблемная ориентация ВС), либо использовать соответствующие адаптивные методы и алгоритмы. В связи с этим целесообразно рассмотреть классификацию алгоритмов в зависимости от механизмов, позволяющих адаптироваться к условиям применения.

Учитывая эти механизмы приспособления к условиям применения, различают следующие виды адаптации: статическая и динамическая адаптация и автоматический выбор эффективного алгоритма (табл. 7.1). Используя эти механизмы адаптации, можно решить проблему производительности на основе совершенствования алгоритмического базиса.

Таблица 7.1

### Классификация алгоритмов по механизмам адаптации

№ п/п	Классы адаптации алгоритмов	Механизмы адаптации
1	2	3
1	Статическая адаптация (предварительная настройка алгоритма)	<p>Выбор наиболее эффективного алгоритма по назначению.</p> <p>Использование прошлого труда (табличные и таблично-алгоритмические методы, вычислительные схемы типа Белаги-Пана и т.д.).</p> <p>Выявление и устранение «узких мест» в вычислительном процессе и т.д.</p>
2	Динамическая адаптация алгоритма к условиям применения	<p>Использование встроенных механизмов адаптации (невязки, итеративные процессы, рекуррентные соотношения, начальные и завершающие приближения).</p> <p>Использование порождающих (обобщенных) алгоритмов.</p> <p>Использование адаптивных по данным алгоритмов (сегментная аппроксимация, динамические схемы счета, методы табулирования и экстраполирования функций и т.д.).</p> <p>Использование адаптивных по точности алгоритмов (переменная либо произвольная разрядность, мини-максные аппроксимации, специальные нормы погрешности, изменяемые константы асимптотики погрешностей и т.д.).</p> <p>Использование адаптивных по времени и ресурсам алгоритмов (различные виды экономичных algo-</p>

		ритмов, произвольная сходимость итерационных формул, разнообразные вычислительные схемы и т.д.). Адаптивные по устойчивости счета алгоритмы
3	Автоматический (автоматизированный) выбор эффективного алгоритма для данного применения	Используются механизмы порождения и конкуренции. Используются механизмы обратных связей (обратной и прямой). Используются механизмы саморазвития и самоорганизации. Использование баз знаний нового типа

По способам реализации адаптивные алгоритмы можно реализовать программно (наиболее гибкая, но и наиболее медленная реализация), микропрограммно (достаточно гибкая и быстрая реализация), аппаратно (наименее гибкая, но наиболее быстрая реализация) и комбинируя вышеописанные методы.

Необходимо отметить, что аппаратная реализация адаптивных алгоритмов может быть наиболее эффективной при использовании программируемых вычислительных структур и архитектур.

## **7.2. Анализ базисов вычислительной техники и решение проблемы производительности**

Решение проблемы производительности в общем случае основывается на совершенствовании элементарно-технологического, организационного, информационного и алгоритмического базисов. Средства этих базисов, хотя решают проблему производительности в целом, имеют различную направленность и различные потенциальные возможности. Для оценки роли алгоритмического базиса необходимо ответить на три вопроса.

Первый вопрос, возникающий у исследователей проблемы повышения производительности вычислительных средств:

«Каковы потенциальные возможности совершенствования этих базисов?»

Второй вопрос: «Каковы средства и методы необходимо использовать для совершенствования этих базисов?»

Третий вопрос: «Что дают найденные средства и методы?»

Ответ на первый вопрос важен вследствие того, что средства совершенствования перечисленных выше базисов на каждом из этапов развития вычислительной техники находятся в различных стадиях развития. Ресурс одних

средств может быть близок к истощению, других – неограничен, а третьих – ограничен, но имеет еще достаточно большой резерв развития.

Ответ на второй вопрос дает возможность непосредственно выделить методы и средства, влияющие на повышение производительности вычислительных средств, а ответ на третий вопрос имеет качественную (в рамках выбранного критерия) и количественную оценки.

В целом, ответы на все три вопроса дают возможность оценить место и роль каждого из базисов, методов и средств повышения производительности ЭВМ и ВС.

Как уже отмечалось выше, в вычислительной технике существуют только три вида средств интенсификации вычислений – сокращение количества и продолжительности действий, а также полное или частичное совмещение во времени их выполнения.

В таблице 7.2 приведена направленность методов и средств на интенсификацию процесса вычислений.

Таблица 7.2

Направленность методов и средств Базис	Сокращение общего количества действий	Сокращение продолжительности всех или части действий	Совмещение во времени выпол- нения действий
1. Элементный	–	+	–
		(всех действий)	
2. Информационный	–	+	+
		(части действий)	
3. Организационный	–	–	+
4. Алгоритмический	+	+	+
		(части действий)	

Из таблицы 7.2 видно, что только алгоритмический базис дает наибольшее число точек приложений. Благодаря этому возрастает роль алгоритмического базиса в интенсификации процесса вычислений.

Проведем анализ достигнутых результатов различными базисами на современном этапе развития компьютерной науки.

Одним из основных показателей, по определению поколений ЭВМ, является степень развития элементного базиса. Непосредственно на производительность вычислительных средств влияют частотные свойства элементного базиса, которые косвенно связаны с миниатюризацией и уменьшением потребляемой мощности.

В настоящее время основой элементной базы вычислительной техники является полупроводниковая электроника. В работе [15] отмечается, что время срабатывания электронных схем на кремниевой основе, применяемых в современных супер – ЭВМ, составляет  $5 \cdot 10^{-9} \dots 3,5 \cdot 10^{-10}$  секунды.

Однако при этом главный машинный такт понижается на порядок, что связано с импедансом межсоединений [14]. Повышение быстродействия элементной базы связывают с переходом на арсенид галлия или на использование криогенной техники, что позволит повысить частоту срабатывания логических элементов на 1,5 – 2 порядка [3]. Это утверждение хорошо согласовывается с анализом, проведенным в работе [15], в которой утверждается, что резервы по миниатюризации, быстродействию и уменьшению потребляемых мощностей для элементно-технологической базы составляют 1 – 1,5 порядка на каждый из показателей и близки к исчерпыванию.

Большое значение для создания элементной базы имеет плотность упаковки, уменьшение потребляемой мощности и снижение стоимости.

Так, в начале следующего тысячелетия ожидается создание Гигачипов, которые будут содержать до миллиарда транзисторов [5]. В 2005 году ожидают получения Гигачипов памяти емкостью 4 миллиарда бит (Гигабит), а в 2011 году – 64 Гигабита [5].

Дальнейшее повышение быстродействия элементной базы связывают с созданием приборов на квантово-механических эффектах, где субатомные частицы ведут себя как волны. Эти приборы позволяют повысить упаковку элементов в СБИС на два порядка и на четыре порядка снизить стоимость операции, а также обеспечат уменьшение потребляемой мощности по сравнению с обычными элементами [16].

Большие надежды на повышение быстродействия элементной базы возлагают на создание оптических переключателей с быстродействием 30 ГГц. Оптические устройства, собранные из оптических элементов, могут ускорить считывание информации на 3 порядка за счет параллельного выполнения операций. Началась разработка и исследование действующего образца оптического компьютера, способного обрабатывать данные со скоростью света (университет Хариота-Уатта в Шотландии) [17]. Видимо, исходя из подобных результатов и учета развития вычислительных средств в 80-х годах нашего столетия, в работе [18] утверждается, что освоено лишь 1 – 5 % тех потенциальных возможностей элементной базы, которые можно достичь, приближаясь к фундаментальным физическим пределам. Дальнейшее развитие элементарной базы связывают с нано- и подобными технологиями.

Таким образом, можно утверждать о практической исчерпанности элементного базиса, основанного на полупроводниковой технологии и значительных резервах его развития при использовании оптических переключателей и

нанотехнологий. Однако в целом развитие элементно-технологического базиса в любом случае ограничено фундаментальными законами физики.

Элементно-технологический базис определяет только основу создания высокопроизводительной вычислительной техники, но ее эффективное использование во многом зависит от совершенствования остальных базисов.

Перейдем к анализу состояния остальных базисов.

Организационный базис проще всего проанализировать на основе использования коэффициента производительно используемого машинного времени [6]:

$$\eta = T_{\Pi} / (T_{\Pi} + T_{\text{H}}),$$

где  $T_{\Pi}, T_{\text{H}}$  – соответственно производительное и непроизводительное машинное время;

$T_{\Pi} + T_{\text{H}} = T_{\text{общ}}$  – общее время, затрачиваемое вычислительными средствами на решение задач.

Показатель  $\eta$  (аналог КПД) позволяет оценить долю непроизводительных затрат времени на решение задачи. Как было показано в работе [6], для ЭВМ третьего поколения показатель  $\eta = 0,01$ , т.е. примерно равен 1 %.

Причина таких низких производительных затрат состоит, с одной стороны, в незагруженности операционных автоматов по вине архитектурно-структурных решений, а с другой стороны, в несовершенстве ОС. Так, на выполнение алгоритмов ОС EXEC-8 расходуется 98,3 % производительности ЭВМ UNIVAC 1108 при решении задач реального времени и 88,8 % при решении стандартного набора задач [18]. Однако в отдельных случаях (за счет специализации и адаптации технических алгоритмических средств) удастся довести показатель  $\eta$  до 0,8. Теоретически  $\max \eta = 1$ , т.е. и в этом случае имеется предельная форма организации. Но и при коэффициенте  $\eta = 1$  реальная производительность мультимикропроцессорной системы во многом зависит от алгоритмического базиса и алгоритмов решения задач.

Анализ информационного базиса (совокупность средств представления, хранения и передачи информации) будем проводить в аспекте влияния его на решение проблем производительности.

Скорость передачи информации по линиям связи в пределе ограничена скоростью света, т.е.  $3 \cdot 10^5$  км/час = 0,3 м/нс.

Но в реальных линиях связи при длине линии связи 25 – 35 см величина задержки распространения сигнала  $t = 2 - 2,5$  нс [14]. В соответствии с законами Амдала, утверждающими, что производительность системы определяется самым медленным ее компонентом, и Флина, что каждому миллиону операций производительности должно соответствовать не менее 1 Мбайта оперативной

памяти, понятно требование «трех Т» (Терафлопс, Терабайт, Терабайт/сек) для будущих супер-ЭВМ [17, 19].

Баланс производительности, емкости памяти и пропускной способности может достигаться различными средствами. Так, время обращения к оперативной памяти определяется, с одной стороны, элементной базой, а с другой стороны, ее архитектурой (иерархическим построением системы памяти ЭВМ и ее расслоением, т.е. организацией ее функционирования). При этом предельное время обращения к памяти также ограничено фундаментальными законами физики. Аналогично можно сказать и о пропускной способности каналов. При этом необходимо учесть, что в реальных системах связи их пропускная способность зависит также от эффективного их использования.

Так, в работе [20] показано, что показатель эффективного использования каналов (аналог КПД для каналов)  $\eta = U_n / U_H$ , где  $U_n, U_H$  – соответственно полезная и номинальная пропускная способность канала. Там же отмечается, что для реальных каналов величина  $\eta = 30 - 60\%$ . Поэтому для обеспечения роста пропускной способности каналов после исчерпания интенсивных факторов используются экстенсивные факторы – увеличение числа каналов.

Для повышения производительности вычислительных средств важна еще одна компонента информационного базиса – представление информации вообще и в обрабатывающих устройствах, в частности. Для последнего случая подробный анализ проведен в работе [7], где показано, что наибольшим эффектом обладает система проблемно-ориентированных счислений со сверхвысокими основаниями.

Таким образом, и этот вид интенсивных средств повышения производительности вычислительных средств в пределе ограничен и практически исчерпан.

Именно поэтому в основном дальнейшее увеличение производительности ЭВМ связывают с экстенсивными факторами – параллельными вычислениями. Используя современные достижения компьютерной науки и технологии, можно добиться «трех Т» в ближайшее время, а в дальнейшем и более существенных результатов. Но потребности высокопроизводительных и экономических вычислений растут еще быстрее. Поэтому, не умаляя роли параллельных вычислений в решении проблемы производительности, возникает необходимость обращения к нетрадиционному средству интенсификации процесса вычислений – к совершенствованию алгоритмического базиса. При этом необходимо учесть следующие обстоятельства:

- неисчерпаемость совершенствования алгоритмического базиса в силу неисчерпаемости процесса познания;
- направленность совершенствования алгоритмического базиса на интенсификацию процесса вычислений;

- невозможность решения проблемы производительности СВТ без учета возможностей совершенствования алгоритмического базиса;
- возрастающую роль совершенствования алгоритмического базиса по мере исчерпывания возможностей других базисов;
- использование алгоритмического базиса во всех видах вычислительных средств;
- возрастание потенциальных возможностей алгоритмического базиса по мере накопления новых знаний.

### **7.3. Методы и средства алгоритмического базиса для ускорения процесса вычислений**

Как уже отмечалось выше, алгоритмический базис характеризуется выбранными методами решения задач и способами их реализации на ЭВМ и ВС. Алгоритмический базис оказывает существенное влияние на время решения задачи, количество выполняемых устройствами действий (операций), объемы используемой памяти, загрузку каналов и другого оборудования.

Совершенствование алгоритмического базиса для повышения производительности ЭВМ и ВС в настоящее время происходит лишь эпизодически, что в основном объясняется имеющимися пока резервами организационного, элементно-технологического и информационного базисов, а также отсутствием теоретических положений о роли и месте алгоритмического базиса в процессе интенсификации процесса вычислений.

Основу интенсификации процесса вычислений, как уже отмечалось выше, составляют: сокращение количества действий (операций, команд, обрабатываемых разрядов и т.д.) – фактор 1; сокращение времени на выполнение этих действий – фактор 2; совмещение во времени выполнения этих действий – фактор 3, а также ресурсосбережение за счет рационального использования оборудования – фактор 4.

В таблице 7.3 приведены методы, средства и факторы процесса интенсификации производства информационной продукции на основе совершенствования алгоритмического базиса.

Как видно из таблицы 7.3, процесс интенсификации при производстве информационной продукции во многом подобен материальному производству, хотя имеет некоторые особенности.

В конечном счете средства интенсификации процесса вычислений, приведенные в таблице 7.3, направлены на уменьшение временной скорости вычислений, а также алгоритмической сложности (сокращение объема программ и сокращение семантического разрыва между языками программирования высокого уровня и машинными инструкциями).

Таблица 7.3

**Интенсификация процесса вычислений**

№ п/п	Методы и средства	Факторы процесса интенсификации			
		Фактор 1	Фактор 2	Фактор 3	Фактор 4
1	2	3	4	5	6
1	1. Оптимизация точности вычислений 1.1. Использование переменной точности (разрядности) счета 1.2. Минимизация константы асимптотики погрешности 1.3. Использование соответствующей нормы погрешности 1.4. Согласование норм погрешности начального приближения и итерационной формулы 1.5. Использование инкрементных вычислений 1.6. Обеспечение устойчивости счета 1.7. Уменьшение исходного интервала изменения аргумента	+	+  +  +  + + +		
2.	1. Увеличение скорости сходимости 1.1. Адаптивные по времени аппроксимации		+		
3	1. Использование прошлого труда (предыдущих либо заранее выполненных вычислений) 1.1. Табличные методы 1.2. Таблично-алгоритмические методы 1.3. Использование специальных вычислительных схем счета (Мотцкина, Белаги, Пана и других)	+ +	+ +  +		+
4	Использование асинхронных вычислений (методы «цифра за цифрой» Чена, адаптивный асинхронный метод и т.д.)	+	+		

Продолжение таблицы 7.3

5	1.Использование непрерывных вычислений 1.1. Итерационные формулы 1.1.1. Методы «цифра за цифрой» 1.2. Рекуррентные соотношения 1.3. «Скользящие» вычисления (статистических характеристик, фильтрации сигналов и т.д.) 1.4. Динамические схемы счета 1.5.Адаптивные по данным аппроксимации	+		+	+
6	1.Использование рациональных схем счета 1.1. Типа БПФ 1.2. Винограда 1.3. Уолша, Горнера и др.	+		+	+
7	Использование рациональных видов аппроксимаций	+			
8	1. Экономические вычисления 1.1. Замена сложных операций простыми (экономичные аппроксимации с простыми коэффициентами) 1.2. Замена длинных данных короткими (п.1, 1.5)		+		
9	Использование эффективных схем счета на основе группировки и упорядочивания данных (методы вычисления статистических характеристик, обработки изображений, фильтрации и т.д., основанные на таблицах типа гистограмм)	+	+	+	+
10	1. Использование вычислений с использованием обратных связей 1.1. Итерационные методы счета 1.2. Адаптивные по времени вычислений аппроксимации	+		+	+
11	1. Эффективная организация вычислений 1.1. Использование RISC архитектуры 1.2. Использование CISC архитектуры 1.3. Использование интегрированной архитектуры	+	+	+	+

Продолжение таблицы 7.3					
12	1. Эквивалентное преобразование алгоритмов и программ 1.1. Преобразования алгоритмов, направленные на соответствие используемому оборудованию 1.2. Преобразования, направленные на сокращение используемых ресурсов	+	+	+	+
13	Уменьшение размерности исходной задачи, алгоритма (методы декомпозиции, методы понижения)				+
14	1. Адаптация алгоритмов к условиям применения 1.1. Использование адаптивных аппроксимаций 1.2. Использование разложений по невязкам для параллельных вычислений 1.3. Распараллеливание алгоритма 1.4. Использование базисных последовательностей рекуррентных соотношений 1.5. Использование базы знаний, основанной на порождающих и конкурирующих алгоритмах	+	+	+	+
15	1. Устранение «узких мест» в процессе вычислений 1.1. Метод баланса (равнопрочности)		+		+

\* — возможно использование при соответствующей структуре вычислительных средств.

В табл. 7.4 приведены данные об ожидаемом ускорении вычислений при использовании некоторых средств интенсификации процесса вычислений. В таблице 7.4 обозначены данные, взятые из работ [8, 12, 21 – 25].

Таблица 7.4

**Ожидаемое ускорение обработки информации**

№ n/n	Направление оптимизации средств интенсификации	Ожидаемое ускорение обработки информации
1	Технологическая база аппаратных средств системы*	$10^3 - 10^5$
2	Общая организация системы в целом* RISC *	2 – 10
3	Рациональное построение программного обеспечения*	2 – $10^2$
4	Анализ и оптимизация алгоритмов обработки изображений*	10 – $10^2$
5	Применение эффективных эвристических методов решения задач обработки изображений*	10 – $10^3$
6	Использование схемы БПФ для 1024 точек: с плавающей точкой*	$10^2$
	с фиксированной точкой*	$10^3$
7	Использование динамического режима счета функций для массива из 1024 точек	$5 \cdot 10^3 - 10^4$
8	Использование сегментной аппроксимации, состоящей из N сегментов	N
9	Использование табличных методов (по сравнению с операцией сложения)	10
10	Аппаратная поддержка, включая использование спецпроцессоров*	5 – $10^2$
11	Конвейеризация вычислений (с n звеньями конвейера при полной загрузке)*	n
12	Ускорение сходимости за счет использования разложения по невязкам по сравнению с базовыми методами (порядка)	$2^n$
13	Вычисление медианы матрицы элементов $n \times n$ с использованием обобщенных таблиц (порядка)	$n^2$
14	Применение Чебышевского двухшагового циклического метода для решения разностных уравнений 500-го порядка по сравнению с методом Ричардсона*	4
15	Применение минимаксных методов приближения по сравнению с разложением в ряд Тейлора*	$2^n$

Средства, связанные с совершенствованием алгоритмического базиса, могут развиваться неограниченно и имеют направленность на интенсификацию процесса вычислений, что делает их действенным инструментом в решении проблемы производительности.

Среди этих средств важную роль играют адаптивные алгоритмы. Как было показано выше, роль этих алгоритмов важна в настоящее время и еще более – в обозримом будущем.

#### **7.4. Адаптация и ее роль в процессе интенсификации вычислений**

На современном этапе развития науки и техники необходим постоянный научно-технический прогресс, который во многом зависит от количества и качества информации в каждой конкретной прикладной области. При этом необходимо получать информацию более высокого качества, производить ее быстрее и дешевле, в больших объемах и эффективно ее использовать.

Современные ЭВМ и ВС являются сложными системами, которые образуются не простым механическим объединением составных частей, а в значительной степени их взаимодействием между собой, которое осуществляется на уровне технических средств, организационного, информационного и алгоритмического базисов.

Оптимизация проектируемых ЭВМ и ВС основывается, с одной стороны, на согласовании структуры системы и технических характеристик с режимами функционирования системы, а с другой стороны, с требованиями пользователя.

В последнее время наблюдается заметное взаимное влияние средств вычислительной техники на алгоритмическое обеспечение и наоборот.

С одной стороны, необходим определенный баланс между техническими средствами и алгоритмами; в идеальном случае каждой вычислительной структуре отвечает свой эффективный алгоритм. Верно и обратное. Такой баланс сокращает время счета и позволяет осуществить экономию используемых ресурсов.

С другой стороны, бурный рост числа специализированных и проблемно-ориентированных процессоров, а также возможность создания в начале следующего тысячелетия Гигачипов, содержащих миллиарды вентиляей, стимулируют разработку новых методов, алгоритмов и подходов их использования.

Помимо этого, в ближайшем будущем ожидается появление «эволюционирующих» программ и генетических алгоритмов, которые смогут сами себя совершенствовать в течение жизни [5].

Известно, что магистральным путем повышения производительности вычислительных средств в настоящее время является разработка многопроцессорных ВС. Для сбалансирования требований по производительности таких ВС и стоимости в их состав включают специализированные процессоры. Кроме это-

го, в персональные компьютеры также включают специализированные сопроцессоры для проведения вычислений с плавающей точкой и вычисления элементарных функций.

При этом как для спецвычислителей, так и универсальных ЭВМ и систем, требуется многообразие эффективных алгоритмов, обладающих определенными свойствами. Особо это важно для алгоритмов, имеющих массовое применение, т.е. алгоритмов нижнего уровня обработки. Проблема получения и использования эффективных алгоритмов усугубляется наличием большой номенклатуры процессоров, ЭВМ и ВС. Решение этой проблемы связано с адаптацией вычислительных и алгоритмических средств.

Как уже отмечалось выше, имеется сильная зависимость производительности вычислительных средств от соответствия алгоритмов решаемых задач их структуре. Поэтому решение проблемы адаптации непосредственно влияет на повышение производительности ЭВМ и ВС.

Проблема адаптации может быть решена на основе разных подходов. Один из подходов – разработка вычислительных средств с программируемой архитектурой и структурой. Но с точки зрения производительного использования машинного времени такие системы не лишены недостатков. Имеется большой класс машин, не обладающих свойствами реконфигурации, где предпочтительным является адаптация алгоритмов к структуре вычислительных средств. Однако гораздо больших успехов при решении этой проблемы можно достичь при взаимной адаптации алгоритмических и технических средств. В частности, на переходном этапе развития вычислительной техники можно использовать синтетические архитектуры, сочетающие мощные команды с RISC инструкциями с одновременным использованием адаптивных алгоритмов.

Основной эффект от использования адаптации в рассматриваемых выше случаях состоит в интенсификации (ускорении) процесса вычислений в сочетании с разумной достаточностью в использовании необходимых ресурсов.

В общем случае существуют два типа адаптации – статическая и динамическая.

Статическая адаптация соответствует специализированным вычислительным средствам и осуществляется заранее. Динамическая адаптация осуществляется в процессе решения задачи и поэтому больше соответствует универсальным и проблемно-ориентированным вычислительным устройствам.

Статическая адаптация, которая обеспечивает соответствие алгоритма вычислительной структуре, одновременно включает механизм выявления и устранения «узких мест», заранее планирует процесс вычислений, заранее вычисляет данные, коэффициенты аппроксимирующих выражений и т.д. Она не требует наличия адаптивного элемента внутри алгоритма.

В отличие от статической, динамическая адаптация требует наличия адаптивных элементов в самом алгоритме и/или в структуре вычислительных средств.

Но в том и другом случае адаптация выступает в роли средства интенсификации процесса вычислений. Эта интенсификация со стороны алгоритмического базиса достигается путем сокращения количества необходимых действий, минимизации допустимой погрешности, увеличения скорости сходимости, уменьшения константы асимптотики погрешности метода, обеспечения устойчивости счета, более полной загрузки устройств обработки, получения специализированных эффективных алгоритмов из обобщенных, организации динамических вычислений и т.д. Классификация алгоритмов по механизмам адаптации приведена в п. 7.2.

Необходимо отметить, что даже при разработке интенсивных средств ускорения вычислений также существует проблема интенсификации. Так, для простейшего метода статической адаптации – табличного, необходимо решить проблему – сокращение времени счета таблиц больших объемов с обеспечением необходимой точности.

Важность сокращения времени вычислений станет ясной из следующего примера [26].

При табличной реализации вычисления функции  $n$  – разрядного аргумента требуется предварительно вычислить  $q^n$  ее значений, где  $q$  – основание системы счисления. При  $n=64$ ,  $q=2$  и времени вычисления одного значения около 1 мкс – для вычисления  $2^{64} = 1,85 \cdot 10^{19}$  значений необходимо  $5,8 \cdot 10^5$  лет! Поэтому практические возможности прямых табличных методов ограничены небольшими разрядностями операндов и понятна важность использования адаптивных алгоритмов для обеспечения процесса интенсификации.

Так, использование адаптивных аппроксимаций [22, 27 – 32] для этих целей дает ускорение на 3 – 4 порядка на 1000 точек.

Аналогично обстоит дело и с таблично-алгоритмическими методами. Хотя объем таблицы в этом случае значительно сокращается, но «алгоритмическая часть» используется каждый раз, когда необходимо вычислить функцию. Поэтому и в данном случае использование адаптивных аппроксимаций для ускорения счета «алгоритмической части» также является крайне важным.

В вышеупомянутых случаях можно использовать динамические формулы счета, которые учитывают особенности вычисляемой функции и/или предшествующие им значения.

Таким образом, адаптивные методы позволяют сочетать универсальность и специализацию, а также адаптироваться к внешним и внутренним условиям применения. Эти особенности при правильном их использовании в конечном счете приводят к интенсификации процесса вычисления.

Имеется еще одно важное свойство адаптивных алгоритмов, связанных с режимами их использования (of-line и on-line). Особо это важно для использования алгоритмов в системах реального времени, когда вслед за поступлением текущих данных необходимо с минимальным запаздыванием выдать текущий результат.

Таким образом, адаптация вычислительных средств к внешним и внутренним условиям использования приводит к повышению эффективности функционирования этих средств.

## **7.5. Адаптивные аппроксимации и интенсификация процесса вычислений**

Как было показано выше, одной из центральных проблем в ускорении процесса вычислений является обеспечение соответствия используемого алгоритма структуре вычислительных средств. Это может быть достигнуто без использования эффективных аппроксимаций вообще и адаптивных аппроксимаций, в частности.

Важность аппроксимаций при решении научных и прикладных задач связана с необходимостью замены сложных объектов исследования и применения более простых. Поэтому отнюдь не кажутся странными слова Нобелевского лауреата Б. Рассела: «Хотя это может показаться парадоксальным, вся наука подчинена идее аппроксимации» [33].

Статическая или динамическая адаптация алгоритма к внутренней структуре вычислительных средств, а также выбор наиболее оптимального алгоритма для данного применения позволяют ускорить процесс вычислений.

Хотя адаптивная аппроксимация (особо это относится к статической адаптации) имеет достаточно древнюю историю, например, использование таблиц, но основные результаты получены сравнительно недавно. Это относится прежде всего к таблично-алгоритмическим методам, методам сегментной и сплайн-аппроксимации. Большое влияние на развитие этих методов оказывал и оказывает в настоящее время уровень развития вычислительных средств. Не лишне упомянуть, что английский ученый Чарльз Беббидж в XVIII веке предложил проект «аналитической машины» для счета различного вида таблиц функций.

Механизмы динамической адаптации в основном отсутствуют. Поэтому понятна важность теории получения адаптивных по точности, сходимости, времени счета данных и т.д. аппроксимаций, которые излагаются в данной работе; предложены подходы для создания научных основ такой теории.

Благодаря этому в значительной степени снимаются противоречия между эффективными специализированными методами и универсальными, так как

эффективные специализированные методы могут быть получены из общих адаптивных методов, что делает их более обоснованными.

Получаемые адаптивные методы, рассматриваемые в работе, основываются на обобщенных базовых последовательностях ИФ, разложениях в ряды Тейлора-Маклорена, цепных дробях, аппроксимациях Паде, разложениях по ортогональным многочленам, минимаксных аппроксимациях и т.д. Адаптивные аппроксимации дают возможность выбрать в каждом конкретном случае наиболее подходящий для данного применения алгоритм вычисления. Основу этих методов составляют: функциональные преобразования и уравнения, переход от явного представления функций к неявному, операции над функциональными рядами и т.д., а также применение широкого спектра различных методов аппроксимаций.

### Список литературы

1. Брюхович Е.И. Экономическая стратегия разработки вычислительных средств: место и роль счислений // УсиМ. – 1990. – № 2. – С. 3 – 18.
2. Брюхович Е.И. Стратегия разработки вычислительных средств и сетей с позиций экономических интересов их владельцев // УсиМ. – 1989. – № 3. – С. 3 – 14.
3. Крылов А.Н. Собрание трудов. Математика. – М.: Изд-во АН СССР, 1949. – 493 с.
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 600 с.
5. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение. – М.: Мир, 1984. – 264 с.
6. Дорфман В.Ф., Иванов Л.В. ЭВМ и ее элементы. Развитие и оптимизация. – М.: Радио и связь, 1988. – 240 с.
7. Смирнов А.Д. Архитектура вычислительных систем. – М.: Наука, 1990. – 320 с.
8. Мельников В.А., Дадаев Ю.Г. Супер –ЭВМ: Проблемы создания, использования и развития // Кибернетика. Становление информатики. – М.: Наука, 1986. – С. 70 – 90.
9. Бейт Р.Т. На пороге нового поколения транзисторов. В мире науки: Пер. с англ. – 1988. – № 5. – С. 66 – 71.
10. Квазар-микро inform. – 1994. – № 5 – 6. – С. 7.
11. Цифровая обработка информации на основе быстродействующих БИС / Гамкерлидзе С.А., Завялов А.В., Мальцев П.П., Соколов В.Г. – М.: Энергоиздат, 1988. – 136 с.
12. Энергомагнитные поля в триаде Человек – Земля – Вселенная / Бритиков А.А., Гвоздев В.И., Кузаев В.А., Спиридонов О.П. и др. // Зар. радиоэлектр. – 1995. – № 2 – 3.
13. Мисилович Н. Суперкомпьютеры в мире и нашей стране // Журнал д-ра Добба. – 1991. – № 3. – С. 12 – 15.
14. Матов В.Н., Белоусов Ю.А., Федосеев Е.П. Бортовые цифровые вычислительные машины и системы. – М.: Высшая школа, 1988. – 216 с.
15. Гимельфарб Г.Л. Аппаратные средства и особенности программного обеспечения диалоговой цифровой обработки изображений // Зарубежная радиоэлектроника. – 1985. – № 10. – С. 87 – 128.
16. Воеводин В.В. Математические модели и методы в параллельных процессорах. – М.: Наука, 1986. – 296 с.
17. Попов Б.А., Теслер Г.С. Вычисление функций на ЭВМ: Справочник. - Киев: Наукова думка, 1984. – 600с.
18. Иванов В.В. Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. - Киев: Наукова думка, 1986. – 584 с.

19. *Функционально ориентированные процессоры* / А.И. Водяхо, В.Б. Смолов, В.У. Плюснин, Д.В. Пузанков. – Л.: Машиностроение, 1988. – 224 с.
20. *Задирака В.К.* Теория вычисления преобразования: Фурье. – Киев: Наука думка, 1983. – 216 с.
21. *Попов Б.А.* Равномерное приближение сплайнами. – Киев: Наукова думка, 1989. – 272 с.
22. *Байков В.Д., Смолов В.Б.* Специализированные процессоры: Итерационные алгоритмы и структуры. – М.: Радио и связь, 1985. – 288 с.
23. *Благовещенский Ю.В., Теслер Г.С.* Вычисление элементарных функций на ЭВМ. – Киев: Техніка, 1977. – 208 с.
24. *Теслер Г.С.* Табулирование элементарных функций на ЦВМ // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1972. – Вып. 1. – С. 127 – 137.
25. *Теслер Г.С.* Разложение функций в цепную дробь по невязкам // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 117 – 125.
26. *Теслер Г.С.* Динамический режим вычисления функций на МВС с программируемой архитектурой на основе адаптивных алгоритмов // Многопроцессорные вычислительные структуры. – 1987. – Вып. 9. (XVIII). – С. 49 – 52.
27. *Теслер Г.С.* Адаптивные по данным алгоритмы вычисления некоторых элементарных функций для МКВС // Программное обеспечение ОВС / АН УССР ИПММС. Препринт № 5 – 90. – Львов. – 1990. – С. 38 – 43.
28. *Теслер Г.С.* Обобщенные адаптивные аппроксимации функций // Математичні машини і системи. – 1998. – № 2. – С. 3 – 8.
29. *Корнійчук Н.П., Лигун А.А., Доронин В.В.* Аппроксимация с ограничениями. – Киев: Наукова думка, 1982. – 252 с.

## Глава 8. Интенсификация процесса вычислений

Концепция информатизации общества, пришедшая на смену его индустриализации, играет важную роль сегодня и будет играть еще большую в наступившем столетии. Эта концепция опирается на комплексную автоматизацию и компьютеризацию общества, охватывая производство, сбыт, связь, транспорт, обслуживание, управление, образование, культуру, быт и т.д. Компьютеризация общества, включающая в себя интернет-технологии, индустрию знаний и т.д., позволяет существенно повысить эффективность всех видов труда и обеспечивает пользователям компьютеров новые возможности на работе, дома и при обучении.

Однако обществу не безразлично, какими средствами достигается эта компьютеризация – экстенсивными или интенсивными. В реальной действительности интенсивные факторы тесно переплетаются с экстенсивными. Последние связаны с привлечением дополнительной рабочей силы и дополнительных капиталовложений. Особо важную роль интенсивные факторы могут играть в предотвращении экономических и экологических кризисов. Этот факт важен в связи с тем, что, по мнению многих аналитиков и футурологов, наступившее столетие будет характеризоваться повышенным вниманием к решению экологических проблем и, в частности, проблемы баланса между человеческой деятельностью и окружающей средой. Среди этих проблем на первый план выдвигается энерго- и ресурсосбережение, а также рационализация человеческой деятельности. Без решения отмеченных выше проблем будущее развитие и даже существование человечества становится проблематичным.

Представляет интерес рассмотрение роли computer science в решении вышеназванных проблем. Безусловно, компьютеризация производства, в частности, и всего общества, в целом, направлена на использование интенсивных факторов во всех сферах деятельности человека. Но при разработке вычислительной техники и ее программного обеспечения во многих случаях используются экстенсивные факторы. Примером такого подхода является продукция, разрабатываемая ведущей в мире фирмой по производству программного обеспечения для персональных компьютеров, рабочих станций и серверов Microsoft. Исходя из обыденных критериев эффективности, Microsoft является одной из самых процветающих фирм в мире. Об этом свидетельствует тот факт, что акции фирмы, где работают 27000 человек, оцениваются в 500 млрд. долларов США, а стоимость акций со дня основания фирмы (1975 г.) возросла примерно в 500 раз. Помимо этого, ее президент Билл Гейтс является самым богатым человеком на планете.

Создаваемые фирмой программные продукты привели к расширению функциональных возможностей компьютеров, что, безусловно, хорошо. Но, с

другой стороны, решение многих задач под управлением создаваемых фирмой программных продуктов требует резкого увеличения производительности процессора и объемов используемых ресурсов компьютера даже для тех задач, которые решались на компьютерах предыдущих поколений, а это уже лишние затраты финансов и ресурсов. По нашим оценкам, использование интенсивных факторов при создании такого программного продукта и рациональной организации процесса вычислений позволили бы решать основной спектр решаемых сегодня на компьютерах задач на значительно менее производительных процессорах. Такой подход позволил бы большинству пользователей ЭВМ не столь резко менять имеющиеся у них вычислительные средства, что и привело бы к значительному ресурсо-, энерго- и капиталосбережению. Внутренние причины этого явления ясны: недостаточность использования интенсивных факторов при создании программного обеспечения. Внешними же причинами, по нашему мнению, являются следующие: отсутствие в настоящее время научно обоснованной теории построения постиндустриального общества, идущего на смену обществу потребления; искусственное насаждение понятий престижности и моды, культивируемых в обществе потребления; наличие монополизма в производстве определенных видов товаров массового потребления (в нашем случае – программного обеспечения) и, как следствие, завышение цены на товар с целью получения сверхприбыли. Помимо этого, в рассматриваемом случае, по-видимому, имеется негласный, а, может быть, и гласный сговор заинтересованных сторон – производителя товара и связанных с ним партнеров по бизнесу, а, также госаппарата. Таким образом, государство делает вид, что не замечает наличия монополизма и сверхприбыли производителя в обмен на получение большей массы налогов с продажи программного обеспечения, которое дает в экономику США 100 млрд. долларов налогов в год, а партнеры по бизнесу (в нашем случае – производители компьютерной техники) получают дополнительную прибыль не только за счет расширения областей использования выпускаемой продукции, но и за счет неявного побуждения и принуждения пользователей, имеющих достаточно современные изделия, покупать новые. Это приводит к нерентабельному использованию средств и ресурсов, что со временем приведет к возникновению экономических и экологических проблем в рамках государства и шире.

Приведенный выше пример не исчерпывает сфер такого подхода. Аналогичные проблемы возникают в сфере производства одежды, бытовой техники, транспортных средств и т.д.

Экстенсивные факторы в вычислительной технике связаны, прежде всего, с широким использованием параллелизма, нерациональной организации процесса вычислений, с неэффективным использованием функциональных возможностей совокупности вентилях на кристалле СБИС и т.д.

Во многих случаях такие проблемы возникают из-за неиспользования принципов и критериев интенсификации процессов вычислений. Настоящая работа хоть и не дает полного ответа на все поставленные вопросы, но является тем компасом, который позволит двигаться инженерам и ученым при решении этих проблем в нужном направлении.

Особо важным является использование интенсивных средств в постиндустриальном обществе в связи с проблемой баланса деятельности человечества и окружающей его экосистемы. На смену свободному предпринимательству приходит смешанная система [1, 2]. Это, прежде всего, связано с тем, что достигать увеличения производительности любой ценой недопустимо из-за ограниченности ресурсов и отрицательного воздействия на экосистему. Поэтому необходимо введение ограничений и понимание свободы не как вседозволенности, а как осознанной необходимости. Поэтому, наряду с повышением производительности, следует исповедовать принятый в медицине принцип – не навреди. Такой подход необходим не только в сфере материального производства, но и в сознании. Однако проблема вышеназванного баланса – предмет отдельного исследования. В данной работе основное внимание уделено принципам и критериям интенсификации вычислений.

### **8.1. Постановка проблемы**

Постоянное повышение производительности вычислительных средств сопровождается снижением себестоимости производимой информационной продукции [3]. О важности снижения себестоимости информационной продукции косвенно свидетельствует показатель – отношение стоимость/производительность.

Повышение производительности в настоящее время в основном достигается путем повышения частотных свойств элементов (совершенствование элементно-технологического базиса) и использования параллельных вычислений. Если первый путь использует интенсивные факторы ускорения вычислений, то второй – преимущественно экстенсивный, так как связан с наращиванием количества одновременно работающих элементов. Однако в общем случае для обеспечения высоких показателей производительности, надежности, стоимости и интеллектуальности необходимо более полно использовать потенциальные возможности элементно-технологического, организационного, информационного и алгоритмического базисов. В работе [3] показано, что потенциальные возможности этих базисов на данном этапе развития вычислительных средств различны.

В связи с этим каждый из рассматриваемых базисов обеспечивает свой уровень ускорения вычислений. Поэтому важное значение приобретают преимущественно интенсивные методы и средства. При этом интенсивные факто-

ры, как и в экономике, основаны на качественном совершенствовании орудий труда, рациональном использовании имеющихся ресурсов, улучшении организации труда и производства, повышении квалификации работников, использовании достижений научно-технического прогресса и т.д.

Исходя из вышесказанного, интенсификация процесса вычислений предполагает увеличение качественных факторов экономического роста. Это достигается прежде всего за счет сокращения времени счета решаемых задач путем:

- использования новых технологических, информационных и прочих технологий;
- рациональной организации вычислений;
- увеличения пропускной способности каналов связи;
- рациональной организации системы хранения и обработки информации;
- повышения машинного интеллекта;
- рационального распределения ресурсов системы между устройствами системы и задачами;
- обеспечения рациональной загрузки элементов системы;
- адаптируемости вычислительных средств, программного и математического обеспечения к внутренним и внешним условиям применения;
- уменьшения стоимости производимого продукта;
- увеличения надежности и отказоустойчивости технических средств и программного обеспечения;
- ресурсосбережения, включая уменьшение энергопотребления;
- уменьшения затрат на единицу информационной продукции, систематического снижения объема используемых вычислений (живого труда) и увеличения использования прошлого труда на единицу информационной продукции и т. д.

Одним из факторов интенсификации вычислений есть взаимная адаптация технических, программных и алгоритмических средств.

При взаимной адаптации гораздо сложнее адаптировать технические средства к используемым алгоритмам, чем подобрать соответствующие алгоритмы, отвечающие заданной структуре вычислительных средств.

Наряду с взаимной адаптацией для целей ускорения вычислений широко используется односторонняя адаптация. К числу таких средств относится специализация технических, информационных, организационных и алгоритмических средств.

Для достижения соответствия технических и алгоритмических средств друг к другу требуется большое их разнообразие. При этом в настоящее время разнообразие технических средств ограничено, а алгоритмических средств недостаточно. О последнем свидетельствует постоянный недостаток эффективных алгоритмов для конкретных применений. Поэтому для преодоления этого

недостатка целесообразно перенести идеологию смешанных вычислений [7], предложенную академиком А.П. Ершовым для решения проблем программирования, на создание соответствующего алгоритмического базиса. Для этого необходимо разработать и использовать систему порождающих алгоритмов, которые позволят получать соответствующие специализированные эффективные алгоритмы, исходя из некоторой системы обобщенных алгоритмов. Этой цели наиболее полно отвечают адаптивные методы и алгоритмы и построенная соответствующая база знаний, основанная на порождающих и конкурирующих алгоритмах [5, 6].

Такой подход позволяет более компактно представлять имеющиеся знания в конкретной предметной области и обеспечивать необходимое разнообразие эффективных специализированных алгоритмов для интенсификации процесса вычислений. При этом специализация и проблемная ориентация технических, программных и алгоритмических средств может быть осуществлена на разных уровнях: структурном, архитектурном, микропрограммном, программном и алгоритмическом. Однако цель всех этих подходов одна – интенсификация процесса вычислений. В работе большое внимание уделено интенсификации за счет использования различных видов адаптивных по времени, данным и точности алгоритмов, архитектур и структур.

Основной эффект такого подхода достигается при совершенствовании массовых алгоритмов нижнего уровня обработки. При этом необходимо использовать различные механизмы адаптации и методы оптимизации, направленные на уменьшение временной, алгоритмической и информационной сложности алгоритмов. Для интенсификации процесса вычислений следует применять алгоритмы, использующие прошлые знания либо результаты счета (табличные, таблично-алгоритмические, предварительное преобразование параметров – коэффициентов и т.д.), динамические алгоритмы счета, асинхронные методы счета, новые нормы погрешностей и т.д. Кроме того, для интенсификации процесса вычислений более рационально использование точностных характеристик алгоритма на всех фазах его выполнения (переменная и произвольная точность), выбор наиболее рационального вида аппроксимации, выбор простых коэффициентов (для экономичной аппроксимации), методы экономизации аппроксимирующих приближений и т.д.

На данном периоде развития компьютерной техники для лучшей адаптации алгоритмического базиса с техническими средствами весьма желательно хоть частично ликвидировать разрыв между входным языком машины и алгоритмическими языками высокого уровня. Помимо этого, необходимо ликвидировать "узкие места" в вычислительном процессе на основе критерия баланса в соответствии с законом Амдала. Частичная ликвидация этого семантического разрыва может быть достигнута путем использования более мощных команд (наподобие использования макросов). Но для интенсификации внутренних ре-

сурсов ЭВМ и ВС используется RISC-архитектура [7, 8], которая еще больше увеличивает семантический разрыв. Но в последнее время вновь пробудился интерес к решению этой проблемы на основе использования VLIV - архитектуры [9]. Поэтому при интенсификации процесса вычислений необходимо найти компромисс между двумя крайними подходами. Такой компромисс в материальном производстве достигается сочетанием технологической и предметной специализаций.

Исходя из вышеизложенного, целесообразно рассмотреть основные исходные положения интенсификации вычислений за счет совершенствования всех базисов СВТ и особенно алгоритмического базиса, который для этих целей практически не использовался. Данные положения изложены в следующих подразделах в виде системы принципов и критериев эффективности вычислительных средств, которые в конечном счете направлены на минимизацию времени счета, удешевление создаваемого информационного продукта и ресурсосбережение.

## **8.2. Основные принципы интенсификации процесса вычислений**

Одной из основных целей совершенствования вычислительных средств является повышение их производительности путем интенсификации процесса вычислений и расширение выполняемых функций. Но, имея глобальную цель, целесообразно ее представить в виде некоторой совокупности подцелей, в которой достижение их приближает к достижению основной цели. В этой связи целесообразно положение поставленной цели сформулировать в виде системы принципов, изложенных в работах [10, 11].

Под принципами интенсификации процесса вычислений ЭВМ и ВС будем понимать основные исходные положения построения этих вычислительных средств, необходимые для практического их проектирования и эффективного использования.

Развитие науки характеризуется сохранением известных положительных качеств, т.е. их наследованием и получением новых. Но при этом область применения известных положительных качеств сужается. Поэтому *первым принципом* является сохранение известных положений, направленных на повышение производительности ЭВМ и ВС и/или расширение выполняемых функций. Этот принцип тождественен принципу соответствия, который гласит: развитие теории не отменяет результатов старой теории, но ограничивает область ее применения. Назовем его принципом сохранения и преемственности.

Второй принцип – это принцип повышения производительности выполнения наиболее массовых операций, процессов и задач. Суть этого принципа состоит в том, что, ставя задачу повышения производительности ЭВМ и ВС, ориентированных на решение заданного класса задач, в первую очередь необ-

ходимо повысить производительность наиболее массовых операций, процессов и задач. Это связано с тем, что именно данные операции, процессы и задачи в основном и определяют общую производительность ЭВМ и ВС. Исходя из вышеизложенного, мы видим, что в ряде последующих принципов раскрываются различные аспекты этой проблемы.

Третий принцип – это принцип использования прошлых результатов вычислений (прошлого труда).

Этот принцип направлен на уменьшение времени выполнения алгоритма, в частности, – на экономию количества выполняемых операций. Экономия достигается путем использования табличных и таблично-алгоритмических методов на основе ПЗУ, ПЛМ или ОЗУ. Целесообразно использование этого принципа для наиболее массовых процессов, операций и макроопераций. Необходимое множество значений результатов вычислений либо вычисляется заранее и запоминается, либо используются вычисленные на предыдущих этапах решения задачи.

К третьему принципу тесно примыкает *четвертый принцип* – это принцип динамического режима счета. Суть этого принципа состоит в использовании адаптивных по данным алгоритмов счета для заданного массива данных. Для равноотстоящих данных алгоритмы становятся более экономичными. К этому режиму счета тесно примыкает режим использования таблично-алгоритмических методов для массива далеко отстоящих данных, который в пределе может вырождаться в счет отдельных значений. Этот принцип включает работу с инкрементной (укороченной) информацией и приращениями.

Пятый принцип – это принцип адаптации технических и алгоритмических средств к длине обрабатываемых данных. При этом данный принцип также направлен на экономию количества выполняемых действий. Экономия времени счета достигается путем изменения в динамике или статике длины обрабатываемых данных путем использования переменной разрядности, формата данных и т.д. При этом оценка выигрыша (экономии) – вероятностная. Дополнительным эффектом от использования этого принципа является возможность счета с использованием слабоустойчивых относительно погрешностей округления алгоритмов путем добавления в необходимых случаях дополнительных обрабатываемых разрядов либо использования "точной арифметики".

Шестой принцип – это принцип эквивалентных преобразований алгоритмов, архитектур или структур, включая обеспечение параллельных вычислений. Этот принцип направлен на экономию времени счета путем замены вычислительных операторов (функций), которые требуют больших затрат времени счета, на операторы, требующие меньшего времени счета. Особо важно использование этого принципа при распараллеливании циклов, являющихся источником наибольшей загрузки вычислительных средств, на что обратил внимание академик В.М. Глушков [12].

Седьмой принцип – это принцип односторонней или взаимной адаптации методов, алгоритмов, архитектур или структур. Суть этого принципа состоит в комплексном (системном) подходе, который требует, чтобы проектируемые ЭВМ и ВС наилучшим образом соответствовали бы поставленным целям и критериям с точки зрения единства методов, алгоритмов, структур и архитектур в их взаимосвязи и взаимообусловленности, включая CISC, RISC, WLIW и сетевые архитектуры [7– 9, 13].

К этому принципу тесно примыкает такое важное для практики требование, как обеспечение гибкости, расширяемости и комплексности вычислительных средств за счет использования адаптивных методов, алгоритмов, архитектур и структур, а также сетевого взаимодействия.

Восьмой принцип – это принцип интеллектуализации ЭВМ и ВС. Этот принцип в определенной мере дополняет седьмой принцип и направлен на упрощение приспособления вычислительных средств к окружающей среде для облегчения взаимодействия пользователей с ЭВМ и ВС, включая ликвидацию семантического разрыва [14], а также на обеспечение эффективного решения интеллектуальных задач и работы со знаниями.

Девятый принцип – это принцип баланса (уравновешивания) используемых ресурсов за счет оптимизации параметров. Суть этого принципа состоит в более полном использовании потенциальных возможностей системы путем оптимизации, лежащей в основе метрической теории вычислительных систем. Суть принципа основывается на том, что ЭВМ или ВС должны быть построены таким образом, чтобы на каждой стадии их функционирования обеспечивался баланс между составными частями по быстродействию, пропускным способностям, емкостям запоминающих устройств и т. д. Необходимо добиваться статического или динамического уравновешивания оптимизируемых параметров. Этот принцип, с одной стороны, направлен на повышение производительности ЭВМ и ВС, а с другой, – на более рациональное использование ресурсов. Сюда включается оптимизация алгоритмических, программных, технических, информационных, организационных и других видов средств.

Десятый принцип – выявление и устранение “узких мест” вычислительного процесса и более рациональное использование ресурсов. Этот принцип тесно примыкает к девятому. В соответствии с данным принципом повышение производительности вычислительных средств осуществляется за счет выявления и устранения узких мест в вычислительном процессе и обеспечения баланса производительности процессора, пропускной способности каналов передачи информации, используемых объемов и времен обмена системы памяти, более полного использования ресурсов, включая обеспечение оптимальной рабочей загрузки системы, совершенствование организации процесса вычислений и т.д.

Одиннадцатый принцип – совмещение вычислений во времени. Этот принцип направлен на увеличение производительности ЭВМ и ВС путем со-

вмещения во времени (конвейеризации) выполнения процессов, команд, операций, доступа к разным ресурсам и т.д. Дополнительный эффект в повышении производительности вычислительных средств и уменьшении используемых ресурсов может быть достигнут путем совершенствования организационного базиса.

Двенадцатый принцип – это принцип специализации на основе адаптации используемых средств к условиям применения. Суть этого принципа состоит в обеспечении получения эффективных с точки зрения производительности и ресурсосбережения специализированных алгоритмических, программных и вычислительных средств на основе использования наиболее общих методов, алгоритмов, архитектур и структур. Этот принцип направлен на преодоление существующих противоречий между универсальными и специализированными средствами путем использования перехода от общего к частному. Действие данного принципа в алгоритмическом базисе состоит в том, что эффективные специализированные методы и алгоритмы, учитывающие особенности конкретного применения, получаются на основе общих методов и алгоритмов. Для машинного алгоритма-программы этот принцип соответствует теории смешанных вычислений, предложенной академиком А.П. Ершовым [4].

Использование этого принципа стимулирует разработку и исследование наиболее общих адаптивных методов, алгоритмов, архитектур и структур, обладающих возможностями реконфигурации и получения на их основе эффективных специализированных версий.

Тринадцатый принцип интенсификации процесса вычислений сформулировал академик В.М. Глушков как единство ближних и дальних целей [10, 11].

### **8.3. Критерии показателей качества интенсификации процесса вычислений**

В работе [15] отмечаются следующие показатели качества в технике: аддитивный обобщенный показатель, мультипликативный обобщенный показатель, составной обобщенный показатель и совокупность частных показателей. К этим видам показателей необходимо добавить показатели, основанные на достижении минимума (максимума) отношений типа коэффициента полезного действия, минимума (максимума) функционала, минимаксный критерий и другие.

Обобщенный аддитивный показатель образуется как сумма нормированных частных показателей, а мультипликативный – как произведение множества частных показателей с весовыми коэффициентами либо без них. При этом предполагается максимизация (минимизация) суммы или произведения частных показателей. К достоинству этих показателей качества относятся простота

их образования, а к недостаткам – эвристическое назначение весовых и других коэффициентов.

Основным методом формирования составных обобщенных показателей качества является использование эмпирических формул, объединяющих определенным образом выбранные частные показатели. Наиболее часто в качестве составного показателя используются технико-экономические, стоимостные, эксплуатационные, экологические и другие. Остановимся более подробно на известных показателях типа коэффициента полезного действия и нового для вычислительной техники минимаксного критерия.

Одним из наиболее известных критериев интенсификации является коэффициент полезного действия

$$\eta = A_{\Pi} / A_0 ,$$

где  $A_{\Pi}$  – полезная работа,  $A_0$  – общая работа.

Этот критерий нашел свое применение в вычислительной технике. Так, в работе [16] приводится коэффициент производительного использования машинного времени

$$T_{\Pi} / (T_{\Pi} + T_{\text{н}}) ,$$

где  $T_{\Pi}$  и  $T_{\text{н}}$  – соответственно производительное и непроизводительное используемое машинное время. Этот коэффициент может быть использован для характеристики организации процесса вычислений.

В работе [17] введен коэффициент использования каналов

$$\eta = \theta_{\Pi} / (\theta_{\Pi} + \theta_{\text{сл}}) ,$$

где  $\theta_{\Pi}$  – объем полезной информации, передаваемой по каналам связи, а  $\theta_{\text{сл}}$  – объем служебной информации.

Один из способов обеспечения высокой эффективности вычислительных средств состоит в сбалансировании показателей структурного, информационного, алгоритмического, программного, функционального, нагрузочного, эксплуатационного, экономического и т. п. видов эффективности. При этом одни показатели необходимо максимизировать, а другие минимизировать.

Примером показателей, которые необходимо максимизировать, являются производительность, надежность, пропускная способность каналов, объемы всех видов памяти и т.д., а минимизировать – стоимость, потребляемая мощность, массо-габаритные характеристики и т.д.

Для нахождения таких обобщенных показателей качества можно воспользоваться широко используемой в математике и экономике минимаксной нормой

$$\|F\| = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} F(x, y),$$

являющейся частным случаем обобщенной нормы [18]

$$\|F\| = \left( \sum_{k=1}^n |F(x, y)|^k \right)^{1/k} \quad \text{при } k \rightarrow \infty.$$

Отметим, что при  $k = 1$  – это сумма модулей, при  $k = 2$  – среднеквадратичная норма (типа среднее квадратическое отклонение в математической статистике).

Такой подход соответствует тем общим требованиям, которые ставят перед собой изготовители вычислительной техники, – производительнее, надежнее, меньше, дешевле и со все возрастающими функциональными возможностями, что в большинстве случаев совпадает с требованиями потребителя [19]: простота в использовании, низкая стоимость покупки и эксплуатации, достаточное качество аппаратного и программного обеспечения, обширный набор выполняемых функций, использование современных технологий и архитектур в покупаемом вычислительном средстве, достаточные для конкретных приложений показатели производительности, объемов памяти, номенклатуры периферийных устройств и устройств сетевого взаимодействия, а также возможность обновления и модернизации системы.

Вполне понятно, что многие из перечисленных требований могут вступать в противоречие друг с другом и требованиями более высокого порядка, например, экологическими, общечеловеческими и т.д.

*Обобщенный минимаксный критерий эффективности* может быть представлен в следующем виде:

$$\mathcal{E} = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} F(x, y),$$

где  $X = (x_1, x_2 \dots x_n)$ ,  $Y = (y_1, y_2 \dots y_m)$ .

В качестве параметров  $x_1, x_n$  могут выступать следующие показатели:

$x_1$  – производительность;

$x_2$  – надежность;

$x_3$  – отказоустойчивость;  
 $x_4$  – количество и вид выполняемых функций;  
 $x_5$  – точность вычислений;  
 $x_6$  – пропускная способность каналов;  
 $x_7$  – емкость оперативной памяти;  
 $x_8$  – емкость долговременной памяти;  
 $x_9$  – характеристики загрузки компонентов системы;  
 $x_{10}$  – разрешающая способность дисплея;  
 $x_{11}$  – количество портов;  
 $x_{12}$  – характеристики условий эксплуатации и т. д.

В качестве показателей  $y_1, y_n$  могут выступать следующие параметры:

$y_1$  – стоимость вычислительных средств и/или ее компонент;  
 $y_2$  – потребляемая мощность;  
 $y_3$  – массо-габаритные характеристики;  
 $y_4$  – время обработки прерываний;  
 $y_5$  – величина коэффициента готовности к эксплуатации;  
 $y_6$  – время выполнения операций типа "клиент-сервер";  
 $y_7$  – время запаздывания;  
 $y_8$  – время выполнения основных операций трехмерной графики;  
 $y_9$  – время обнаружения сбоя и/или ошибки системы;  
 $y_{10}$  – время исправления ошибки и т.д.

Другой подход состоит в том, что параметр в векторе  $Y$  остается прежним, а вектор  $X$  состоит из показателей стоимостей.

Примером показателя качества, основанным на максимизации функционала  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , является следующий функционал общей пригодности [20]:

$$Ц_{\Pi} = F(x_1, x_2, \dots, x_{25}),$$

где  $x_1$  – быстродействие,  $x_2$  – универсальность,  $x_3$  – точность,  $x_4$  – нейтральность,  $x_5$  – защищенность,  $x_6$  – устойчивость (робастность),  $x_7$  – корректность,  $x_8$  – полнота,  $x_9$  – общность,  $x_{10}$  – простота,  $x_{11}$  – естественность,  $x_{12}$  – единообразие,  $x_{13}$  – доступность,  $x_{14}$  – коммуникабельность,  $x_{15}$  – самоописываемость,  $x_{16}$  – читабельность (прозрачность),  $x_{17}$  – краткость,  $x_{18}$  – учитываемость,  $x_{19}$  – эффективное использование резервов ЭВМ,  $x_{20}$  – независимость от технических средств и системного программного обеспечения,  $x_{21}$  – автономность,  $x_{22}$  – расширяемость (открытость),  $x_{23}$  – структурность,  $x_{24}$  – модульность,  $x_{25}$  – скрытость.

Наиболее важными, по нашему мнению, являются показатели:  $x_1 - x_3$ ,  $x_5 - x_{10}$ ,  $x_{16}$ ,  $x_{17}$ ,  $x_{19} - x_{24}$ .

К сожалению, большинство перечисленных параметров трудно определить количественно и их определяют на основе экспертных оценок. Для сведе-

ния этих показателей к единому показателю необходимо использовать весовые коэффициенты. Помимо этого, целесообразно добавить еще три частных показателя:  $x_{26}$  – стоимость,  $x_{27}$  – среднее время наработки на отказ и  $x_{28}$  – коэффициент готовности.

Наиболее часто в качестве составного показателя используются технико-экономические, стоимостные и другие показатели или показатели эффективности. Например, эффективность вычислительной системы (в единицах стоимость/операция) может быть представлена [21]

$$Ц_{\text{эф}} = C / T_{\text{э}} B ,$$

где  $C$  – суммарные затраты на изготовление (покупки) системы,  $T_{\text{э}}$  – время (реальное либо предполагаемое) эксплуатации системы,  $B$  – эффективное быстроедействие. Аналогично рассматривается показатель “потребляемая мощность/производительность”.

Как отмечается в работе [22], эффективность вычислительной системы существенно зависит от степени согласованности конфигурации и режима функционирования системы с нагрузкой, создаваемой прикладными задачами и операционной системой. Оценка нагрузки для системы общего назначения и проблемно-ориентированных ЭВМ проводится на основе данных измерения. В процессе функционирования системы оценивается потребность в процессорном времени, памяти и других ресурсах на решение каждой задачи, процесса и т.д.

Среднее значение потребности задачи в ресурсах определяется как величина [22]

$$\Theta_n = \sum_{k=1}^K v_{nk} \bar{n}_k , \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

где  $K$  – количество операторов в программе;

$\bar{n}_k$  – число попаданий  $k$ -го процесса поглощающей Марковской цепи в состояние  $S_k$  с дисперсией  $\sigma_k^2$ ;

$v_{nk}$  – потребности операторов в ресурсах.

Значения  $\Theta_n$  характеризуют использование ресурсов в объемных или временных единицах при одной реализации программы.

Для определения компонент вычислительных средств, которые, в первую очередь, целесообразно интенсифицировать, предлагается воспользоваться следующей моделью:

$$C = \frac{C_j}{(t_j/t) \bullet (t_j^*/t_j)} \approx \frac{C_j}{t_j^*/t}, j = 1, 2, \dots, n, \quad (8.1)$$

где  $C$  – стоимостной показатель условных затрат на улучшение  $j$ -ой компоненты ЭВМ;

$C_j$  – прямые стоимостные затраты на улучшение  $j$ -ой компоненты ЭВМ;

$t_j$  – среднее время, которое затрачивает  $j$ -ая компонента ЭВМ при решении задач;

$t_j^*$  – среднее время, которое затрачивает  $j$ -ая компонента ЭВМ после улучшения;

$t$  – среднее время, затрачиваемое ЭВМ на решение задачи;

$n$  – количество компонент, на которое условно разбивается ЭВМ.

Данная модель идейно близка к модели, приведенной в [23], для оптимизации программных модулей. В нашем случае в первую очередь надо улучшать ту  $j$ -ю компоненту ЭВМ, которая имеет минимальный показатель  $C$ .

Из формулы (1) видно, что при одинаковых отношениях  $C_j/t_j^*$  (для разных  $j$ ) предпочтение надо отдавать той компоненте, у которой показатель  $C_j$  меньше. В случае одновременного возрастания  $t_j^*$  и убывания  $C_j$ , предпочтение дается компоненте с меньшим значением величины  $C_j/t_j^*$ . В работе [22] производительность вычислительных средств определяется количеством выполняемой работы за единицу времени. В частности, как отмечалось выше, производительность вычислительных средств может быть определена количеством решаемых задач за единицу времени либо величиной

$$P = 1/\tau,$$

где 
$$\tau = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i;$$

$\tau$  – среднее время решения задач на ЭВМ;

$\tau_i$  – время, затрачиваемое на решение  $i$ -ой задачи;

Такой подход соответствует использованию известных тестовых программ SPEC 98, Winstone 98, Bench 98, Marc 98 и других. В качестве локальных показателей производительности вместо количества решаемых задач может использоваться количество выполненных заданий, процессов, запросов и т.д. в единицу времени.

Отметим, что вышеприведенный подход соответствует понятию производительности в политэкономии, где производительность труда определяется количеством продукции, создаваемой в единицу времени. Она повышается в результате совершенствования или более полного использования орудий труда, развития науки и технологий, повышения искусства работника, рационализации труда и других улучшений в процессе производства. Перечисленные интенсивные факторы служат для повышения производительности в материаль-

ном производстве, но они могут быть интерпретированы и для средств вычислительной техники.

Принцип баланса, изложенный выше, тесно связан с общей (системной) производительностью вычислительных средств [22], которая зависит не только от потенциальных возможностей процессорной части, но и от производительности (пропускной способности) работы всех остальных составляющих компьютера (системы), объемов и организации всех видов памяти, архитектурных и структурных решений и т.д. Согласно законам Амдала и Флина, каждому миллиону операций процессора необходимо обеспечить пропускную способность миллион байт в секунду и не менее миллиона байт оперативной памяти. Именно исходя из этих положений, было выработано требование "трех Т" (Терафлопс, Терабайт/с, Терабайт) для современных супер-ЭВМ [24].

Пример такого согласования двух из перечисленных характеристик можно видеть на примере одной из самых мощных в настоящее время супер-ЭВМ ASCI BLUE [25], которая выполняет 3,9 триллиона операций в секунду и имеет суммарную оперативную память 2,6 терабайт.

Безусловно, для обеспечения баланса необходимо обеспечить согласование системы обработки с системой ввода-вывода, архитектуры и структуры, рабочей нагрузки, программного обеспечения и т.д.

Отметим, что в экономике приведенный выше принцип баланса соответствует принципу гармонии интересов, выдвинутому экономистом Джоном Кларком [2].

Для оценки соответствия ЭВМ законам Амдала и Флина можно использовать следующий критерий эквивалентности:

$$(V_O - V_H) \Leftrightarrow (r_{OK} - r_{KH}) \Leftrightarrow (r_{OP} - r_{PI}) \Leftrightarrow (1/\tau_{OP} - 1/\tau_{KH}),$$

где  $\Leftrightarrow$  — знак эквивалентности;

$V_O, V_H$  — соответственно среднее для данного класса пиковое быстродействие процессора или процессоров и быстродействие после совершенствования;

$r_{OK}, r_{KH}$  — пропускная способность канала (байт/с), эквивалентная  $V_O$ , и пропускная способность канала после совершенствования;

$r_{OP}, r_{PI}$  — объем оперативной памяти, эквивалентный  $V_O$ , и объем оперативной памяти после совершенствования;

$\tau_{OP}, \tau_{KH}$  — среднее время обращения к памяти для перемещения байта информации (эквивалентное  $1/\tau$ ) и среднее время обращения после совершенствования.

Для оценки процесса интенсификации вычислений можно воспользоваться видоизменной моделью Д. Ван Тассела [23], где мера улучшения имеет вид

$$\text{Процент времени} \bullet \text{Процент улучшения}$$

## Необходимые усилия

В качестве основных параметров нашей модели используем следующие:

$\tau_c$  – существующие затраты времени при решении задач на ЭВМ;

$\tau_H$  – время решения задачи после проведенных улучшений;

$r_c, r_H$  – соответствующие затраты ресурсов при решении задач на ЭВМ до и после улучшения.

При этом под ресурсом будем понимать любой из компонентов вычислительных средств и их возможности. Тогда безразмерный коэффициент относительной интенсификации процесса вычислений имеет вид

$$K_{\text{ц}} = \frac{r_c / \tau_c}{r_H / \tau_H} = \frac{r_c / \tau_H}{\tau_c / \tau_H} = \frac{r_c \cdot \tau_H}{r_H \cdot \tau_c}. \quad (8.2)$$

Вполне понятно, что коэффициент  $K_{\text{ц}}$  является приближенным показателем оценки процесса интенсификации вычислений, но он позволяет определить направление поиска параметров, влияющих на интенсификацию процесса вычислений.

$$r = \sum_{i=1}^n C_i \cdot r_i,$$

где  $r_i$  – количество (объем) используемого ресурса  $i$ -го вида;

$C_i$  – стоимостной коэффициент, определяемый стоимостью единицы используемого ресурса  $i$ -го вида.

Отметим, что показатели  $\tau$  и  $r$  могут относиться как к отдельным компонентам системы, так и ко всей системе в целом. В качестве интегрального показателя  $r$  можно брать стоимость, а в некоторых частных случаях – надежность, потребляемую мощность, массу, габариты и т.д. Для сравнения различных ЭВМ одного класса можно использовать методику, которая изложена в работе [19].

При оценке отдельных компонент системы надо учитывать тот факт, что показатели отдельных компонент системы не сводятся к совокупности показателей ее компонент. Поэтому необходимо использовать как локальные, так и глобальные показатели, характеризующие эффективность вычислительных систем.

Примерами подходов, направленных на интенсификацию процесса вычислений, могут служить следующие [26]. Так, понижение рабочего напряжения с 2,8 В до 2,0 В и переход с 0,35-микронной технологии на 0,25 позволили вдвое снизить потребляемую мощность и повысить частоту работы процессора с 300 МГц до 333 МГц.

Использование Giant Magneto-Resistive (GMR) эффекта, основанного на наличии у электронов спина, позволили компании IBM получить дисковый накопитель емкостью до 16 Гбайт не за счет удвоения количества дисков по сравнению с существующими моделями, а путем значительного уплотнения записи информации и использования GMR-головок, а также высокой внутренней скорости передачи данных.

### **Заключение**

В работе сделана попытка обосновать положения о необходимости использования преимущественно интенсивных факторов для ускорения процесса вычислений. Такой подход является эффективным не только в рамках computer science, но и с точки зрения метасистемы в части учета влияния принимаемых решений на окружающую среду (экосистему). В этой связи необходимо следовать выдвинутому академиком В.М. Глушковым принципу единства ближних и дальних целей. Нельзя добиваться необходимого результата любой ценой, а использовать преимущественно интенсивные факторы с учетом ограничений, налагаемых экосистемой, и всех последствий в ближайшем и отдаленном будущем.

### **Список литературы**

1. *Павловський М.А.* Шлях України: Шлях вліво, шлях вправо – хибний шлях. – Київ: Техніка, 1996. – 152 с.
2. *Мешко І.М.* Історія економічних вчень: Основні течії західноєвропейської та американської думки. – Київ: Вища школа, 1994.
3. *Теслер Г.С.* Место и роль алгоритмического базиса в решении проблемы производительности // Математические машины и системы. – 1997. – № 1. – С. 25 – 33.
4. *Ершов А.П.* Смешанные вычисления // В мире науки. – 1986. – № 6. – С. 28 – 42.
5. *Теслер Г.С.* Построение базы знаний на основе порождающих алгоритмов // Разработка и внедрение цифровых вычислительных комплексов и систем распределенной обработки данных: Сб. научных трудов. – Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1986. – С. 21 – 27.
6. *Цейтлин Г.Е.* Теоретические и прикладные аспекты алгоритмики // УСиМ. – 1995. – № 1, 2. – С. 3 – 14.
7. *Ганин А.Г.* Архитектура RISC-системы // Компьютеры + программы. – 1994. – Спецвыпуск. – С. 54 – 55.
8. *Шелепов В.Г.* Выбор RISC-системы // Компьютеры + программы. – 1994. – Спецвыпуск. – С. 52 – 59.
9. *Слово за VLIW* // Компьютерное обозрение. – 1996. – № 24. – С. 20 – 23.
10. *Глушков В.М.* Введение в АСУ. – Киев: Техника, 1974. – 319 с.
11. *Справочник* – словарь АСУ / Под ред. д.т.н. Ю.Е. Антипова, чл.-корр. АН УССР А.А. Морозова / В.И. Вьюн, А.А. Кобозев, Т.А. Паничевская, Г.С. Теслер. – М.: Радио и связь, 1990. – 128 с.
12. *Глушков В.М.* Кибернетика. Вопросы теории и практики. – М.: Наука, 1986. – 486 с.
13. *Мальшенко А.* Перспективы развития сетевых компьютеров // Компьютерное оборудование. – 1996. – № 24. – С. 20 – 23.
14. *Майерс Г.* Архитектура современных ЭВМ. – М.: Мир, 1985. – Т. 2. – 312 с.

15. *Брахман Т.Р.* Многокритериальность и выбор альтернативы в технике. – М.: Радио и связь, 1984. – 288 с.
16. *Брюхович Е.И.* Экономическая стратегия разработки вычислительных средств и сетей с позиции экономических интересов их владельцев // УСиМ. – 1989. – № 3. – С. 3 –11.
17. *Матов В.Н., Белоусов Ю.А., Федосеев Е.П.* Бортовые цифровые машины и системы. – М.: Высшая школа, 1988. – 216 с.
18. *Хемминг Р.В.* Численные методы. – М.: Наука, 1972. – 400 с.
19. *Денисов О., Назаров С.* Компьютеры SONO // Компьютер-пресс. – 1998. – № 11. – С. 136 –162.
20. *Дейстибеков Д.М., Калмыков О.В., Черепанов А.И.* Программное обеспечение статистической обработки данных. – М.: Финансы и статистика, 1984. – 192 с.
21. *Пронин Е.Г., Мочуева О.В.* Проектирование бортовых машин обмена информацией. – М.: Радио и связь, 1989. – 240 с.
22. *Ларионов А.М., Майоров С.А., Новиков Г.И.* Вычислительные комплексы, системы и сети. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1987. – 288 с.
23. *Ван Тассел Д.* Стиль, разработка, эффективность, отладка и испытание программ. – М.: Мир, 1985. – 332 с.
24. *Электромагнитные поля в триаде Человек – Земля — Вселенная / А.А. Бритиков, В.И. Гвоздев, В.А. Кузнецов и др. // Зарубежная радиоэлектроника. – 1995. – № 2. – 3 с.*
25. *КМ inform.* – 1998. – № 3. – С. 7.
26. *Компьютер пресс.* – 1998. – №4. – С. 231 – 254.

## **Глава 9. Сопоставление процессов эволюционного развития компьютерных средств и растительного мира**

### **9.1. Постановка проблемы**

Многие исследователи пришли к выводу, что эволюционные процессы, протекающие на Земле, подчинены общим законам развития, но с учетом своих особенностей для каждой исследуемой области знаний. Если раньше об эволюции говорили только касаясь области живых организмов, то в последнее время показано, что эволюционным процессам подвержены и антропогенные объекты вообще, и вычислительные средства в частности. Более подробно с затронутой выше проблемой можно ознакомиться в работах [1 – 4].

В настоящей статье в основном проводится сопоставление эволюционного развития растительного мира и средств вычислительной техники. Такое сопоставление представляет интерес прежде всего тем, что эволюция растительного мира протекает сотни миллионов лет, в то время как эволюция электронных вычислительных средств насчитывает чуть больше пятидесяти, а эволюция вообще вычислительных средств – не более десятка тысяч лет.

Но что может быть общего в эволюции растительного мира и вычислительных средств? Общим для этих двух систем является негэнтропийный принцип информации, который рассматривает энтропию как меру организованности и разнообразия, и информацию – как меру детерминированности системы. Помимо этого, в процессе эволюции происходит в основном усложнение строения эволюционирующих объектов с целью их адаптации к внутренним и внешним условиям существования. Хотя в некоторых случаях адаптация к внешним условиям требует уменьшения уровня сложности.

Конечно, имеются и существенные различия в эволюционном развитии растительного мира и средств вычислительной техники. Если в растительном мире наследственность и естественный отбор являются движущей силой эволюционного развития, и это происходит естественным путем, то в вычислительной технике рынок вычислительных средств осуществляет человек. Помимо этого, важными механизмами в процессе выживания растений является способность к размножению и освоение наибольшего жизненного пространства. В вычислительной технике эти механизмы связаны с соотношением спроса и предложения, а также освоением новых технологий, решением все большего числа усложняющихся задач и возможности кооперирования вычислительных средств.

Данный перечень различий и общностей в развитии эволюционных процессов растений и вычислительных средств может быть продолжен, но в этом нет необходимости, так как в той или иной степени они будут рассмотрены в следующих разделах. Возникает законный вопрос: "Почему сопоставляются процессы эволюции развития растительности и вычислительных средств?" Во-первых, как уже отмечалось выше и установлено многими учеными, процессы эволюции вычислительных средств присущи не только живой материи, но и вычислительным средствам. Во-вторых, известно, что все живые организмы связаны между собой энергетично, поскольку являются объектами питания других. Энергия в экосистеме аккумулируется на уровне продуцентов, каковыми являются растения, что происходит через консументы и редуценты (где либо непосредственно, либо косвенно участвует растительный мир), входят в состав органических веществ почвы и распыляются при разрушении разных ее соединений. Таким образом, растительный мир является одной из основ обеих цепей питания и поэтому является определяющим в развитии всей живой материи. Это и послужило предпосылкой для того, чтобы в качестве представителя эволюции живого мира взять растительный мир.

## **9.2. Информация и энтропия**

Виктор Комаров [5] говорит о том, что если информация является свойством всей материи, а не только ее высших форм – биологической и социальной, то она становится одной из главных сущностей, определяющих эволюцию мироздания, нашей Вселенной и человечества.

При этом информация рассматривается как разнообразные, специфические сведения о каждом элементе окружающего нас мира, его строении, поведении, взаимосвязи с другими элементами. При этом мир рассматривается как все существующее в Природе.

Александр Болонкин [4], в свою очередь, утверждает, что основным главным законом, смысл существования природы – закон возрастания самокопирующихся систем, способных к непрерывному тиражированию, ограниченному только физическими границами. При этом предполагается, что изменение внешних условий происходит более медленно, чем скорость приспособления к ним. По утверждению А. Болонкина, системы, обладающие свойством повышенной сложности, становятся устойчивыми, жизнеспособными, заполняют все доступное пространство и существуют до тех пор, пока резко не изменятся породившие их условия. Однако сложность играет важную роль в процессе эволюции, но не такую "прямолинейную", как это утверждает А. Болонкин. Уместно в этой связи упомянуть закон необходимого разнообразия Хартли, Эшби [6, 7]:

$$H(X) = \log_2 N, \quad (9.1)$$

где  $N$  – мощность конечного множества  $X$  или число взаимно независимых состояний системы.

При этом количество информации, сообщаемой при выборе некоторого элемента  $x$ , естественно измерять изменением разнообразия, которое происходит при выборе конкретного элемента исходного множества:

$$I(X) = H(X) - H(x). \quad (9.2)$$

Но, учитывая, что  $H(x) = \log_2 1 = 0$ , получим

$$I(X) = \log_2 N. \quad (9.3)$$

Хотя подход Хартли-Эшби широко используется при кодировании последовательностей, бинарного поиска в упорядоченном списке и т.д., но все же в большинстве приложений используется понятие энтропии, в которой учитывается, что энтропия должна быть аддитивной величиной. Получим этот вид энтропии.

Пусть существует функциональная зависимость

$$H(X) = f(N). \quad (9.4)$$

Рассмотрим множества  $X_1$  с мощностью  $N_1$  и  $X_2$  с мощностью  $N_2$ . Пусть у множеств  $X_1$  и  $X_2$  независимо выбираются элементы  $x_1 \in X_1$  и  $x_2 \in X_2$ , образуя пару  $(x_1, x_2)$ .

Мощность множества  $X$ , которое является произведением множеств  $X_1$  и  $X_2$ , будет  $N = N_1 \cdot N_2$ .

Рассмотрим функциональное уравнение

$$f(N_1 \cdot N_2) = f(N_1) + f(N_2), \quad (9.5)$$

которое может быть записано как

$$H(X) = H(X_1) + H(X_2). \quad (9.6)$$

Известно, что функциональное уравнение (5) в классе монотонных функций, определенных при положительных значениях аргумента, имеет единое непрерывное решение [8]:

$$H(X) = K \ln N,$$

где  $K$  – константа, а в нашем случае  $K > 0$  (в физике  $K$  – постоянная Больцмана).

Если положить  $K = 1 / \ln 2$ , то получим

$$H(X) = \ln(N) / \ln 2 = \log_2 N = -\log_2 (1 / N) = -\log_2 P,$$

где  $P$  – вероятность использования элементов, когда появление элементов равновероятно.

Роль энтропии в термодинамике огромна. Она помогает изучать физические и химические процессы, связанные с выделением, поглощением и передачей тепла. А поскольку без теплового обмена практически не обходится ни один из подобных процессов в природе и технике, то понятно и место энтропии в познании этих процессов. Еще одно важное свойство энтропии состоит в том, что, благодаря введению энтропии, все основные физические параметры исследуемых объектов (объем, давление, температура, свободная и связанная энергия) удалось связать между собой. Но процессы изменения, превращения и развития живой природы и ряда антропогенных объектов, к которым относятся и вычислительные средства, – это диалективные процессы, в их основе лежит как закономерность (запрограммированность), так и случайность (вероятность, энтропия, количество информации и т.д.). Энтропийность – это неотъемлемое качество всех живых организмов и растений, проявляющееся на уровне генов в виде мутаций и на уровне межклеточных связей, взаимодействия различных органов и функциональных частей организмов и растений. При этом мутация – недетерминированная, непредсказуемая энтропийная составляющая, которую заключает в себе ген мутации методом проб и ошибок или, возможно, другим способом позволяют находить наиболее соответствующий условиям (оптимальный) вариант развития. Чтобы обуздать энтропию, природа научилась копить информацию и вырабатывать правила формирования структур разнообразных систем и путем механизмов отбора обучать систему в направлении выживания. Те системы, которые недостаточно приспособлены к такому обучению, передаче наследственных признаков потомству и размножению, обречены на гибель. Известно, что наш мир гармоничен потому, что существующие в нем развивающиеся системы сами находят те соотношения детерминированного и случайного, которые обеспечивают им структурную целостность и изменчивость (стохастичность), необходимую для гибкого взаимодействия (адаптация) с переменной внешней средой. При этом важна закономерность, установленная физиком Леоном Бриллюэном, который показал, что количество накопленной и сохраняемой в структуре систем информации равно уменьшению их энтропии. Эта закономерность названа негэнтропийным

принципом информации. Данный принцип важен в связи с известной в эволюционном развитии моделью перевернутого конуса, определяющего развитие по расширяющейся спирали, объясняющей наблюдаемое усложнение организмов в процессе эволюции, а также накопление информации (негэнтропийный механизм) и уменьшение энтропии как необходимого условия перехода на следующий, более благоприятный для организма, виток спирали. Отсюда постоянное стремление организмов к усложнению и совершенствованию форм. Так, одноклеточные организмы выбрали самый нижний виток эволюционной спирали с самыми простейшими формами приспособления, а человек оказался на самом верхнем витке эволюционного развития с максимальным количеством информации и достаточной приспособляемостью. При этом достигнутая в результате эволюционного развития организмов гармония хранится в накопленной информации. Так, две молекулы ДНК могут иметь одинаковое количество энергии и значения энтропии, но могут отличаться своими свойствами. В живом организме молекулы ДНК программируют синтез белков. Благодаря этому все явления жизни определяются строением и свойствами информационных молекул. В связи с этим весьма интересна мера целесообразности управления, введенная А.А. Харкевичем [9]. Считается, что на основе некоторой информации, поступающей к системе, информации, природа которой нам безразлична, система принимает решение, изменяющее вероятность достижения цели. Гармоничность нашего мира может быть достигнута на основе сочетания детерминизма (запрограммируемости) и случайности, которую можно трактовать в ряде случаев как энтропию, рассматриваемую в данном случае как уровень адаптации к условиям существования за счет имеющегося в системе разнообразия. В работе [9] такого рода соотношение имеет вид

$$G = H/I,$$

где  $H$  – энтропия,  $I$  – информация правил.

Однако, учитывая роль смешанного экстремума в процессе эволюции [10], это соотношение целесообразно записать в виде

$$G(x, y) = \min \max F(x, y) = \min \max (H(x) / I(y))$$

$$x \in X \quad y \in Y \quad x \in X \quad y \in Y$$

где  $H(x)$  – энтропия (уровень адаптации системы);

$I(y)$  – информация правил (детерминизм).

Отыскание смешанного экстремума может производиться методом проб и ошибок, называемым в биологии методом природы, а в технике – инженерным методом. Однако более эффективным будет использовать методы теории игр,

стохастические и другие методы. Учитывая то обстоятельство, что  $G(x,y)$  выступает как многокритериальный критерий эффективности в области компромиссов, то вполне оправданно представлять множества  $X$  и  $Y$  как соответственно  $n$  и  $m$  -мерные векторы.

### 9.3. Эволюция растительного мира

Чарльз Дарвин установил, что движущейся силой эволюционного развития растений являются изменчивость, наследственность и естественный отбор, направление к лучшему приспособлению к внешним условиям существования. Одновременно с эволюционным развитием происходит изменение организации путем перераспределения между энтропией (стохастичностью) и информацией (детерминизмом) внутри вида растений. При этом главной морфофункциональной единицей растения является клетка. Приспособление растений к внешним условиям происходит на макро- и микроуровнях. В соответствии с этим различают микро- и макроэволюцию. Микроэволюция представляет собой совокупность эволюционных процессов в популяциях одного вида, которая приводит к смене генофонда популяции и, при определенных условиях, может привести к образованию новых видов. Биологический прогресс осуществляется путем изменения строения растений за счет процессов ароморфоза, идиоадаптации и общей деградации.

При этом ароморфоз приводит к значительному усложнению организации, что делает возможным освоение новых сред и формирование новых классов и типов, например, появление цветка у покрытосеменных растений – диадаптация – приспособление организма к конкретным условиям существования, при этом не изменяя уровня организации. Общая деградация – способ получения биологического прогресса путем упрощения строения организма.

Наиважнейшие ароморфозы в процессе эволюции растений и их роль в формировании растительного мира на Земле – это появление многоклеточных, дифференциация тканей, органов, образование цветка и плода (семян) у цветковых растений, что приводит к господству цветковых в растительном покрове Земли. Различают развитие растений на основе модификаций и мутаций. Модификационное развитие – это разнообразие фенотипов, которое возникает в организме под влиянием среды существования и не приводит к смене генотипа. В отличие от модификации, мутационное развитие приводит к стойкому изменению генотипа, затрагивает целые хромосомы, их части или отдельные гены. Основные виды растений – споровые, голосеменные и покрытосеменные (цветочные). При этом семенные более самостоятельны и более устойчивы к внешним условиям по сравнению со споровыми. У голосеменных растений впервые появилось семя, имеющее зародыши,

обеспеченные запасами питательных веществ, необходимых для развития растения, в связи с этим уменьшилась зависимость от влаги. Листья в виде хвои испаряют меньше влаги. Покрытосеменные растения, в свою очередь, за счет дальнейшего усложнения организации и появления цветка, развивающегося в плод, оказались наиболее приспособленными для большинства климатических зон Земли, что и способствовало их распространению. Этому способствовало также и то, что при изменении условий среды и функции легче всего применяются вегетативные органы растений и прежде всего листья. Именно вегетативные органы цветочных растений достигли наибольшей сложности и разнообразия. Однодольные цветочные имеют плод в виде зерна, ягоды, коробочки, а двудольные – это, прежде всего, деревья и травянистые. Отметим, что разница между травянистыми растениями, кустарниками и деревьями состоит в построении стебля. Известно, что травы являются наиболее приспособленными представителями растительности. Спелость их достигается очень быстро с наименьшей затратой материала на вегетативную структуру, у них наилучшие относительные показатели в отношении количества семян, объема отдельного растения и необходимого жизненного пространства, что обеспечивает более быструю эволюцию травянистых покрытосеменных, чем у древесных растений.

В свою очередь, появление семенных растений, изменение климатических и других условий привело к тому, что ряд первых древесных пород в настоящее время существуют как травянистые (плауны, папоротники, хвощи – многолетние травянистые растения). Рассмотрим хронологию появления растительного мира, появившегося в начале в водной среде, а потом переселившегося на сушу [11 – 13].

В протерозойской эре докембрийского периода (570 – 2700 млн. лет назад) в морях возникли сукариоты, которые делятся на царство растений, грибов и животных. Появились многоклеточные водоросли. В кембрийский период палеозойской эры (500 – 570 млн. лет назад) в морях возникли одно- и многоклеточные зеленые, бурые и красные водоросли. В конце силурийского периода палеозойской эры появилась первая растительность на суше, группа растений, называемая неманофитами, являющаяся промежуточным звеном между водорослями и сосудистыми растениями (более 2 м высоты и до 1 м диаметром).

В верхнесилурийский период палеозойской эры (405 – 440 млн. лет назад) появились сосудистые растения – псилофиты. Это были своеобразные споровые растения, имевшие вид невысоких кустарников без листьев (брахионоды, кораллы, строматопороиден, мшанки). В девонский период палеозойской эры (350 – 405 млн. лет назад) на суше из споровых появились первые сообщества из плаунов, хвоще- и папоротниковоподобных, которые в настоящее время превратились в многолетние травы. В каменноугольный период

палеозойской эры (285 – 310 млн. лет назад) сравнительно однообразная, преимущественно псилофитовая флора, характерная для девона, сменилась более высокоорганизованными формами – крупными папоротниками, плауновыми и хвощевыми, достигавшими высоты 40 м., образовав густые труднопроходимые леса. Это была эра споровых влаголюбивых растений. В этот же период появились менее, по сравнению со своими предшественниками, влаголюбивые голосеменные растения, в том числе хвойные. Они не только рассеялись по поверхности суши, но и значительно вытеснили своих предшественников из зон, где они росли, что позволило голосеменным растениям занять большую часть суши. В этот период концентрация кислорода в атмосфере достигла, примерно, современного уровня. Однако в середине мезозойской эры это господство голосеменных было нарушено покрытосеменными растениями, которые появились в меловой период мезозойской эры (70 – 137 млн. лет назад). Это было связано с тем, что покрытосеменные растения явились еще более организованными и способными обитать в более разнообразных и менее благоприятных условиях, чем их предшественники. В результате в кайпозойскую эру (1,5-70 млн. лет назад) покрытосеменные растения превратились в господствующую группу растений. При этом многие представители споровых и голосеменных растений вымерли, а оставшиеся растения этих видов продолжали развиваться, образуя различные новые виды. С точки зрения биосферы, большой интерес представляет возможная направленность эволюции покрытосеменных [12]. Многие исследователи, включая академика А.Л. Тахтаджана, процесс развития трав из древесных растений представляют следующим: деревья – кустарники – полукустарники – многолетние травы – однолетние травы. При этом бурная эволюция трав началась лишь во второй половине палеогенового периода. Известно, что жизнь возникла в водоемах. Однако некоторые группы организмов из земного существования перешли к водному способу жизни. Так, из покрытосеменных растений перешли кувшинки, водяные лилии и другие виды растений. При этом их вегетативные органы (корень, стебли) находятся в воде, однако цветение и образование плодов происходит над поверхностью воды.

#### **9.4. Сопоставление эволюционных процессов растительного мира и вычислительных средств**

На первый взгляд, это сопоставление кажется не совсем естественным. Но исходя из того, что уже отмечалось во введении, законы эволюционного развития в природе имеют всеобщий характер с конкретизацией для каждой предметной области исследования. Эти законы свойственны не только развитию живой материи, но, как отмечал [1] профессор Иенского института

молекулярной биотехнологии Питер Шустер, воззрения эволюционной теории «могут быть перенесены на многие антропогенные объекты, включая компьютеры».

Из рассмотренного материала второго раздела видно, что как растения, так и средства вычислительной техники, и не только они, подчиняются негэнтропийному принципу информации Леона Бриллюэна, из которого следует развитие систем в направлении увеличения сложности, организованности и приспособляемости к внешним условиям существования.

Кроме того, как было показано в разделе три, основные изменения строения растений происходят путем ароморфоза, идиоадаптации и общей дегенерации. Причем главенствующую роль в биологическом процессе играет ароморфоз. В вычислительной технике ароморфоз может характеризоваться следующими основными показателями: степенью сложности, организованности и адаптации вычислительных средств. В свою очередь, степень сложности и организованности характеризуется уровнем производства вычислительной продукции, которая по классификации Флина характеризуется соотношением потока команд и данных ОКОД, ОКМД, МКОД и МКМД). К этому может быть добавлен еще один таксон предложений Е.И. Брюховича – ЭВМ в прогнозной форме (с научной организацией труда) [13]. Адаптация вычислительных средств также связана со сложностью, организацией и архитектурой, т.е. для повышения уровня адаптации требуются гибкая структура, архитектура, а также присутствие процесса обучения. Эти свойства вычислительных средств обеспечивают изменчивость, которая является одной из движущих сил эволюционного развития. Процесс общей дегенерации также происходит в вычислительной технике, примерами которой может служить появление в свое время мини-ЭВМ и RISC – архитектур процессоров. Эти процессы, с одной стороны, происходят под влиянием прогресса технологии изготовления элементной базы, а, с другой стороны, под влиянием внешней среды (решаемых задач, режимов использования машинного времени, технико-экономических факторов и т.д.).

Под воздействием внешних факторов в вычислительной технике происходят также идентичные процессы, соответствующие идиоадаптации, модификации, микро- и макроэволюции, и т.д. В этой связи происходит смена поколений вычислительных средств на основе развития их элементной базы, в широком понимании этого термина, так и решаемых ими задач.

В результате конкурентной борьбы в процессе эволюции растительного мира происходит захват определенных территорий конкретными видами растений. В вычислительной технике этот процесс также наблюдается, только вместо территорий выступают классы решаемых задач, а конкурентная борьба ведется на рынках вычислительной техники и во многом определяется технико-экономическими показателями и возможностями технологий и предприятий,

являющихся изготовителями вычислительной техники. Помимо этого, в последнее время к данным процессам подключились возможности телекоммуникаций и сетевого взаимодействия вычислительных средств. В свою очередь, сетевое взаимодействие в какой-то мере соответствует в живой природе биоценозу – совокупности растений и животных, населяющих участок среды обитания с более или менее однородными условиями жизни.

Как уже отмечалось выше, передача наследственных свойств, отбор и размножение, что присуще живой природе, в вычислительной технике осуществляется человеком, а также созданные им автоматические и автоматизированные производства.

Необходимо отметить следующие сопоставления растительного и компьютерного миров: деревья соответствуют крупным (на данный период времени) вычислительным средствам, кустарник – малым или средним, а трава – мобильным. При этом на предыдущих этапах развития ЭВМ различались большие, средние и малые ЭВМ, а на современном уровне средний класс ЭВМ практически исчез с появлением ПЭВМ и рабочих станций, зато выделился в самостоятельную индустрию класс мобильных процессоров, широко используемых на транспорте, мобильных средствах связи, и т.д.

Вышеприведенные доводы показывают, что вполне оправдано сопоставление эволюционных процессов, происходящих в растительном мире и развитии вычислительных средств. Для проведения такого сопоставления представим некоторые данные по эволюции вычислительных средств [14 – 18].

По мнению многих ученых, письменности, величайшему изобретению человечества, предшествовал счет [21].

Каждый зарождающийся класс вычислительных средств, как и в растительном мире, имеет своих предшественников на предыдущих этапах развития, но своего расцвета достигает позже. При этом часть предшественников "погибает", а другие сохраняются, но видоизменяются с учетом прогресса элементарно-технологической базы и расширения выполняемых функций.

Так, счеты эволюционировали в арифмометр, арифмометр – в калькулятор (электронный), а электронные калькуляторы, мало того, что расширили выполняемые функции, но в неявном виде "присутствуют" в любой ЭВМ.

Развитие числовых представлений, по мнению Б.А. Фролова [20], относится к палеолиту. Еще в глубокой древности, когда человечество только училось считать, оно начало использовать в качестве "вычислительных средств" подручные предметы типа камушков, бусинок (калькули), пальцев рук и ног и т.д. В дальнейшем бусинки нанизывались на "нити", образуя своеобразные счеты.

Одним из первых известных счетных инструментов был абак, которым пользовались люди еще 5000 лет назад [18].

В 1617 году Джон Непер (Шотландия) описал "палочки" ("косточки") для быстрого умножения чисел.

В 1642 году Блез Паскаль (Франция), Г.В. Лейбниц (Германия) в 1763 году, П.Л. Чебышев (Россия) в 1878 году создали свои модели механических счетных приборов – арифмометров, способных выполнять арифметические действия.

В 1601 году Д. Жоккард (Франция) впервые использовал принцип программного управления с помощью перфокарт.

В 1823 году Чарльз Беббидж (Англия) разработал проект Разностной машины, а в 1833 – 1871 годах – Аналитической машины, являющейся прообразом современных ЭВМ. Аналитическая машина с программным управлением должна была выполнять арифметические операции с 50-разрядными десятичными числами. В основном эти машины должны считать таблицы элементарных функций.

В 1886 году Холлерит изобрел Перфокарточную систему (компьютер, использующий электрические сигналы).

В 1930 году Буш изобрел Разностный анализатор – аналоговое вычислительное устройство для решения дифференциальных уравнений.

В 1943 году Блетчли и Тьюринг строят электромеханическую машину Colossus-1.

В 1943 – 1944 годах Говард Айкен (IBM и Гарвардский университет) создают электромеханический компьютер MARK-1 на электро-магнитных реле.

В 1943 – 1946 годах Д.П. Эккертом и Д.У. Маукли в Пенсильванском университете была создана первая электронная вычислительная машина ENIAC, она содержала 18 тыс. электронных ламп и 1,5 тыс. электро-магнитных реле, занимая специально построенное большое помещение.

В 1947 году под руководством фон Неймана была создана ЭВМ EDVAC, которая стала поворотным пунктом в конструировании компьютеров.

В 1947 – 1948 годах Вильям Шокли из Bell Telephone Laboratories изобрели транзистор, который стал основой для компьютеров второго поколения.

В 1949 году в Кембриджском университете было использовано программное нововведение – операционная система.

В 1950 году в Институте электротехники под руководством академика С.А. Лебедева была построена ЭВМ МЭСМ на лампах.

В 1954 – 1957 годах фирмой NCR создан первый компьютер на транзисторах NCR 304.

В 1960 году фирмой DEC разработан первый мини-компьютер PDP8.

В 1963 году появляются первые интегральные схемы.

В 1965 году начался выпуск машин третьего поколения IBM System /360, а в 1970 году – IBM S/370.

В 1971 году фирмой Intel разработана принципиальная разработка в микроэлектронике – микропроцессор.

В 1972 году фирмой Intel выпускаются первые БИС.

В 1973 году появляются компьютеры четвертого поколения.

В 1976 году начат выпуск одноплатных микро-ЭВМ, и фирма Cray Research (США) создала супер ЭВМ CRAY-1.

В 1980 году выпускают первые персональные компьютеры IBM PC.

В 1983 году выпускают IBM PC XT.

В 1984 году выпускают IBM PC AT.

В 1987 году выпускают ПЭВМ второго поколения.

В 1991 году в Японии, США, Европе созданы подсистемы машин пятого поколения.

Важную роль в использовании вычислительных средств сыграли вычислительные сети, которые рядом исследователей рассматриваются как системы распределенной обработки информации.

Хотя одна из первых коммерческих вычислительных сетей вступила в строй в 1969 году (сеть ARPA, спроектированная агентством перспективных исследовательских работ, объединила университеты и исследовательские организации), но настоящий расцвет вычислительных сетей начался с появлением мини- ЭВМ и ПЭВМ, а также современных средств коммуникаций (оптоволоконных линий, космической связи и т.д.). Если первые вычислительные сети в основном использовали коммутацию каналов, то дальнейшая их эволюция привела к коммутации сообщений и коммутации пакетов. Последние заняли доминирующее положение в мире.

Примером такой эволюции могут служить сети фирмы DEC, основного производителя мини- ЭВМ в конце семидесятых годов прошлого столетия [14, 15].

Так, в сети DEC net I (1976 г.) преобладала коммутация каналов, в сети DEC net II (1978 г.) – коммутация каналов и сообщений, а в сети DEC net III (1980) – коммутация пакетов.

Ознакомиться с вычислительными системами параллельного действия можно в работах [14 – 16].

В таблице приведено сопоставление эволюционных процессов растительного мира и вычислительных средств.

Таблица 9.1

Периоды развития	Растительный мир	Уровень сложности и организации	Приспособляемость	Вычислительные средства			
				Вид счетных устройств	Архитектура	Элементная база	Уровень решаемых задач
Предшествующий	Водоросли зеленые, бурые, красные	Очень низкий	Ограниченная	Подручные предметы, счеты, калькули, абак, палочки Непера	Отсутствует	Отсутствует	Простейшие арифметические операции
Становление	Переходные формы наземной растительности – нематофиты, псилофиты	Низкий	Сильно ограниченная	Механические счетные устройства	Отсутствует	Отсутствует	Арифметические операции и функции
Начальное развитие	Споровые растения, плауко-, хвоще- и папоротникоподобные	Средний	Средняя	ЭВМ	ОКОД	Электро-механическая, релейная, ламповая	Простые
Дальнейшее развитие	Голосеменные, включая хвойные	Достаточно высокий	Достаточно высокая	Многопроцессорные системы	ОКМД, МКОД, включая ОКОД	Транзисторы, интегральные схемы	Сложные
Расцвет	Покрытосеменные	Высокий	Высокая	Сетевое взаимодействие, массовый параллелизм, нейрокompьютеры и т.д.	МКМД, включая все предыдущие формы, а также ЭВМ в прогнозной форме	СБИС, молекулярная, оптическая, квантово-механическая, биологическая и т.д.	Очень сложные, включая работу с образами, сигналами, знаниями и т.д.

Классификацию Флина, используемую в таблице сопоставления растительного мира и вычислительных средств, можно найти в работе [15], где ОКОД – однопроцессорная система, ОКМД – параллельный и/или ассоциативный процессор, МКМД – процессор прямопоточной обработки (конвейерная система), МКМД – многопроцессорная или многомашинная система, включая системы с массовым параллелизмом. Так, например, система IBM 360 – ОКОД, ILLIAC IV – ОКМД, CDC STAR 100 – МКОД, UNIVAC 1108 – МКМД. Хотя классификация Флина весьма обща, но она наиболее соответствует эволюции материального производства.

Как видно из данного сопоставления, имеет место полная идентичность этих процессов по форме и последовательности.

Современные вычислительные системы и особенно будущие будут смешанной архитектуры [10], где основное ядро будет, в основном, типа МКМД, но наряду с этим, периферийные процессоры могут быть любой организации ОКОД, ОКМД, МКОД и даже МКМД – для работы с образами и знаниями. Однако баланс таких систем должен быть подчинен смешанному экстремуму [10].

Хотелось бы остановиться еще на одном моменте. В работах [3, 10] автор этой статьи подчеркивал, что освоение информации и знаний человеком и компьютером происходит в соответствии с обобщенным законом зеркальной симметрии, а в настоящей статье утверждается, что имеется идентичность законов эволюции растительного мира и вычислительных средств.

На самом деле никакого противоречия нет, о чем свидетельствует столбец "уровень решаемых задач". Из этого столбца видно, что эволюция вычислительных средств начинается с простых вычислений, а кончается распознаванием образов, сигналов и работой со знаниями, то у человека все наоборот. А прямое соответствие эволюции вычислительных средств и растительного мира в основном касается сложности, организованности и адаптивности, хотя имеются, естественно, и более глубокие закономерности. Но это уже работа для "узких" специалистов.

## **Выводы**

Таким образом, эволюция растительного мира и вычислительных средств шла в направлении отбора более совершенных, высокоорганизованных групп растений (классов ЭВМ), способных к жизни в более разнообразных условиях (решение разнообразных задач), потребляющих меньшее количество энергии (использующих более совершенную элементарно-технологическую базу), выдерживающих конкуренцию со стороны других видов растений (ЭВМ) и более коммуникабельных и способных к размножению (более технологичных).

Такая идентичность эволюционных процессов позволяет более надежно строить прогнозы развития вычислительных средств на макроуровне.

Так, подобно тому, как это происходит в растительном мире, в процессе длительного развития и изменения экосистемы количество видов вычислительных средств возрастает, образуя системы, сложность и экономичность которых также возрастает. При этом увеличивается не только разнообразие вычислительных средств, но и связей между ними, сохраняя хорошо зарекомендовавшие виды этих средств.

Подобно биоценозу в живой природе, в вычислительной технике будут образовываться комплексы между суперперсональными и мобильными системами. Причем роль мобильных систем резко возрастает, и будет постоянно происходить перераспределение выполняемых функций между этими системами в направлении мобильных систем.

Таким образом, сопоставление, проведенное в данной работе, полностью соответствует учению В.И. Вернадского о ноосфере, который выявил единство всех эволюционных процессов, происходящих на Земле, положениям профессора Иенского института молекулярной биотехнологии Питера Шустера о переносе эволюционной теории на многие энтропийные объекты, включая компьютеры [1], фундаментальным ступеням познания окружающего мира, предложенным академиком Н.Н. Моисеевым [21], и негэнтропийному принципу информации, установленному Л.Бриллюэном [22].

Проведенное в статье сопоставление эволюционного развития растительного мира и вычислительных средств показало их полную идентичность по форме с учетом их индивидуальных особенностей исследуемых областей и исторического развития. Это еще раз подтвердило правильность высказывания великого мыслителя И.В. Гёте: «История науки и есть сама наука».

## Список литературы

1. *Colin Biologist posits artificially alive theory*. Electronic Engineering Times // Computer week. – 1995. – N 36. – С. 42 – 44.
2. *Брюхович Е.И.* К вопросу об информатизации общества // Математические машины и системы. – 2000. – № 2, 3. – С. 194 – 209.
3. *Теслер Г.С.* Перспективы развития вычислительных средств с сетевым взаимодействием // Математические машины и системы. – 2001. – № 1, 2. – С. 3 – 11.
4. *Болонкин А.* Постчеловеческая цивилизация // Энергия разума. – 2000. – № 1. – С. 2 – 7.
5. *Комаров В.* Диалоги с космосом // Если. – 1998. – № 1. – С. 213 – 220.
6. *Эшби У.Р.* Введение в кибернетику: Пер. с англ. – М.: Иностранная литература, 1959. – 432 с.
7. *Шилейко А.В., Кочнев В.Ф., Химушкин Ф.Ф.* Введение в информационную теорию систем. – М.: Радио и связь, 1985. – 280 с.
8. *Бродский Я.С., Слипченко А.К.* Функциональные уравнения. – Киев: Вища школа, 1983. – 96 с.
9. *Седов Е.А.* Одна формула и весь мир. Книга об энтропии. – М.: Знание, 1982. – 176 с.

10. *Теслер Г.С.* Принципы смешанного экстремума как основа эволюционного развития вычислительных средств // Математические машины и системы. – 2002. – № 1. – С. 3 – 13.
11. *Біологія* / Авт. М. Кучеренко, П.Г. Балан, Ю.Г. Вєрвєс та ін. – К.: Либідь, 1994. – 336 с.
12. *Корчагіна В.О.* Біологія: рослини, бактерії, гриби, лишайники. – К.: Либідь 1992. – 256 с.
13. *Верзилин Н.Н., Верзилин Н.М.* Биосфера, ее настоящее, прошлое и будущее. – М.: Просвещение, 1976. – 223 с.
14. *Хокни Р., Джесссхоун К.* Параллельные ЭВМ: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – 392 с.
15. *Тербер К. Дж.* Архитектура высокопроизводительных вычислительных систем. Пер. с англ. – М.: Наука, 1985. – 272 с.
16. *Ларионов А.М., Майоров С.А., Новиков Г.И.* Вычислительные комплексы, системы и сети. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1987. – 288 с.
17. *Стройк Д.А.* Краткий очерк истории математики: Пер. с немецкого. – М.: Наука, 1984. – 284 с.
18. *Голишев Л.К.* Електронні цифрові обчислювальні машини. – Київ: Вища школа, 1973. – 380 с.
19. *Сименс ДЖ.* ЭВМ пятого поколения: компьютеры 90-х годов: Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 173 с.
20. *Фролов Б.А.* Применение счета в палеолите и вопрос об истоках математики // Изв. АН СССР, сер. общ. наук. – 1965. – № 9. – Вып. 3.
21. *Моисеев Н.Н.* Алгоритмы развития. – М.: Наука, 1987. – 303 с.
22. *Бриллюэн Л.* Наука и теория информации. – М.: Физматгиз, 1960. – 392 с.

## Глава 10. Перспективы развития вычислительных средств с сетевым взаимодействием

### 10.1. Постановка проблемы

Профессор Иенского института молекулярной биотехнологии Питер Шустер утверждает, что воззрения эволюционной теории могут быть перенесены на многие антропогенные объекты, включая компьютеры [1].

О связи развития «живой» и «неживой» природы свидетельствует и постулат писателя-фантаста и ученого В. Савченко, который гласит, что существует зеркальная симметрия между явлениями начала мира «живой» и «неживой» природы и развитием цивилизации. Как утверждает В. Савченко, это сопоставление явлений начала мира и цивилизации достаточно достоверно и выражает закон природы с вероятностью 0,999 [2]. Далее в статье действие этого закона распространено на эволюцию познания человеком окружающего мира и развитие возможностей вычислительных средств и их структур. Еще древние философы отметили тот факт, что модель мира можно построить двумя способами: концентрируя свое внимание либо на происходящих в нем процессах, либо на сущностях, их порождающих. Первый способ основывается на структурном анализе, оперирующем понятиями «поток данных» и «процессы обработки», приводящем к делению исследуемой системы на иерархические модули, а второй способ направлен на выявление существующих закономерностей исследуемых процессов и явлений.

В связи с вышеизложенным можно предполагать эволюционный путь развития вычислительных машин, систем и сетей, подчиненных закону зеркальной симметрии по отношению к живой природе.

Вычислительные машины, системы и сети служат для обработки, передачи и хранения данных и знаний. Соединенные средствами коммуникации, эти вычислительные средства образуют сетевое гиперпространство, подобное тому, что существует в живой природе. В этой связи необходимо осознать единство законов функционирования информации как в природе, так и в обществе. Исходя из эволюционного развития природы, общества, вычислительных средств и коммуникаций, а также объединяющих их законов функционирования информации, определим, на каком этапе этого развития они находятся.

При этом необходимо обратить внимание как на структурно-функциональную организацию данных средств, так и на переработку информации вообще и знаний, в частности. В связи с рассмотрением этих процессов с точки зрения эволюционного развития особое внимание необходимо уделить сложности организации, адаптивности к внутренним и внешним условиям применения и возможности саморазвития, что присуще живой природе.

Исходя из эволюции развития вычислительных средств, будущие поколения ЭВМ будут по своей организации ближе к биологическим системам, чем к современному автоматизированному производству. Это не исключает, а, наоборот, предполагает широкое использование современного автоматического производства, основанного на ГАПах, специализированных и проблемно-ориентированных производствах. ЭВМ и биологические системы при функционировании, в основном, оперируют информационными объектами, что их значительно сближает.

Различают адаптацию биологических систем по временным параметрам реакции (онтогенетические реакции), возникающим при действии систематических раздражителей в процессе развития и обучения системы, и филогенетические, проявляющиеся в процессе эволюции вида при длительном действии раздражителей, либо кратковременные действия, вызванные редко действующими раздражителями [3]. Первый тип реакций является структурно-функциональным, а второй – чисто функциональным. Кроме временного аспекта, биологические системы адаптируются также на основе принципа адекватности – закономерного приспособления к среде на уровне сложности (числа состояний) и организации (количественная мера состояний). Как для био-, так и для антропогенных систем, действует статический принцип адекватности сложности и уровня организации среды и динамический. При динамической адекватности развитие системы направлено на достижение нового, более высокого уровня адекватности (развития) при одновременной минимизации затрат ресурсов (временных, энергетических и вещественных).

Различают три типа адекватности биосистемы и среды по степени сложности – однозначная (число состояний системы и среды совпадают), обобщенная (нескольким состояниям среды соответствует одно состояние системы) и аналитическая (одному состоянию среды соответствует несколько состояний системы). При этом различают три типа взаимодействия системы со средой: слабое, сильное вероятностное взаимодействие или детерминированное.

Как видно, наиболее близкое содержание этих типов взаимодействия в вычислительной технике имеется у вычислительных средств с сетевой структурой и сетевым взаимодействием – вычислительных сетях, био- и нейрокомпьютерах. В этих системах наиболее полно отражаются следующие принципы биологических систем [3]: адаптации, эволюции, структурно-функционального единства, адекватности и другие.

В связи с тем, что в ходе эволюции биосистемы достигли оптимального уровня совершенства, поэтому они могут служить прообразами для создания новых вычислительных средств, работающих на основе внутреннего и внешнего взаимодействия. При этом необходимо учитывать следующие уровни сетевого взаимодействия: организационный, информационный, алгоритмический, программный и аппаратный.

## **10.2. Эволюция развития вычислительных средств, живой природы и общества**

Для обеспечения устойчивости, жизнеспособности и адаптивности биологических и антропогенных систем происходит постоянное возрастание их сложности в процессе эволюции. Это соответствует закону А. Болонкина о возрастании сложности самокопирующихся систем при воздействии на них постоянных внешних условий [4]. По мнению А. Болонкина, этот закон является смыслом существования природы. Усложнения в этих системах возникают за счет понижения сложности (разрушения, повышения энтропии) систем более низкого уровня либо путем поглощения их энергии. На этой базе возникают все более усложняющиеся структуры, образующие системы второго, третьего и т.д. уровней [4]. Как утверждает А. Болонкин, этот закон полностью подтверждается историей возникновения жизни на Земле. В соответствии с этим законом венцом эволюционной пирамиды живой природы стал человек, который сумел благодаря интеллектуальному уровню резко оторваться даже от ближайших предков и использовать для своего развития и роста не только предыдущие уровни сложности, но и нулевой уровень – неживую природу (антропогенные объекты). Именно интеллект, способность к абстрактному мышлению, планирование и создание антропогенных объектов, направленных на резкое увеличение производительности и создание новых технологий, привели к тому, что человечество попало на высшую ступень развития биологического животного мира. Однако в недрах деятельности человечества зародился новый, более высокий уровень сложных антропогенных систем – вычислительные системы. Основная часть этих систем базируется в настоящее время на принципах, отличных от биологических систем. Но в последнее время появились вычислительные системы, архитектура и функционирование которых близки к биологическим системам. При условии, что прогресс развития электроники будет продолжаться такими же темпами, как в настоящее время, то, как утверждает А. Болонкин, в ближайшие 50–100 лет компьютеры по своим возможностям сравняются с человеческим мозгом.

В биологических системах отдельное существо, не имеющее возможности к самокопированию и связи с другими подобными существами, не может образовывать устойчивую систему и рано или поздно должно исчезнуть. Для человека это еще более серьезно, так как отдельный человек не может обеспечить тот высокий научный и технологический уровень, которого мог бы достичь коллектив [4]. В вычислительной технике этот феномен также существует, так как автономный компьютер не может представить такие же возможности, как вычислительная сеть. Особо это важно при работе со знаниями.

На Земле в настоящее время имеется 1,5 миллиона видов животных и около 0,5 миллиона растений, что является результатом 2 – 3,5 миллиардов лет эволюции [5]. По оценкам Энди Гроува, сотрудника компании Intel, к 2002 году количество чипов, непосредственно работающих в различных технических изделиях (вне компьютеров), достигнет 6 миллиардов, а к 2005 году – 10 миллиардов [6]. Аналогичный рост ожидается в использовании различных видов чипов в компьютерах.

Эволюция биосистем до недавнего времени имела качественно более сложный уровень организации и сложности по сравнению с естественными неорганическими и антропогенными объектами. Однако появление био- и нейрокомпьютеров и развитие вычислительных сетей позволяет утверждать, что в сравнительно недалеком будущем сложность этих систем приблизится к биологическим. Отметим, что по структуре и организации эти системы также подобны биологическим.

Рассмотрим более подробно, что представляют собой нейро- и биокомпьютеры, чем они отличаются от обычных и что у них общего с вычислительными сетями.

Биокомпьютер, называемый иногда молекулярным компьютером, – логическое вычислительное устройство, которое использует принципы обработки информации, присущие живым организмам, а в качестве элементов базы применяются сложные сочетания молекул биологических веществ.

Плотность компоновки молекулярных СБИС в 100 тысяч раз больше, чем современных интегральных схем, и потенциально способны повысить на три порядка скорость переключения по сравнению с полупроводниковыми элементами, составляющую несколько наносекунд. Отметим, что человеческий мозг содержит около 10 млрд. нейронов и на три порядка больше синапсов.

Нейрокомпьютер представляет собой нейронную либо нейроподобную сеть, объединяющую тем или иным образом множество искусственных «нейронных» элементов. Эта сеть является определенного вида возбудимой средой, которая обладает свойством дальнего действия между элементами и алгоритмом обучения.

Как отмечал Минский, в перспективе нейрокомпьютер может стать универсальным средством для выполнения многих интеллектуальных функций в реальном времени и окружающей среде, позволяющим управляющим блокам имитировать многие функции в поведении человека [7, 8].

Вычислительная сеть – совокупность территориально распределенных взаимодействующих компьютеров, абонентских пунктов и терминальных устройств (узлов сети), объединенных каналами передачи информации в соответствии с сетевыми протоколами обмена информацией под управлением распределенной операционной системы. Эти системы классифицируются по струк-

турному, функциональному, информационному и организационному признакам [9].

Биокомпьютеры, нейрокомпьютеры и вычислительные сети объединяют: сетевая организация, сетевое взаимодействие, свойство дальнего действия и необходимость работы как с обычной информацией, так и со знаниями. Последнее обстоятельство становится решающим в эволюционном развитии этих средств и постиндустриальном информационном обществе [10].

Прогресс человечества вообще и экономики в, частности, в большой степени зависит от получения и использования знаний вообще и технологических, в частности, так как прогресс производства непосредственно связан с получением новых знаний, а последние 400 лет – научных знаний. Современный прогресс с получением новых знаний зависит от эффективности инструментария, с помощью которого получают эти знания. На данном этапе таким универсальным инструментарием являются компьютеры, работающие в сетевом гиперпространстве. Уже сегодня это приводит к созданию и использованию высоких технологий и возникновению сетевой экономики [6].

Развитие традиционных компьютеров уже приближается к своей вершине. Поэтому все большее внимание компьютерной науки привлекают вычислительные средства с сетевым взаимодействием.

Проследим за развитием этих вычислительных средств в сопоставлении с развитием живой природы. При этом необходимо учесть ряд обстоятельств. Л.В. Тарасов утверждал [5], что процесс эволюции в живой природе является принципиально непредсказуемым в том смысле, что нельзя предсказать возникновение того или иного конкретного вида.

Однако появление генной инженерии в какой-то мере опровергает данное утверждение. В этой связи создание антропогенных объектов и их эволюция могут происходить по иному сценарию, так как создающий эти объекты человек знает, к чему стремиться. Но это не отменяет общих законов развития природы, где человек является ее частью. Принципы симметрии и асимметрии управляют законами природы. Как утверждает Л.В. Тарасов, равновозможные исходы всегда связаны с определенной симметрией. Поэтому отмеченный выше закон зеркального отображения В. Савченко вполне может быть использован для сопоставления процесса обучения человека, отражающего эволюцию познания окружающего мира, и развития возможностей вычислительных средств.

Так, если у ребенка первое познание мира связано в значительной мере с органами чувств (прежде всего, зрением и слухом), речью и определенными умозаключениями, а потом с умением ходить, играть, считать, а в зрелом возрасте – работать с абстракциями, изучать различные теории и т.д., то интеллект вычислительных средств имеет зеркальное отображение. Вначале машину научили считать, решать логические задачи, освоить компьютерную алгебру и

лишь потом распознавать образы, речь, управлять интеллектуальными роботами, умеющими двигаться, читать, слышать, и т.д.

Для выяснения роли вычислительных средств в научно-технической эволюции (НТЭ) рассмотрим три ее фазы [11]:

1) подготовительная фаза (XVI – XVII века) – объединение научной, технической и изобретательской деятельности;

2) первая фаза (XVIII век) – замещение ручного физического труда машинным;

3) вторая фаза (XX век) – процесс замещения умственного труда машинным (прямое замещение человека) и создание орудий для усиления умственных возможностей человека.

Помимо появления компьютеров, в соответствии со второй фазой НТЭ, появилось и сетевое взаимодействие в локальном и глобальном его проявлениях. Таким образом отражалось коллективное взаимодействие во всех сферах деятельности человечества.

Появление вычислительных сетей обеспечило распределенное хранение и обработку информации, а также широкое ее распространение в глобальном масштабе всего интернет – гиперпространства. Но и появление био- и нейрокомпьютеров также в эволюции не случайно, и, как показывает эволюция живой природы, – это повышение сложности для средств обеспечения адаптивности, саморазвития и работы со смысловыми конструкциями и знаниями.

В этом смысле интересно сопоставление с величайшим достижением человечества – расшифровкой генома человека, содержащим около 40 тыс. генов (инструкций) и порядка 3 млрд. элементарных составных частей. В связи с этим широчайшее распространение получают биотехнологии, геннодиагностика, генная инженерия и т.д. Таким образом, в ближайшем будущем ожидается рождение новых высоких технологий и появление чисто биологических компьютеров с хромосомным управлением.

Однако для работы со знаниями это не является столь принципиальным, так как у большинства людей совпадает около 99% генов, но это не гарантирует их одинаковое умственное развитие. А если к этому добавить, что близкий процент совпадения генов наблюдается у обезьяны, то становится понятным, что дело не в генах, а в их структурных отношениях и содержании.

### **10.3. Роль био- и нейрокомпьютеров и вычислительных сетей в эволюции вычислительных средств**

Известно, что обычные компьютеры достаточно хорошо приспособлены для решения численных задач, работы с гипертекстами, задач компьютерной алгебры, банковских задач, работы с базами данных, компьютерных игр и некоторых других задач, но гораздо хуже для задач распознавания образов, речи.

И совсем неудовлетворительно эти компьютеры решают интеллектуальные задачи, работают с базами знаний, управляют интеллектуальными роботами, решают сложные задачи с умозаключениями и т.д.

И хотя имеется немало примеров решения таких сложных задач на традиционных компьютерах, это достигается за счет использования сверхпроизводительных вычислительных средств. Так, чтобы сыграть свой последний чемпионат с Гарри Каспаровым, фирме IBM потребовалось создать сверхпроизводительную ЭВМ, достаточно сложное специальное математическое и программное обеспечение, ориентированное непосредственно на Г. Каспарова. Хотя машина и выиграла у Каспарова, никто не смог бы гарантировать, что она могла бы выиграть у Крамника без существенной модернизации математических, программных и технических средств. И все это связано с отсутствием в машине свойств адаптации, обучения и саморазвития.

Био- и нейрокомпьютеры наиболее приспособлены для решения этих интеллектуальных задач, так как обладают свойствами адаптации и саморазвития как самой структуры, так и математического программного обеспечения к решаемой интеллектуальной задаче в силу сетевой организации, способности к обучению и гибких связей с внешней средой (рецепторные и эффекторные). Помимо этого, в данных средах легче образовывать механизмы решающих правил для анализа громадного количества признаков, понимания смысловых и тактико-технических понятий данной конкретной области. Кроме того, эти компьютеры могут быть хорошо приспособлены для использования различных эвристик, нечетких логик и различных моделей типа марковских цепей и т.д.

Рядом перечисленных выше свойств обладают вычислительные сети и особенно тогда, когда в узлах, наряду с обычными компьютерами, используются био- и нейрокомпьютеры.

Необходимо отметить, что адаптация, самоорганизация и саморазвитие присущи всем живым организмам, и именно поэтому, согласно закону зеркального отображения В.Савченко [2], они являются конечной глобальной целью развития вычислительных средств.

Сравнивая сегодняшнее состояние развития рассматриваемого класса вычислительных средств с тем, что декларируется глобальной целью, можно констатировать, что они находятся на начальном этапе эволюции. При этом определенная база для решения глобальной проблемы подготовлена, о чем свидетельствуют бурно развивающиеся системы представления знаний, включающие различные языки представления знаний, механизмы и алгоритмы их приобретения и генерации. Накопление, переработка, структурирование, поиск, обобщение и на их основе генерация знаний всех видов является основой данного процесса. При этом различают [7] предметные, концептуальные, конструктивные, процедурные и другие виды знаний. На интеграцию всех видов знаний и средств их переработки направлена эволюция развития вычислительных

средств. Для обеспечения условий саморазвития и адаптации, подобно тому, как это делается у человека, в настоящее время предложены нейрородные растущие сети, включающие рецепторно-эффекторные механизмы [8].

#### **10.4. Виртуальные семантико-информационные вычислительные сети**

При рассмотрении работ, связанных со знаниями, необходимо учитывать особенности, присущие человеку. Среди этих особенностей отметим следующие: целенаправленная деятельность, возможность адаптироваться к внешним и внутренним условиям за счет изменения структурно-логических связей, способность совершенствоваться и саморазвиваться, умение абстрагироваться и обобщать известные результаты, строить модели внешнего и внутреннего мира.

Многое из перечисленного в той или иной мере присуще современным вычислительным средствам. При этом происходящие изменения соответствуют эволюционному пути развития Природы. В природе эволюция базируется на следующих трех факторах: изменчивость, наследственность и естественный отбор. При этом в соответствии с законом Менделя случайные изменения передаются по наследству и постепенно накапливаются в потомстве. Эволюционное развитие при этом идет не от простого к сложному, как это кажется на первый взгляд, а от менее приспособленного к более приспособленному за счет увеличения числа видов, большего их разнообразия и появления более организованных видов. Поэтому именно наиболее приспособленный, т.е. наиболее адаптируемый организм находится на вершине биологической пирамиды. Именно это и ничто другое придает эволюционному процессу прогрессивную направленность.

Описываемые выше механизмы эволюции присущи как живой природе, так и вычислительным средствам и сетевой экономике, которая базируется на сетевом взаимодействии. В этой связи вступает в противоречие один из законов сетевой экономики, предложенный Кевином Келли [6]. Этот закон назван автором законом «маслобойки» – поиск стабильного равновесия. Согласно закону, в предложенном К. Келли принципе сетевой экономики нет целенаправленной деятельности и в соответствии с факторами эволюции, приведенными выше, не обеспечивается определенная упорядоченность. У Келли нет механизмов отбора и поэтому его «масло» окажется простой водой. Свой закон Келли обосновывает тем, что последние исследования показали: в Природе нет и не может быть баланса и равновесия, а есть постоянное разрушение и созидание. Аналогично этому, как утверждает Келли, будет происходить и в сети. Хотелось бы возразить Келли в отношении данной аргументации. Действительно, в природе очень редко встречается статический баланс, но, в основном, как в природе, так и в экономике, существует иерархия динамических балансов [10]. Именно она

является причиной как разрушения, так и созидания. Благодаря этому, в природе имеется гармония. К этой гармонии необходимо стремиться как в сетевом гиперпространстве, так и в сетевой экономике.

Именно для создания такой гармонии эволюционное развитие вычислительных средств и коммуникаций создало предпосылки к появлению сетевой архитектуры – появлению вычислительных сетей, био- и нейрокомпьютеров. Все эти сетевые образования появились для обеспечения саморазвития и самоорганизации как на локальном, так и на глобальном уровне. Известно, что добавление одного узла в сети приводит к появлению новых  $2^n$  связей, где  $n$  – число узлов сети. Таким образом, имеет место экспоненциальный рост связей в сети. Отметим, что этот процесс существует в биологических системах, что еще раз подтверждает идентичность эволюционного пути биологических и вычислительных систем. Экспоненциальный рост связей усложняет поиск необходимой информации в сети. Что может быть противопоставлено этому росту сложности?

По нашему мнению, саморазвитие и самоорганизацию на локальном уровне можно обеспечить использованием био- и нейрокомпьютеров, они же должны сыграть существенную роль при создании виртуальных семантико-информационных сетей, где наряду с разнообразной информацией, которая и сегодня циркулирует в сети, начинает передаваться смысловая информация. При этом часть смысловой информации все время будет возрастать, т.е. сети начинают работать со знаниями. Такой подход позволит резко сократить время поиска и передачи информации и будет противостоять экспоненциальному росту связей в сети.

Поясним данный подход. В отличие от обычной трактовки семантики как смыслового значения слова, оборота речи, текста или его частей [12], в данном контексте под термином «виртуальность» понимается переход на более высокий уровень абстракции в управлении сетью на основе соответствующих новых уровней протоколов сети, построения семантической сети [12] и других моделей выражения смысла [13 – 17].

Важность такого подхода связана с тем, что современный этап человеческого общества характеризуется широким освоением знаний, которые приобрело человечество за все время своего существования. Это связано, прежде всего, с тем, что в постиндустриальном обществе знания вообще и технологические знания, в частности, решающим образом определяют темпы развития как отдельных стран и народов, так и человеческого общества в целом [10]. Индустриальными средствами освоения этих знаний являются вычислительные сети и машины, которые образуют своего рода первичную систему, подобную нервной сети живого организма. Благодаря этому, такие системы обладают потенциальной возможностью адаптироваться и развиваться.

Сетевая архитектура вычислительных сетей, нейро- и биокomпьютеров предопределена их эволюционным развитием и, прежде всего, направлена на возможности адаптации, самоорганизации, саморазвития, работу как с обычной информацией, так и со знаниями. Именно благодаря последнему, можно утверждать (как и в живой природе роль человека), что эти средства находятся на вершине эволюционного развития.

Вычислительные сети, нейро- и биокomпьютеры имеют общую структуру – сеть и далекодействие элементов, которые образуют сеть. Эта общая структура данной группы вычислительных средств существенно отличается от классических и может более адекватно функционально отображать процессы, которые происходят в человеческом мозгу, и благодаря этому, они представляют наибольший интерес для работы со знаниями. Особо важно отметить, что появление такого типа вычислительных средств и коммуникаций уже в ближайшее время будет существенно влиять на научно-технический прогресс будущего постиндустриального информационного общества [10] и создание динамичной сетевой экономики [6]. Этот прогресс будет обусловлен, прежде всего, за счет структурирования, передачи, хранения и переработки знаний и, как следствие, произойдет резкий рост появления новых наукоемких (высоких) технологий.

Одной из отличительных особенностей рассматриваемых классов вычислительных средств является то, что сеть осуществляет коллективное взаимодействие, связующее воедино громадное множество его элементов. В свою очередь, вычислительная сеть объединяет воедино не только компьютеры, но и людей и, благодаря этому, выступает в роли коллективного разума. Эту роль вычислительных сетей сдерживают сегодня следующие два обстоятельства: недостаточная развитость системы работы со знаниями на локальном уровне и отсутствие смыслового уровня при поиске необходимой информации в сети. В этой связи нельзя считать сегодняшний поиск информации в вычислительной сети удовлетворительным, так как поиск по ключевым словам и их сочетанию позволяет находить весьма избыточную информацию, а не конкретные знания в интересующей области. Такой подход к поиску информации усугубляется еще и экспоненциальным ростом связи в вычислительной сети. Использование же семантического поиска позволит не только находить необходимые знания, но и делать аналитические обзоры по интересующим пользователя сети вопросам.

Как видно из эволюции развития вычислительных средств, основную роль для работы со знаниями как на локальном, так и на глобальном (сетевом) уровне, должны взять на себя нейро- и биокomпьютеры. Благодаря включению их в серверное и другое оборудование элементов сети, удастся создать виртуальные семантико-информационные сети, что позволит создать новую сетевую экономику, когда основные доходы будут получаться не за счет продажи средств вычислительной техники, а за счет продажи разнообразных услуг, включающих получение необходимой информации и знаний. Именно благода-

ря такому подходу возрастет роль информации и знаний в процессе развития сетевой экономики, позволит частичное замещение денег знаниями, т.е. интеллектуальным капиталом [10].

Как уже подчеркивалось выше, есть сходство в развитии мира вообще и компьютеров, в частности. Хотя внешне окружающий нас мир насыщен случайностями, тем не менее он достаточно организован и во многих отношениях упорядочен. Это связано, прежде всего, с тем, что дезорганизующим действиям случайности противостоит организующее действие управления и самоорганизации [15]. В этой связи роль нейро- и биокомпьютеров состоит также и в том, чтобы непосредственно участвовать в процессах управления потоками информации в вычислительных сетях и адаптироваться к внешним и внутренним условиям применения за счет имеющихся у них свойств самоорганизации и саморазвития. Напомним, что основное отличие знаний от информации состоит в возможности первых к развитию вследствие бесконечности процесса познания, в результате которого появляются новые знания. Благодаря отмеченным выше свойствам этим компьютерам предстоит в будущем играть ключевую роль в противостоянии относительному информационному хаосу, царящему в современных вычислительных сетях по нахождению необходимой информации и знаний.

Виртуальные семантико-информационные сети, био- и нейрокомпьютеры составляют основной инструмент для моделирования функций, происходящих как в мозгу человека, так и в коллективном разуме. Это положение хорошо коррелируется с теорией «искусственной жизни» Питера Шустера. При этом важную роль в этой «жизни» будут играть процессы самовоспроизведения, которые невозможны без самоорганизации и саморазвития. Помимо этого, П. Шустер установил, что в живой природе, наряду с выживанием вида, самого приспособленного к окружающей среде («оптимизация» по Дарвину), существуют множество полезных способов поведения, не являющихся «оптимальными» по Дарвину. Именно это и позволяет перенести эволюционные подходы на неживую природу. В настоящее время имеются свидетельства этого эволюционного развития. Прежде всего, это создание вычислительных средств с сетевой архитектурой, выполненных на молекулярном уровне. Данные средства позволяют моделировать процедуры самоорганизации на синапсном уровне [7], а также изменять во время обучения не только синапсный уровень, но и структуру сети [8].

Из изложенного выше видно, что развитие вычислительных сетей, био- и нейрокомпьютеров происходит по тем же законам, что и в живой природе, но в отображении зеркальной симметрии. При этом глобальная цель их эволюционного развития – достижение самоорганизации и саморазвития для обеспечения наивысшего уровня адаптации к внутренним и внешним условиям применения для обеспечения динамичной работы с информацией и знаниями, что и обеспе-

чит высокоэффективную динамичную экономику, основанную на высоких технологиях.

Таким образом, мы видим, что вычислительные средства и коммуникации за столетие проделают тот эволюционный путь, который живая природа проделала более чем за 2 млрд. лет. В то же время необходимо отметить, что, несмотря на огромные достижения в рассматриваемой области, мы находимся в начале пути создания глобальной виртуальной семанτικο-информационной вычислительной сети с узлами, оснащенными как нейро-, био- и обычными компьютерами и работающей с широким спектром информации и знаний, составляющих основу сетевой экономики. При этом надо констатировать, что, как показано выше, основные фундаментные блоки и некоторые части знаний уже заложены.

## Выводы

В работе сделан анализ развития вычислительных средств на основе их эволюционного развития. Показано, что сетевая организация и межузловое взаимодействие как на локальном, так и на глобальном уровне, станет основой для построения виртуальных семанτικο-информационных вычислительных сетей. Эти вычислительные средства и коммуникации станут основным инструментом для накопления, переработки, структурирования, поиска, обобщения и генерации различных видов знаний. Эти средства и знания станут основой новой сетевой экономики, которая позволит осуществить динамику развития народного хозяйства на основе наукоемких технологий, иерархии балансов интересов и ресурсов. Имеющиеся в настоящее время вычислительные сети, био- и нейрокомпьютеры находятся на начальном этапе эволюционного развития адаптивных саморазвивающихся антропогенных систем.

## Список литературы

1. *Colin J.* Biologist posits artificially alive theory. *Electronic Engineering Times // Computer week.* – 1995. – № 36. – С. 42, 44.
2. *Савченко В.И.* Мир перед точкой закипания: попытка аналитического пророчества // Визит сдвинутой фазии: Сб. фантастики. – Киев: Молодь, 1991. – 254 с.
3. *Словарь по кибернетике* / Под ред. В.С. Михалевича. – Киев: Гл. ред. УСЭ, 1989. – 751 с.
4. *Болонкин А.* Постчеловеческая цивилизация // *Энергия разума.* – 2000. – № 1. – С. 2 – 7.
5. *Тарасов Л.В.* Мир, построенный на вероятности. – М.: Просвещение, 1984. – 191 с.
6. *Келли К.* Двенадцать принципов преуспевания в бурно меняющемся мире // *Wired.* – 1998. – April.
7. Нейронні мережі в системах автоматизації / В.І. Архангельський, І.М. Богаєнко, Г.Г. Грабовський, М.О. Рюмшин. – Київ: Техніка, 1999. – 364 с.
8. *Морозов А.А., Яценко В.А.* Интеллектуализация ЭВМ на базе нового класса нейроподобных систем. – Киев: Тираж, 1997. – 125 с.
9. *Петренко П.А., Теслер Г.С.* Обработка данных в вычислительных системах и сетях. – Киев: Техніка, 1980. – 232 с.

10. *Теслер Г.С.* Концепция построения постиндустриального информационного общества // Математичні машини і системи. – 2000. – № 2/3. – С. 185 – 194.
11. *Научно-технический прогресс: Словарь / Сост.: В.Г. Горохов, В.Ф. Халипов.* – М.: Политиздат, 1987. – 366 с.
12. *Заморин А.П., Марков А.С.* Толковый словарь по вычислительной технике и программированию. Основные термины. – М.: Русский яз., 1988. – 221 с.
13. *Толковый словарь по вычислительным системам / Под ред. В. Иллиnguорта и др.: Пер. с англ.* – М.: Машиностроение, 1991. – 560 с.
14. *Тьюгу Э.Х.* Концептуальное программирование. – М.: Наука, 1984. – 256 с.
15. *Кеесс Ю.Ю.* Анализ и синтез фреймовских моделей АСУ. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 168 с.
16. *Элт и Дж., Кумбс М.* Экспертные системы: концепции и примеры. – М.: Финансы и статистика, 1987. – 191 с.
17. *Цейтлин Г.Е.* Введение в алгоритмику. – Киев: Фарт, 1998. – 310 с.

## Глава 11. Эволюция развития языков и систем программирования

Язык формирует наш способ мышления и определяет, о чем мы можем говорить.

Б.Л. Ворф

### 11.1. Состояние проблемы

В настоящее время насчитывается несколько сотен различных языков программирования. Как известно [1], для повышения эффективности (производительности, отказоустойчивости и т.д.) вычислительных средств необходимо совершенствовать элементно-технологический, информационный, организационный и алгоритмический базисы. Эффективность машинных алгоритмов во многом зависит от используемых языков и систем программирования. При этом повышение эффективности языков и систем программирования тесно связано с совершенствованием следующих средств: анализ и обработка информации; информационное обеспечение, организация обработки и управления данными, процедурами, моделями и т.д., декомпозиция больших программ, семантических, синтаксических и морфологических возможностей языка; адаптация к внутренним и внешним условиям использования языка; технология программирования и т.п. Одним из средств адаптации языков программирования является повышение уровня абстрагируемости данных, который повышает их мощность, гибкость, прозрачность и транспортабельность. Другие средства адаптации направлены на открытость уровня средств обработки данных, учет особенностей технических средств при компилировании программы (учет возможностей параллельной работы, расширение существующих в процессоре конвейеров и средств внутреннего планирования выполнения инструкций и т.д.). Особое место в адаптации к внешним условиям применения языков и систем программирования играет повышение их интеллектуального уровня. Изучение эволюции языков и систем программирования невозможно одновременно во всех направлениях. Поэтому изучение этих процессов будет представлено в разных проекциях. Наиболее важные связаны с рассмотрением различных точек зрения: предметных областей, данных и структур, декомпозиции элементов, статике и динамики описания моделей, процессов, технологии программирования, уровня интеллектуализации и т.д.

### 11.2. Классификация и сопоставление языков программирования

Существуют различные классификации языков программирования. Наиболее общей является классификация по степени зависимости языка от компь-

ютера. По этой классификации языки программирования делят на два больших класса: машинно-зависимые и машинно-независимые. В свою очередь, машинно-зависимые языки делят на машинные (инструкции компьютера) и машинно-ориентированные (языки символьного кодирования, макроязыки и т.д.). В данной работе эти классы языков рассматриваться не будут. В свою очередь, машинно-независимые языки делятся на процедурные, иногда называемые операторными или императивными, и декларативные. При этом необходимо отметить, что, по своей сущности, большинство ныне существующих языков являются комбинированными либо смешанными и классифицируются по основным средствам, ими используемым. В этом смысле они подчинены одному из общих законов эволюции – закону смешанного экстремума [2]. Так, ряд машинно-независимых языков высокого уровня делают таким образом, чтобы выражения ветвления в той или иной степени соответствовали номенклатуре машинных инструкций и способам адресации процессора (PL/65, Mistral, Smal/80, PL/360) и др. Далее будет показано, что подобная "смешанность" присуща также императивным и декларативным языкам. Большинство из ныне используемых языков программирования относится к процедурным языкам (Бейсик, Си, Фортран, Алгол, Кобол, Паскаль, Ада и многие др.).

Наиболее существенными классами декларативных языков являются функциональные, называемые также аппликативными, и логические. К категории функциональных языков относятся: Лисп, FP, Apl, Nial, Krc, Logo и другие, а логического программирования -Пролог и другие.

В работе [3] справедливо отмечается: "На практике языки программирования не являются чисто процедурными, функциональными или логическими, а содержат в себе черты языков различных типов. Это утверждение полностью соответствует принципу смешанного экстремума [2], являющемуся одним из фундаментальных принципов природы. С точки зрения практики, это приводит к тому, что на процедурном языке можно написать функциональную программу либо ее часть и наоборот. Все это связано с тем, что большинство языков высокого уровня учитывают разные стили и методы программирования.

Отметим, что в функциональном программировании высший приоритет отдается понятию функции и предполагает жесткое структурирование данных (последовательность последовательностей), что создает сложности для представления привычных для программистов данных в виде массивов, записей и тому подобных структур данных.

В свою очередь, логическое программирование акцентирует внимание на средствах логики. Но эти средства ограничены возможностями чисто декларативных логик.

Была сделана попытка объединения логического программирования с функциональным. Примером такого подхода является создание языка Логлисп, который реализует парадигму логического программирования в рамках языка

Лиспа, что еще раз иллюстрирует действие вышеупомянутого принципа смешанного экстремума.

По большому счету процедурные языки в большей своей части ориентированы на решение вычислительных и близких к ним задач, а декларативные – на невычислительные задачи и задачи искусственного интеллекта.

Мы рассмотрели две крайности, но в действительности спектр языков программирования имеет и множество полутонов, на которых остановимся в дальнейшем.

### **11.3. Эволюционное развитие языков и систем программирования**

Языки и системы программирования подчинены общим законам эволюции. О всеобщности этих законов для живой, неживой и искусственной природы уже писалось в работах автора [2, 4, 5]. Но в каждой области исследования эволюция имеет как общие черты, так и свою специфику. Общим является обеспечение адаптации к внешним и внутренним условиям применения, испытание исследуемых объектов на выживание на основе основного метода природы и инженеров – проб и ошибок.

Специфическим в данном исследовании является то, что в нем доминируют два аспекта: развитие технологии вычислительных средств и программирования. В обоих этих аспектах главенствует творчество человека. Но если первый аспект связан с материальным производством, то второй, в основном, – с интеллектуальной деятельностью человека. Это не означает, что в достижениях материального производства не участвует интеллектуальная деятельность, а говорит только о том, что существенные ограничения на прогресс материального производства имеют материальные факторы.

Эволюция происходит во времени и пространстве и в большинстве случаев ростки будущего надо искать в прошлом. Но для искусственных сил, особенно интеллектуальных, нередко случается, что некоторые идеи и даже конкретные объекты творчества могут намного опережать свое время. Однако они могут только приблизить будущее, но не нарушить общий ход эволюционного процесса. Психологическое и философское обоснование этих явлений оставим специалистам других областей. Нас же интересуют более конкретные вопросы. Какие параметры языков и систем программирования наиболее существенны для эволюционного развития? На основе каких законов можно прогнозировать развитие этих систем? И множество других.

Частично эволюция языков программирования была рассмотрена в предыдущем разделе. В данном разделе для нас, наряду с частностями, важно иметь и общее представление о процессе эволюции. Для этого важны методы исследований данных процессов. Последние опираются на принципы системных исследований, которые включают:

1. Целенаправленность – целевое назначение системы и ее способность достигать заданных целей.

2. Целостность, которая предполагает рассматривать совокупность элементов, входящих в систему как единое целое для обеспечения иммергентности.

3. Иерархичность, то есть многоуровневое рассмотрение элементов системы.

4. Организованность, то есть наличие определенных структурно-функциональных связей между элементами.

5. Выявление внутренних закономерностей в системе.

6. Исследование инерциальных свойств системы, влияющих на ее дальнейшее развитие.

7. Рациональность построения системы, то есть новая система должна быть эффективнее своих предшественниц.

8. Способность к модернизации.

Для понимания направленности эволюции языков, систем и технологий программирования необходимо обратить внимание не только на проблемную их ориентацию, но и, как в материальном производстве, на развитие технологии и организации производства программ. Следуя [6], можно выделить четыре периода развития производства ПО: производство ПО для удовлетворения собственных потребностей разработчиков (до начала 60-х годов); становление товарного производства и развитие кризиса ПО (до середины 70-х годов); экстенсивное товарное производство ПО (до середины 80-х годов); становление интенсивного товарного производства.

Соответственно этим периодам развивались языки и технология программирования, начиная с программирования в кодах и заканчивая объектно-ориентированным программированием и созданием технологии адаптируемых надежных систем.

Помимо всего, это деление на этапы соответствует увеличению массовости использования ПО и скорости темпов его модернизации.

В технологии и организации производства программ важны не только уровень абстрагирования процедур и данных, но и эффективные методы декомпозиции программ.

Начало такой декомпозиции программы положила концепция модульного программирования, предложенная в середине 50-х годов для программ, написанных на Ассемблере и Фортране. Она получила свое дальнейшее развитие в связи с появлением новых языков и концепций программирования.

Одним из таких подходов явилась концепция структурного направления [7, 8]. В современное понимание этого направления обычно включают: концепцию структурного кодирования, модульного программирования и дисциплинарного проектирования ПО. Основной целью такого подхода, которая декларировалась еще ее создателями, была разработка метода создания программ,

широко использующих средства абстрагирования с целью выделения составных частей проблемы и повышения уверенности в правильности работы конечной программы.

Для достижения этой цели предусмотрены только три вида управляющих структур: последовательность (линейный участок), выбор (без GOTO), повторение (цикл) и структура данных. Наиболее типичным представителем языков, в котором реализованы идеи структурного программирования, является язык Паскаль (Pascal) [9]. Помимо упомянутых выше управляющих структур в структуре данных, он допускает массивы, записи, файлы, наборы и классы, определяемые пользователем.

Структурное кодирование, аппарат подпрограмм и процедуры модульного программирования направлены на упорядочение в программах связей по передачам управления и накопление опыта (использование уже известных процедур). Но не менее важно уменьшить сложность в структурах данных и их связях, что наиболее просто может быть реализовано, если основываться на концепции абстрактных типов данных (АТД), одна из версий которых была реализована Виртом в языке Паскаль.

Более полно эти подходы реализованы в языке Ада [10, 11].

Концепция АТД допускает введение в язык классов объектов более общих, чем типы данных. В объектно-ориентированном программировании имеются различные модификации АТД. Так, в языке Ада достигнут новый уровень абстракции благодаря введению механизмов родовых структур, который обеспечивает возможность порождения структур – "потомков" с уточненными свойствами в процессе компиляции. Такой процесс создания потомков, называемый конкретизацией, определен для любых сегментов компиляции, в том числе для пакетов и задач.

Для целей параллельного программирования в языке Ада определены задачи, взаимодействие которых обеспечивается не только работой с общей памятью, но и механизмами синхронизации высокого уровня, называемыми "ран-деву". Остановимся более подробно на ориентации языков программирования по областям применения с указанием наиболее типичных языков этого направления.

Наиболее типичны следующие области применения языков:

- вычислительные задачи (Фортран [12], Алгол [13] и др.);
- обработка деловых данных (Кобол [14]);
- моделирование (Симула, GPSS);
- символьные и алгебраические преобразования и вычисления (системы компьютерной алгебры [15–19];
- искусственный интеллект (функциональные языки Лисп [3], АПЛ [20]);
- логические языки Пролог, Мандала [3];
- многоцелевые языки (Ада [10, 11]);

- системное программирование (Си [21]);
- управление процессами (Си, Ада [36]);
- диалоговые языки (Бейсик);
- обработка списков (Лисп [3]);
- обработка строк (Снобол [22]) и другие области применения.

Эволюцию развития языков по проблемной ориентации, возможностям расширения и ориентации на компоненты языка можно проследить по таблице, заимствованной из работы [23].

Таблица

Язык	Год	Проблемная ориентация						Возможности расширения	Ориентация на компоненты
		Вы- чи- сли- тель- ная	Де- ловая	Управ- ление про- цессами	Сис- темная	Моде- лиро- вание	Ис- кусст- венный интел- лект		
FORTRAN	1957	+						нет	операторы
ALGOL-60	1960	+						нет	операторы
COBOL	1960		+					нет	данные
LISP	1960		+				+	ограничен- ные	функции и данные
PL/I	1962	+	+			+		нет	операторы и данные
BASIC	1965	+				+		нет	операторы
SIMULA-67	1967	+				+		широкие	операторы и данные
ALGOL-68	1968	+	+			+		широкие	операторы и данные
RTL-2	1969			+		+		ограничен- ные	операторы и данные
Pascal	1970	+	+			+		широкие	операторы и данные
C	1972	+	+	+	+	+		–	операторы и данные
Ada	1980	+	+	+	+	+	+	широкие	операторы и данные

Сделаем некоторые замечания к перечисленным в таблице языкам. Язык Си ориентирован на разработку системных программ, учитывающих особенности аппаратных средств. Достаточно эффективен по производительности, но обладает мало прозрачным синтаксисом и плохой обзоримостью.

Симула — язык высокого уровня для имитационного моделирования. В нем впервые реализована идея языка — ядра и включает в себя с некоторыми ограничениями Алгол-60.

Отметим, что, кроме Симулы, для моделирования и при решении задач "искусственного интеллекта" (экспертные системы, дедуктивные базы данных, распознавание образов и т.д.), помимо Лиспа, используется Пролог.

Язык Ада, помимо перечисленных возможностей, обладает возможностью работы в режимах реального времени и параллельной обработки.

Отдельно хотелось бы остановиться на языке Форт [2], структура которого содержит ядро и средства, допускающие расширение, что позволяет ему быть одновременно как пользовательской, так и метасистемой, описывающей саму себя. Расширение Форта (Форт-система) позволяет создавать полный набор средств поддержки для разработки и исполнения программ; операционную систему, интерпретатор для диалогового исполнения, компилятор, ассемблер, текстовый редактор и обслуживающую программу (все написано на языке Форт). При этом требует сравнительно малых ресурсов. Все эти качества в середине 80-х годов выдвинули его по использованию на третье место после Бейсика и Паскаля в качестве средства программирования на ПК для систем обработки текстов, пакетов машинной графики, видеоигры и т.д.

Недостатком языка Форт является слабая прозрачность программ из-за недостаточно высокого уровня языка, стековой модели вычислений и т.п.

Важную роль для адаптации языка программирования к потребностям программиста играют возможности расширения языка посредством наличия средств, с помощью которых программист может создать новые объекты необходимых типов. Например, новые типы данных в языках Алгол-60, Фортран, Бейсик. В этом смысле они являются закрытыми для расширения. В языках Симула-67, Паскаль, Алгол-68 и Ада такие средства имеются, а в языке Форт их нет, но нет и ограничений на их создание и введение в язык.

Эффективность и качество всех этапов разработки и жизненного цикла программ во многом зависят от структурных возможностей языка, т.е. структуры программ и данных, управляющих конструкций. Так, Кобол допускает только одноуровневую структуру программы и все данные глобальные. В Фортране допускаются подпрограммы. В языках Алгол-60 и Паскаль используется боковая структура программ, а в языке Ада концепция модулей и родовых сегментов хорошо согласуется с концепцией структурного программирования. Структуры данных также эволюционировали от однородных агрегатных данных (массивов) в языках Алгол-60 и Фортран до иерархических агрегатов дан-

ных, например, массивы структур, содержащие подструктуру – языки ПЛ/1 [25] и Алгол-68, либо полный и "джентльменский набор", содержащий массивы, записи, множества и файлы, как в языке Паскаль. На качество разрабатываемых программ также влияют состав и вид управляющих операторов. В современных языках вместо простых конструкций операторов языков типа Фортран и Алгол-60 используются более сложные и хорошо определённые операторы типа `if...the...else...end if`, `case...of...when...end case`, `for...in...while...loop...end loop`.

Важным свойством современных языков является наличие средств для организации параллельного выполнения программ. В зачаточной форме эти средства наблюдаются в Алголе-60 и ПЛ/1 [29], дальнейшее развитие они получили в Симуле-67 и Алголе-68. Наибольшего развития эти средства получили в языке Ада. Отметим еще ряд некоторых особенностей языков программирования.

Отличием языка Алгол-60 от Фортрана является строчное определение синтаксиса, это способствует единообразному пониманию правил языка как пользователями, так и разработчиками транслятора. Однако семантика языка Алгол-60 описана неформально, что может привести к неоднозначному истолкованию отдельных конструкций. Алгол-60 широко использует рекурсивность и основывается на блочности структуры программы.

Фортран имеет развитые средства описания форматов вводимых и выводимых данных как числовых, так и текстовых, удобный аппарат сегментирования больших программ, хорошее развитие функций и процедур.

По замыслу авторов ПЛ/1 (IBM) – это язык-оболочка для многочисленного решения задач обработки данных экономической информации, обработка строк и списков научно-технических задач вычислительного характера, задач управления объектами в реальном времени и задач системного программирования. Язык построен по модулярному принципу, позволяющему образовывать подмножества языка путем отбрасывания ненужных средств. Использует "интерпретацию умолчания" и в случае, если в программе имеется несколько свойств, но программист не указал конкретного, то автоматически будет выбрано свойство, наиболее вероятное в данном контексте.

Средства ПЛ/1 позволяют программно организовать параллельную мультипроцессорную обработку за счет указания ветвей программы, которые могут выполняться параллельно.

Алгол-68 – типичный пример языка – ядра, на базе которого могут создаваться новые языки путем конструирования новых средств из имеющихся элементов языка – ядра. Введено понятие вид, относящееся не к переменному, обозначающему объект, а к значению, приписываемому объекту. Множество видов в целом неограничено, что позволяет вводить свои операции, описав их.

Один из подходов адаптации к внутренним (машинным особенностям) и внешним (требования задач и программиста) условиям языка программирования основан на создании универсальных языков программирования. Это приводит к необходимости объединения существенных черт и специфических средств современных машинно- и процедурно-ориентированных языков. Такое объединение может быть осуществлено на основе концепции язык – ядро, язык-оболочка. Концепция язык – ядро состоит в наборе средств, на основе которых можно конструировать процедурно-ориентированный язык для конкретного применения. Примером такого подхода является Алгол-68. Концепция языка – оболочка представляет конгломерат различных средств, известных процедурно-ориентированных и машинно-ориентированных языков. Разные подмножества языка – оболочки могут использоваться в качестве самостоятельных процедурно-ориентированных средств.

На наш взгляд, более рационально использовать ядро и средства расширения, как это делается в Симуле, но одновременно использовать и идеологию оболочки для подстройки и адаптации языка к внутренним и внешним условиям применения, включая и транспортабельность. Значительным шагом в развитии языков и систем программирования явились структурный подход и абстрактные типы данных. Поэтому в следующем разделе остановимся на этих подходах более подробно.

#### **11.4. Структурное программирование и абстрактные типы данных**

Структурный подход в программировании [7, 8] включает в свой состав следующие три части: нисходящая разработка, структурное программирование и сквозной структурный контроль. При этом нисходящая разработка программ предполагает, что программирование и проектирование ведутся сверху вниз. Помимо этого, используется идея уровней абстракции, которые реализуются в создаваемой программе уровнями программных модулей. Для понимания идеи абстрагирования можно воспользоваться определением Фроста [8], который понимает абстрагирование как процесс "обобщения, при котором внимание концентрируется на сходстве явления и предметов, и они объединяются в группы на основе этого сходства, давая тем самым нужную абстракцию".

В структурном подходе важную роль играют модульность и вертикальное управление. В широком смысле, структурный подход, как уже отмечалось выше, предполагает широкое использование идеи абстрагирования с целью выделения составных частей проблемы и повышения уверенности в правильности конечной программы за счет доказательства правильности программ.

В узком смысле, структурный подход состоит в том, что для передачи управления в программе используют только три конструкции: последовательную (линейный участок), условную (если ... то ... иначе) и итеративную пере-

дачу управления, а также ограниченное использование глобальных переменных. Результатом такого подхода является то, что каждая сложная программа разбивается на модули, имеющие только по одной точке выхода, и имеет древовидную структуру. Такой подход облегчает восприятие и отладку программ, а также позволяет разработку системы многими программистами. Идея абстрагирования, возникшая в конце 70-х годов прошлого века, тесно связана с рассмотрением абстрактных типов данных (АТД).

Следуя [35], АТД – принцип определения типа данных через операции, которые могут выполняться над объектами данного типа. При этом вводится следующее ограничение: значение таких объектов может модифицироваться и наблюдаться только путём использования этих операций. Описание типа данных через имеющиеся операции предоставляет всю необходимую для использования этого типа данных информацию и обеспечивает максимальную свободу реализации. Помимо этого, появляется возможность создания "библиотеки" полезных АТД – списков, очередей и т.п.

Типичной реализующей АТД в программе является реализация с помощью многопроцедурного модуля, содержащего локальные данные для представления значения данного типа, и каждая процедура реализует одну из операций, связанную с конкретным типом. При этом доступ к локальным данным модуля может осуществляться только со стороны данных процедур. Важно отметить, что принципы АТД должны быть заложены в самом языке программирования. Первым языком, способным работать с АТД, стал язык Симула, в котором была реализация концепции класса. В языке Модуля реализовано АТД класс, а в языке Ада – пакет.

Строго говоря, АТД представляет собой тройку  $(D, F, A)$ , состоящую из множества: областей  $D$ , функций  $F$ , каждая из которых существует и изменяется в  $D$ , и аксиом  $A$ , которые задают свойства функции в  $F$ . В последнее время вместо требования наличия аксиом  $A$  выдвигается требование, что все свойства объектов АТД определяются семантикой его основных операций.

Появление АТД в полной мере соответствует принципу сокрытия информации, который является одним из атрибутов эволюции языков программирования. Последовательность развития этого принципа следующая: абстракция данных, позволяющая использовать данные, не зная их организации и создания; абстракция действий в виде процедур; абстракция типа данных и, наконец, абстракция объектов в объектно-ориентированном программировании. Последний аспект более подробно рассмотрен позже. Есть два аспекта структур данных – это структуры, отвечающие модели решаемой задачи, и отображение собственно абстрактных структур данных в абстрактные структуры памяти. В соответствии с [27] к первому аспекту относятся: строки, массивы, очереди и стеки, таблицы, деревья и ориентированные графы, а ко второму – векторы и списки.

При этом, как отмечает Д.П. Шишков [28]: "Математики изучают конечные и бесконечные объекты, знаковые образы которых состояли из небольшого количества знаков с богатой семантикой. Наоборот, в компьютерной информации компьютерные системы обрабатывают многочисленные данные, но с бедной семантикой... данные должны быть организованы (структурированы, упорядочены) в компьютерной памяти для того, чтобы их можно было искать эффективно. В работе [28] выделим следующие четыре вида абстрактных структур для и от данных. Абстрактные структуры для данных включают: абстрактные структуры памяти (АСП), где принципиально важной структурой является вектор, который наиболее адекватно отображает память, сеть и обобщенный вектор.

Собственно абстрактные структуры, которые делятся на вырожденные (константы и переменные) и невырожденные структуры. Невырожденные структуры делятся на таблицы, линейные структуры (списки), древовидные структуры, сетевые структуры без ориентированного цикла, схемы и т.д.

Таблицы делятся на неупорядоченные, упорядоченные и индексно-последовательные, которые составляют класс динамических таблиц. Класс статических таблиц включает в свой состав логические записи и массивы.

Структуры с порядком включают линейные структуры вида списки (строки), стеки, очереди, деки, а также нелинейные структуры вида древовидных (связных и несвязных) и сетевые структуры без ориентированного цикла.

В работе [28] приводится классификация собственно абстрактных структур данных. Помимо этого, рассматривается математический тип данных, содержащий следующие семь множеств: алфавит из букв (знаков), порождающих операции (первичные и комбинированные конструкторы данных (множество слов определенного формата над заданным алфавитом)); форматы (множество правил и отношений), операции (одно- и многоаргументные функции, анализаторы, многоаргументные операции), аксиомы (множество аксиом, описывающих отношения между элементами данных).

В полном объеме положения АДТ не реализованы ни в одном из существующих языков программирования. Наиболее полно всем требованиям АДТ, кроме модульности, удовлетворяют только приватные (личные) типы языка Ада. Встроенные типы языков Ада и Паскаль не являются АДТ в полном понимании основных требований. Как мы уже отмечали выше, пакеты языка Ада удовлетворяют требованию модульности, но для них не выполняется то требование АДТ, когда тип определяет класс объектов (значений), которые могут принимать выражения или переменные, так как пакет описывает только конкретный объект, а не класс объектов.

В общем, концепция языка Ада отражает многие достижения методологии структурного программирования, направлена на систематическое использование абстракции для управления массой деталей. Это помогает проектиро-

вать достаточно прозрачную программу [7]. Так, язык Ада содержит определяемые типы, пакеты, задачи, родовые сегменты, рандеву и др., что отличает его от языков ПЛ/1, Фортран, Алгол-60, Кобол и т.д.

### **11.5. Дальнейшие пути развития языков и систем программирования**

Аппарат подпрограмм, процедур, модульное и структурное программирование соответствуют определенным этапам технологии программирования и во многом направлены на декомпозицию программ, накопление опыта и обеспечение упорядочения связей по передачам управления в программах. Однако это еще не является решением всей проблемы в целом и, в частности, это касается структур данных и их связей. Наибольшее влияние на решение данной проблемы оказали теория и практика АТД, рассмотренные в предыдущем разделе.

Помимо этого, большую роль будут играть динамичность средств декомпозиций и композиций программ. В этой связи можно согласиться с высказыванием В.Н. Редько [18]: "Программирование, как и решение любых других задач, сопряжено с использованием системных стратегий – чередованием декомпозиций и композиций объектов (задач, программ, данных и т.п.)".

Дальнейшим развитием систем программирования явилось использование объектно-ориентированного проектирования [30], которое позволяет программировать в привычных для прикладного программиста понятиях и отношениях конкретной предметной области. В частности, такие средства имеются в языковом инструментарии SQL [31]. Объектно-ориентированная методология направлена на обеспечение процессов анализа, проектирования, программирования и описания процесса разработки ПО в целом.

В объектно-ориентированном программировании во главу угла ставится понятие объекта, рассматриваемое на высоком уровне абстракции структуры данных, функций, композиций и декомпозиций.

Сутью объектно-ориентированного подхода является декомпозиция программируемой задачи на объекты. При этом объекты – общее название для процессов, явлений, понятий, сущностей и т.п., относящихся к предметным областям. В концептуальных моделях объекты объединяются в типы объектов, описываемые одним общим для каждого набора атрибутом. При этом экземпляры объектов, как и элементы типа, уникальным образом идентифицируются посредством ключа типа объекта. Под сущностью в объектно-ориентированном программировании понимается элемент модели предметной области, означающий объект, предмет, понятие и т.д. Система программ представляет совокупность активных объектов, взаимодействующих

путем посылки сообщений. Объект имеет два аспекта – функции (оператора) и данных (операндов). Последовательность выполняемых функций (операторов) определяется динамически в процессе выполнения программы. Допускается группирование объектов в классы и последовательности, являющиеся инструментом абстракции, дающие возможность наращивать знания о предметной области.

Одним из наиболее типичных для реализации этой методологии является язык UML [30, 32]. Для этого языка характерно использование таких средств, как пакет, модель, точка зрения, подсистема. Помимо этого, содержатся диаграммы классов объектов, использования, последовательности, сотрудничества, состояний, действий, реализаций и т.п.

Очень важной особенностью объектно-ориентированной методологии, которая сделала шаг вперед по сравнению с предыдущими статичными подходами, есть ее динамичность.

Помимо этого, в объектном программировании допускается разбиение множества основных операций на собственные операции объектов, так как операции считаются составной частью объектов, и операции общие для всех объектов данного типа.

В настоящее время объектно-ориентированный подход является одним из наиболее прогрессивных. Но и он имеет по крайней мере два существенных недостатка: достаточно сложную методологию и организацию. Так, язык UML содержит более 100 различных обозначений и т.п. Помимо этого, реализация программ на язык UML требует больших временных затрат и других ресурсов.

Помимо развития структур программ и данных, происходит совершенствование выразительных средств языков и систем программирования. Более подробно с этой проблемой можно ознакомиться в работе Б. Хигмана [33], где прослеживается эволюция развития языков программирования, их преемственность и последовательное усложнение лингвистических особенностей, включая появление принципиально новых выразительных средств. Подобные сравнения сделаны также в работах [3, 15, 33, 36].

Среди этих выразительных средств, имеющих принципиально важное значение для развития языков и систем программирования, по нашему мнению, имеют следующие два направления: средства систем компьютерной алгебры [15–19, 37–41] и работа со знаниями [3, 53, 42, 43]. Первое направление представляет интерес в связи с тем, что позволяет вести аналитические и численно-аналитические (символьные и алгебраические) вычисления и имеет большое разнообразие представления математических объектов, что требует наличия мощных средств распознавания, приведения подобных и т.д. А второе направление интересно с точки зрения работы со знаниями как на основе языков Лисп, Пролог, Смолток, Лого и др., так и при использовании нейронных сетей, кото-

рые способны к обучению и выступают в виде структуры ассоциативной памяти.

Второе и частично первое направления используются для доказательства и логического программирования, программирования игр, моделирования, обработки сигналов и распознавания образов, решения задач машинного зрения и обработки изображений, робототехники и автоматизации производства, машинного проектирования и т.д.

Сегодня используют основные методы представления знаний, такие, как фреймы, семантические сети, продукции, различные логики и т.д. Основными методами программирования для их реализации являются функциональное, объектное, логическое и т.д. программирование.

Основные типы знаний, соответственно классификации [3], следующие:

1. Объекты и их свойства. Объект – это существующие в прикладной области универсальные понятия и их представители.

2. События. События описывают участие объектов в деятельности и ситуациях.

3. Действия. Действия в интеллектуальной деятельности, представляющие процедурные знания о том, каким образом что-то делается. Например, каким образом из старых данных на основе правил выводятся новые.

4. Метазнания. Метазнания – это знания о знаниях и их использование.

Относительно первого направления наиболее перспективным в части распознавания объектов языка, механизмов приведения, АТД и других механизмов на сегодняшний день представляется язык Аналитик-2000.

В современных универсальных системах, таких, как AXIOM, MAPLE, MATHEMATICA и других, над каждым классом математических объектов, например, полиномы, векторы, матрицы с символьными элементами, тензоры и т.д., определены свои наборы операции и функции. Эти системы велики по объему и состоят из многих специализированных пакетов. Во многих таких системах нет четко выделенного ядра и они достаточно сложны для обучения.

Важными направлениями развития будущих языков, как уже отмечалось раньше, является создание механизмов адаптации языков и систем программирования к внутренним и внешним условиям применения, включая приспособляющихся (обучающихся), самоопределяющихся, позволяющих писать компилятор на самом этом языке; расширение понятия абстрактных типов данных и структур; использование концепции "расширяющейся вселенной", включающей концепцию "расширяющегося ядра" с набором конструктивных элементов для возможности создания индивидуально-корпоративных версий; средства контроля правильности функционирования и многие другие.

Будущие программные языки и системы в той или иной степени должны учитывать разработанную П.С. Сапатым технологию интеграции распределенных и динамических систем, основанную на языке WAVE (ВОЛНА) [44]. П.С.

Сапатым разработана новая идеология, методология и технология интеграции и координации больших открытых распределенных и динамических систем, которые могут объединять компьютеры, компьютерные сети, всевозможные пилотируемые и беспилотные платформы (воздушные, наземные, над- и подводные, космические), автономные мобильные роботы, а также мобильные компьютеры.

Важной особенностью такого подхода является возможность создания и моделирования надежных распределенных систем с высоким уровнем отказоустойчивости. Язык WAVE является языком системного программирования и управления, позволяющим большую часть функций синхронизации, координации, обмена командами, данными и физическими объектами переместить на уровень интерпретации. Это позволяет программировать общесистемное поведение на смысловом уровне, центрируя внимание программиста на вопросах системной целостности и выполнении глобальных задач. Некоторые черты такого подхода реализованы в языке Java.

Роль сетевого взаимодействия в современной жизни и в будущем рассмотрена в работе [4]. Там же показано, что вычислительные средства подчинены закону обобщенной симметрии по отношению к человеку. Из этого следует, что следующей фазой развития языков и систем программирования будет семантическая, но, учитывая принцип смешанного экстремума, который является одним из законов эволюции, эти языки и системы будут иметь смешанный характер.

Подтверждение необходимости мобильности и адаптации в эволюционном развитии вычислительных средств показано в работах [4, 5], что естественным образом переносится на языки и системы программирования.

Агентная технология программирования предполагает, что агенты характеризуются следующими свойствами: автономностью, индивидуальным представлением мира, способностью к коммуникации и кооперации, интеллектуальным поведением, наличием собственной внутренней архитектуры.

Агенты могут мобильно перемещаться по сети и из распределенных ресурсов собирать информацию, обрабатывать и выполнять ее. Помимо этого, агенты могут быть взаимодействующие (совещательные) и реактивные.

В зависимости от присущих агенту атрибутов различают следующие типы: взаимодействующий, интерфейсный, взаимодействующий обучающий и смарт агент [49].

Наш обзор языков был бы неполным, если вспомнить активно развивающееся в последнее время агентная технология программирования, основанная на сетевом взаимодействии, и генное программирование, используемое для моделирования в биологии.

И завершим обзор, получивший в последнее время распространение, технологией генетического программирования. Генетическое программирование –

технология которого основывается на том, что программы способны эволюционировать. При этом компьютер генерирует за инструкцией случайные программы, постоянно их изменяя, и выбирает из них те, которые справляются с решением поставленной задачи наилучшим образом. Одним из пионеров этого направления является Джон Коза – ученый-компьютерщик из Стенфордского университета.

Известно, что будущее рождается в прошлом. В связи с этим многие элементы будущих языков и систем имеются в ныне существующих языках и системах. Именно поэтому пришлось анализировать наиболее характерные языки и эволюцию средств их развития.

## **Выводы**

На основе проведенного в настоящей работе анализа языков и систем программирования, а также учитывая анализ эволюционного развития вычислительных средств [2, 4, 5, 45, 46] и, в частности, принципа смешанного экстремума и обобщенного закона зеркальной симметрии, можно прогнозировать следующие особенности языков и систем программирования:

1. Языки и системы программирования будут объединять в себе различные ориентации (системную и прикладную, символные и вычислительные, императивные и декларативные и т.д.).
2. Получит дальнейшее развитие абстрагирование данных, знаний, структур и средств управления.
3. Языки будут иметь ядро и специализированные средства для адаптации и саморазвития, позволяющие объединять различные специализированные и проблемно-ориентированные подсистемы языка, а также создавать свои персонафицированные версии.
4. На смену ныне широко используемым структурно и объектно-ориентированным технологиям придет семантическое (смысловое) программирование, использующее в той или иной мере существующие технологии.
5. Будущие языки и системы программирования будут содержать механизмы обеспечения высокого уровня отказоустойчивости, гарантоспособности и прозрачности создаваемых программных продуктов.
6. Должны обеспечивать накопление полученных данных и знаний.
7. Наряду с языками, ориентированными на стационарные компьютерные платформы, будут существовать их версии, ориентированные на мобильные компьютерные платформы со средствами сетевого взаимодействия.
8. Иметь средства поддержки параллельной и параллельно-последовательной работы.
9. Иметь средства поддержки особенностей используемой компьютерной платформы.

10. Должны соответствовать соответствующим стандартам на унификацию и переносимость программ.

## Список литературы

1. Теслер Г.С. Место и роль алгоритмического базиса в решении проблемы производительности // Математические машины и системы. – 1997. – № 1. – С. 25 – 33.
2. Теслер Г.С. Принцип смешанного экстремума как основа эволюционного развития вычислительных средств // Математичні машини і системи. – 2002. – № 1. – С. 3 – 13.
3. Хювенен Э., Сеппенен Й. Мир Лиспа: Пер. с финск. – М.: Мир, 1990. – Т.1: Введение 199а – в язык Лисп и функциональное программирование. – 447 с.
4. Теслер Г.С. Перспективы развития вычислительных средств с сетевым взаимодействием // Математичні машини і системи. – 2001. – № 1, 2. – С. 3 – 11.
5. Теслер Г.С. Сопоставление эволюции развития вычислительных средств и растительного мира // Математичні машини і системи. – 2002. – № 3. – С. 155 – 166.
6. Марков А.С., Милов М.П., Пеледов Г.В. Программное обеспечение ЭВМ. – М.: Высшая школа, 1990. – 127 с.
7. Дал У., Дейстра Э., Хоар К. Структурное программирование: Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 247 с.
8. Хьюз Дж., Мигтом Дж. Структурный подход к программированию: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 282 с.
9. Грогоно П. Программирование языка Паскаль: Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 384 с.
10. Вегнер П. Программирование на языке Ада: Пер. с англ. – М.: МИР, 1983. – 240 с.
11. Пайл Я. АДА – язык встроенных систем: Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1984. – 238 с.
12. Салтыков А.И., Макаренко Г.И. Программирование на языке Фортран. – М.: Наука, 1976. – 55 с.
13. Халилов А.И., Ющенко А.А. Алгол-60 / Под ред. проф. Е.Л. Ющенко. – Киев: Вища школа, 1975. – 352 с.
14. КОБОЛ: Учебное пособие / Под ред. Е.Л. Ющенко, Л.П. Бабенко, Е.И. Машбица. – Киев: Вища школа, 1973. – 292 с.
15. Осипов Л.А. Язык аналитики, его сравнение с языком Алгол и Фортран. – М.: Наука, 1982. – 162 с.
16. Клименко В.П., Ляхов А.Л., Фишман Ю.С. Основные тенденции развития языков систем компьютерной алгебры // Математичні машини і системи. – 2002. – № 2. – С. 168 – 175.
17. Попов Б.О. Розв'язування математичних задач у системі комп'ютерної алгебри Maple. – Київ: VIP, 2001. – 312 с.
18. АНАЛИТИК – 2000 / А.А. Морозов, В.П. Клименко, Ю.С. Фишман и др. // Математичні машини і системи. – 2001. – № 1,2. – С. 66 – 99.
19. Аналитик. Численно-аналитическое решение задач на малых ЭВМ / Б.А. Бублик, В.П. Клименко, С.Б. Погребинский, Ю.С. Фишман. – Киев: Наукова думка, 1987. – 143 с.
20. Гильман Л., Роуз А. Курс АПЛ: диалоговый подход: Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 52 с.
21. Keringhan B.W., Ritchie D.M. The C Programming Language. – Englewood Cliffs: Prentice. – Hall, 1978.
22. Грисуолд Р., Поудн Дм., Полонски И. Язык программирования Снобол-4: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 268 с.
23. Кравец В.А., Шпальберг А.Я. Зарубежные ЭВМ. Образование и программное обеспечение. – Харьков: Основа при Харьковском университете, 1991. – 216 с.
24. Баранов С.Н., Наздронов Н.Г. Язык Фортран и его реализация. – Ленинград: Машиностроение, 1988. – 157 с.

25. Гнеденко Б.В., Королюк В.С., Ющенко Е.Л. Элементы программирования. – М.: Физматгиз, 1963. – 348 с.
26. Толковый словарь по вычислительным системам / Под ред. В. Илингуорта, Э.Л. Глейзера, И.К. Пайла: Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1991. – 560 с.
27. Лебедев В.Н. Введение в системы программирования. – М.: Статистика, 1975. – 309 с.
28. Шишков Д.П. Абстрактные структуры: для и от данных // Математичні машини і системи. – 2000. – № 2, 3. – С. 23 – 317.
29. Безбородов Ю.М. От Фортрана - к PL/1. Основы языка PL/1. – М.: Наука, 1984. – 208 с.
30. Буч Г. Объектно-ориентированное проектирование с примерами применения: Пер. с англ. – Киев: Диалектика, 1992. – 519 с.
31. Фути К., Судзуки Н. Языки программирования и схемотехника СБИС: Пер. с японск. – М.: Мир, 1988.
32. Фаулер М., Скотт К. UML. Основы. – М.: Символ – Плюс, 2001. – 192 с.
33. Хигман Б. Сравнительное изучение языков программирования: Пер. с англ. – М.: Мир, 1974. – 204 с.
34. Безбородов Ю.М. Сравнительный курс языка PL/1 (на основе Алгола-60). – М.: Наука, 1980. – 191 с.
35. Цейтлин Г.Е. Введение в алгоритмику. – Киев: Фарт, 1998. – 310 с.
36. Языки программирования Ада, Си, Паскаль: Сравнения и оценка: Пер. с англ. / Под ред. А.Фьюэра, Н.Джехани. – М.: Радио и связь, 1989. – 360 с.
37. Дэвеннорт Дж., Сирэ И., Турнье Э. Компьютерная алгебра. – М.: Мир, 1991. – 352 с.
38. Потемкин В.Г. Система MATLAB: Справочное пособие. – М.: Диалог – МИФИ, 1998. – 350 с.
39. MATHCAD 6.0 PLUS. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows 95: Пер. с англ. – М.: Информационно-издательский дом "Филин", 1996. – 712 с.
40. Капустина Т.В. Компьютерная система MATHEMATICA 3.0. – М.: СОЛОН, 1999. – 240 с.
41. Еднерал В.Ф., Крюков А.Р., Родионов А.Я. Язык аналитических вычислений REDUCE. – М.: Из-во МГУ, 1989. – 177 с.
42. Морозов А.А., Яценко В.А. Интеллектуализация ЭВМ на базе нового класса нейроподобных сетей. – Киев: Тираж, 1997. – 126 с.
43. Нейронные сети в системах автоматизации / В.И. Архангельский, И.Н. Богаенко, Г.Г. Грабовский, Н.А. Рюмшин. – Киев: Техника, 1999. – 364 с.
44. Sapaty P.S. Mobil Processing in Distributed and Open Environments. – New York: Yohn Willy, 1999. – 436 p.
45. Эккель Б. Философия Java. Библиотека программиста: Пер. с англ. – СПб: Питер, 2000. – 880 с.
46. Теслер Г.С. Концепция создания вычислительных средств с высоким уровнем отказоустойчивости // Математичні машини і системи. – 2002. – № 2. – С. 176 – 183.
47. Теслер Г.С. Информация – феномен природы: Роль информации в естественной и искусственной природе // Математичні машини і системи. – 2003. – № 1. – С. 152 – 165.
48. Редько В.Н. Программология: прошлое, настоящее, будущее // Вестник Международного Соломонова университета. – 1999. – № 1. – С. 24 – 63.
49. Sotware Agents: An Overview // VRL: <http://www.labs/public/papers/review2.htm#agent>.

## **Глава 12. Концепция создания вычислительных средств с высоким уровнем отказоустойчивости**

Современный уровень развития вычислительных средств и широкое их внедрение во все области деятельности человека все более требуют создания вычислительных средств с высоким уровнем отказоустойчивости. Высокий уровень отказоустойчивости в принципе желателен для всех видов вычислительных средств, но это требует значительных дополнительных технических, программных, финансовых затрат. В связи с этим вычислительные средства с высоким уровнем отказоустойчивости применяются, главным образом, в критических областях, где отказ вычислительных средств приводит к тяжелым последствиям. В основном эти области можно характеризовать следующими тремя факторами:

- отказ вычислительных средств угрожает жизни людей и ведет к большим материальным потерям (транспортные средства различных видов, системы обороны, атомные электростанции, жизнеобеспечение лечебных учреждений и т.д.);
- отказ вычислительных средств влечет за собой тяжелые экономические последствия (автоматические и автоматизированные технологические процессы в промышленности и энергетике, системы связи, банковские системы и т.д.);
- отказ ведет к нарушению функционирования сложных технических объектов (необслуживаемые космические аппараты, подводные, надводные, воздушные и земные автономно функционирующие объекты и т. д.).

Этот перечень можно было бы продолжить, но и вышеприведенные примеры показывают актуальность и важность рассматриваемой области знаний.

Имеются различные определения понятия отказоустойчивости. Интегрируя их, можно дать следующее определение: отказоустойчивость – свойство вычислительной системы сохранять свою работоспособность и функциональные возможности в полном или умеренном объеме при наличии отказов и/или сбоев одной или нескольких компонент системы. Необходимым условием достижения отказоустойчивости является наличие в системе различных видов избыточности, процедур обнаружения и устранения возникших сбоев и отказов и соответствующей организации системы.

### **12.1. Постановка проблемы**

В настоящее время достаточно хорошо изучены вопросы отказоустойчивости и живучести СВТ за счет использования их надежности, резервирования, методов и средств технического, диагностического обслуживания, их реконфигурации, технического обслуживания и ремонта [1, 2]. Однако изучение от-

дельно друг от друга этих средств не приводит к существенному повышению надежности и отказоустойчивости сложных систем, каковыми являются современные вычислительные системы.

Данная проблема будет стоять еще более остро для СВТ уже ближайшего будущего. Поэтому для решения этой проблемы, безусловно, необходимо учесть весь богатый опыт, накопленный в данной области за предыдущие годы. Но для резкого прорыва в решении этой проблемы целесообразно учесть и весь опыт, накопленный природой в процессе эволюционного развития объектов живой природы вообще и человечества, в частности.

Такой подход связан, прежде всего, с обобщенным законом зеркального отображения [3, 4] и тем, что в результате эволюции человек, как вершина этого процесса, достиг, с точки зрения, отказоустойчивости весьма ощутимых преимуществ перед сложными техническими системами. Это связано с тем, что одним из фундаментальных свойств биологических систем являются высокие надежность и отказоустойчивость, позволяющие им нормально функционировать, выживать и воспроизводиться. Это свойство биологических систем проявляется на всех уровнях иерархии биосферы, начиная с макромолекул и кончая популяцией. Именно поэтому биологические системы в процессе эволюционного развития достигли оптимального уровня совершенства, а это позволяет утверждать, что надежность и отказоустойчивость биологических систем гораздо выше, чем в технической системе любой сложности. При этом системы обладают:

- высокой надежностью, точностью и устойчивостью;
- возможностью параллельной работы элементов (клеток) и более сложных образований;
- резервированием на всех уровнях функционирования и управления;
- дублированием регулирующих механизмов и исполнительных функций путем использования разнообразных рабочих процессов, многократного повторения информации и дублирования процесса передачи информации;
- взаимным контролем протекающих процессов;
- вероятностно-детерминированным взаимодействием на всех уровнях функционирования и управления;
- иерархичными уровнями управления и обработки информации;
- параллельными, вертикальными и горизонтальными связями;
- избыточностью элементов, структур и т. д.;
- возможностью передачи функций отказавшей системы другой, исправно функционирующей;
- осуществлением принципов целесообразности, рациональности, адаптивности, системной экономичности, отбора, самоорганизации типа "проб" и "ошибок", эволюционного развития и т.п.;

– устойчивостью на основе динамического иерархического баланса и многими другими особенностями, механизмами и способами.

Помимо этого, на основе действия принципа смешанного экстремума [4] в процессе развития эволюционного развития биологических и антропогенных систем, наряду с их усложнением, наблюдается сочетание структурной и функциональной симметрии (дублирования) и асимметрии (отсутствие дублирования), а также универсальности (сложности) и специализации (простоты), способствующих уровню устойчивости и эффективности этих систем.

Кроме того, для обеспечения отказоустойчивости этих систем важное место занимает контроль правильности их функционирования. При этом контроль осуществляется, в основном, в точках бифуркации (разделения) протекающих в системе процессов. При этом осуществляются контроль попадания основных параметров процесса в заданный интервал, проверка на "вырождаемость" и т.д. В контроле как антропогенных, так и биологических систем, важную роль играет анализ информации о протекании процессов.

Рассмотрим способы и механизмы обеспечения надежности и отказоустойчивости биологических систем [5] на разных иерархических уровнях.

На уровне макромолекул надежность и отказоустойчивость обеспечиваются совместным действием механизмов редупликации макромолекул и мутаций.

На клеточном уровне и уровне одноклеточных организмов надежность обеспечивается за счет деления клеток и кроссинговера.

На уровне организма – путем размножения и рекомбинации хромосом.

На уровне популяции – использованием генофонда вида и генотипов отдельных особей.

На уровне органов организма – за счет использования структурно-функционального резервирования клеток.

На уровне физиологических систем – путем взаимного перекрытия функций, выполняемых органами, и/или дублированием органов.

На уровне систем внутренней сферы – компенсаторными свойствами систем для поддержания жизненно важных переменных за счет интенсификации работы других смежных систем.

На уровне мозга и взаимодействия с внешней средой – используется обучаемость для выработки стереотипного поведения.

На уровне отдельного организма – используются механизмы адаптации.

В биологических организмах действуют принципы самосохранения, целесообразности и адаптивности, которые направлены на сохранение биологического вида.

Обращает на себя внимание наличие избыточности состава живых структур, выполняющих ту или иную функцию. Такая избыточность живых структур не случайна.

Особо большое значение в биологических системах имеет информационное дублирование. Так, нарушение связи и управления в каком-либо звене чаще всего ведет только к временному нарушению определенной функции, которая затем восстанавливается посредством включения в работу обходных путей. Именно это говорит о необходимости достижения высокого уровня отказоустойчивости. Поэтому в вычислительных средствах необходимо использование сетевого взаимодействия и функционального дублирования.

Отметим, что избыточность в биологических системах осуществляется на вещественном, энергетическом и информационном уровнях. Помимо этого, свойство избыточности биологических систем лежит в основе механизмов адаптации и обучаемости. Учитывая закон зеркальной симметрии и вышеперечисленные свойства биологических систем в части устойчивости, целесообразно адаптировать их для вычислительных средств, обладающих повышенным уровнем отказоустойчивости.

## **12.2. Принципы создания высоконадежных отказоустойчивых вычислительных систем**

Учитывая обобщенный закон симметрии [4, 5], отражающий адекватность и направленность эволюционного развития биологических объектов и средств вычислительной техники, можно сформулировать принципы создания отказоустойчивых вычислительных средств. При этом необходимо учесть, что любой общий закон, когда его хотят применить к какой-либо конкретной области знаний, приобретает свои характерные уточнения, характеризующие эту область применения. Учитывая вышеизложенное, основные принципы, которым должны отвечать вычислительные средства с высоким уровнем отказоустойчивости, состоят в следующем:

1. Преемственность способов, средств и механизмов, которые использовались для обеспечения отказоустойчивости.
2. Обеспечение достаточного уровня избыточности на уровне элементов, узлов, блоков и т.п.
3. Обеспечение достаточного уровня избыточности выполняемых функций.
4. Обеспечение достаточного уровня взаимного контроля правильности функционирования как отдельных частей вычислительной системы, так и системы в целом.
5. Обеспечение сетевого взаимодействия как внутреннего (параллельные работы), так и внешнего.

6. Обеспечение иерархичности уровня управления системы с использованием как горизонтальных, так и вертикальных связей.

7. Использование перспективной элементарно-технологической базы для достижения высокой надежности и отказоустойчивости системы.

8. Обеспечение достаточного дублирования функций и процессов.

9. Создание эффективной структурно-функциональной организации процесса вычислений, обеспечивающей высокий уровень отказоустойчивости.

10. Обеспечение адаптации и адекватности вычислительной системы и окружающей среды по степени сложности и открытости к модернизации.

11. Обеспечение достаточного уровня надежности вычислительных средств с использованием динамического, иерархического баланса необходимых ресурсов.

12. Использование интеллектуального уровня контроля вычислительного процесса и управления для обеспечения высоких показателей уровня отказоустойчивости.

13. Обеспечение сочетания магистрального и сетевого взаимодействия как внутри, так и вне вычислительной системы.

14. Обеспечение эффективного контроля правильности функционирования вычислительных средств.

Обобщенный минимаксный критерий эффективности, удовлетворяющий вышеприведенным требованиям, может быть представлен в следующем виде [7]:

$$Z = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} F(x, y),$$

где  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ .

В качестве  $x_1, x_2, \dots, x_n$  могут выступать следующие параметры:

$x_1$  — производительность;

$x_2$  — надежность;

$y_2$  — потребляемая мощность;

$y_3$  — массо-габаритные характеристики;

$y_4$  — время обработки прерываний;

$y_5$  — величина коэффициента готовности к эксплуатации;

$y_6$  — время выполнения основных операций;

$y_7$  — время запаздывания;

$y_8$  — время обнаружения сбоя и/или ошибки системы;

$y_9$  — время исправления ошибки и т.д.

Как показано в работе [4], вычислительные средства с сетевым взаимодействием по форме наиболее адекватны биологическим системам в части на-

дежности и устойчивости. Идеология сетевого взаимодействия внутри отказоустойчивых вычислительных средств необходима также и в связи с необходимостью создания разнообразных комбинаций элементов и функций системы. Благодаря этому появляются дополнительные возможности по обнаружению и парированию возникших в системе отказов и сбоев. Помимо этого, целесообразно использование перспективной элементно-технологической базы, основанной на молекулярных, квантовых и оптических технологиях [6]. Необходимо использовать семантические и функциональные уровни контроля и дублирования, а также вероятностно-детерминированные модули обнаружения и парирования сбоев и отказов на основе анализа текущих "образов" функционирования вычислительной системы.

Обращает на себя внимание то, что в ряде принципов присутствует термин "достаточный". Это обстоятельство и ряд других понятий тесно связаны с комплексным критерием эффективности. Такой критерий должен отвечать следующим требованиям:

- быть многофакторным [7];
- отвечать принципу смешанного экстремума [5];
- отвечать оптимизации Парето;
- отвечать принципу иерархического динамического баланса [8];
- основываться на игровых стратегиях поиска смешанного экстремума вместо традиционно используемого детерминированного подхода использования устойчивых и эффективных компромиссов [9].

### **12.3. Роль базисов вычислительной техники и избыточности в решении проблемы отказоустойчивости**

Как видно из вышеизложенного, решение проблемы отказоустойчивости является достаточно сложным и многогранным. Понятно, что в одной статье нет возможности рассмотреть все факторы, влияющие на повышение уровня отказоустойчивости. Поэтому в данном разделе рассмотрим только достаточно важные, с нашей точки зрения, вопросы. Известно [10], что с точки зрения производительности, интенсификации процесса вычислений, адаптации к условиям применения и отказоустойчивости играют базисы вычислительной техники элементно-технологический, организационный, алгоритмический и информационный. В таблице 12.1 представлена связь базисов вычислительной техники с интенсификацией процесса вычислений, адаптацией к условиям применения, отказоустойчивостью и балансом требований, предъявляемых к средствам вычислительной техники.

Таблица 12.1

Базисы	Интенсификация процесса вычислений	Адаптация к условиям применения	Отказоустойчивость	Баланс требований
1	2	3	4	5
Элементно-технологический	Повышение частотных свойств, уменьшение энергопотребления. Использование конвейерной обработки	Возможность перехода в режим покоя для уменьшения нагрева БИС, потребляемой мощности и увеличения времени наработки на отказ. Понижение тактовой частоты по эффекту аналогично режиму покоя. Использование адаптивной архитектуры для увеличения загрузки устройств обработки информации и повышения коэффициента полезного действия компьютера. Механизмы обнаружения и парирования отказов и сбоев, реализованные аппаратно	Повышение надежности элементов и узлов как за счет использования современных технологий изготовления БИС, так и за счет использования передовых физико-биологических эффектов. Включение в компьютер аппаратных средств контроля и обнаружения и парирования отказов. Использование аппаратной, временной и других видов избыточности	Использование многокритериальных показателей эффективности с преобладанием наиболее важных для данного применения показателей (производительность, надежность, отказоустойчивость, стоимость, массогабариты и т.д.)
Организационный	Эффективная организация процесса вычислений. Уменьшение затрат различных видов ресурсов, включая и саму систему управления. Увеличение функциональных возможностей системы управления и, как следствие, всей вычислительной системы	Использование программируемой архитектуры и структуры. Использование RISC-архитектуры (адаптация к внутренним условиям применения); VLIW-архитектуры для оптимизации загрузки вычислительных средств. Использование идеи адаптации и сетевого взаимодействия для обеспечения саморазвития и решения интеллектуальных задач. Использование идей организации материального производства	Использование самоорганизации и различных видов избыточности для парирования возникших сбоев и отказов в технических средствах и программном обеспечении	Использование многокритериальных показателей эффективности. Устранение «узких мест» в вычислительном процессе

Продолжение таблицы 12.1

		для выпуска массовой и индивидуальной продукции		
Информационный	Повышение пропускной способности каналов. Уменьшение цикла обращения к памяти. Увеличение объема всех видов памяти до таких размеров, чтобы она не была «узким местом» в процессе вычислений. Увеличение коэффициента полезного действия канала (уменьшение количества служебной информации, разумного ее сжатия, совмещение во времени передачи разнообразной информации, повышение надежности). Использование системы проблемно-ориентированных числений	Широкое использование результатов прошлого труда (заранее рассчитанных таблиц, однократная их передача, широкое использование шаблонов, операций по умолчанию и т.д.). Использование укороченных данных (работа с инкрементной информацией). Использование переменной разрядности в процессе вычислений	Использование кодов с обнаружением и исправлением ошибок. Использование аппаратной, информационной, временной и других видов избыточности	Использование многокритериальных показателей эффективности

Особо необходимо остановиться на таком важном факторе организационного базиса, как возможность перестраиваемости структуры и архитектуры вычислительной системы. Это связано с тем, что отказоустойчивость и повышение производительности вычислительных средств в значительной степени зависят от возможности использования перестраиваемых либо комбинированных структур и архитектур. Благодаря такой динамичной перестраиваемости, происходит адаптация вычислительной системы к внутренним и внешним условиям функционирования (сбоям, отказам, решаемым задачам и т.д.). Для маскирования возникших в системе сбоев и отказов используются дублирование аппаратных средств, выполняемых функций и информационных средств. Наиболее удобным для реализации такого подхода являются обеспечение параллельных вычислений и сетевое взаимодействие, позволяющие наиболее эффективно использовать все виды имеющейся в системе избыточности. При

этом весьма эффективным является подход, основанный на выявлении искажения информации в результате возникновения сбоя либо отказа.

Выше уже отмечалась та важная роль, какую играют вид и способы использования избыточности для повышения уровня отказоустойчивости. В табл. 12.2 приведены некоторые из таких подходов.

Таблица 12.2

№ п/п	Вид избыточности	Способ использования избыточности	Этапы, на которых используется данный вид избыточности	Конкретизация ус- ловий для использо- вания данного вида избыточности
1	2	3	4	5
1	Аппаратная	Резервирование отдель- ных компонент системы и подсистем (горячее, холодное, комбиниро- ванное) – элементное, групповое	Разработка и ком- плексирование сис- темы	Однородность компонент техни- ческих средств
2	Структурная	Построение структуры, позволяющей реконфи- гурацию системы или замещение отказавшего элемента	Разработка и ком- плексирование сис- темы	Однородность структуры и средств обнару- жения отказов и сбоев
3	Информаци- онная	Использование кодов, алгоритмов для каналов связи и памяти для об- наружения и исправле- ния ошибок; зеркальное отображение информа- ции в разных блоках памяти и т.д.	Разработка системы	Избыточность про- изводительности, объемов памяти и другой аппарату- ры, а также разра- ботка специальных программ
4	Алгоритмиче- ская	Использование алго- ритмического разнооб- разия и механизмов адаптации к условиям применения средств ге- нерирования и контроля процесса вычислений	Разработка, модер- низация и эксплуа- тация системы	Наличие глубоких и разнообразных специальных зна- ний о реализуе- мом классе алго- ритмов и их свой- ствах
5	Программная	Аналогично алгоритми- ческой избыточности с добавлением привязки к новой конфигурации вычислительных средств	Разработка, модер- низация и эксплуа- тация системы	- “ -
6	Функциональ- ная	- “ -	- “ -	- “ -

Продолжение таблицы 12.2

7	Нагрузочная	Использование технических и других средств в облегченном режиме, что позволяет повысить показатели их надежности	Разработка системы	Использование высокотехнологичных наукоёмких элементов системы в облегченных режимах эксплуатации по сравнению с паспортными
8	Эксплуатационная (прогнозная, материалоемкая, температурная, вибронагрузочная, радиационно-стойкая, энергетическая и т.д.)	Использование технических и других средств в облегченном режиме, что позволяет повысить показатели их надежности	Разработка системы	- “ -
9	Надежностная	Позволяет уменьшить другие виды избыточности	- “ -	- “ -
10	Семантическая	Сравнение поточных «цифровых» образов контролируемых характеристик; использование избыточности, смысловых конструкций (подобно тому, как это делается в программировании – семантическая сеть, денотационная семантика, включающая оценочные функции и т.д.	Разработка, модернизация и эксплуатация системы	Наличие технической и функциональной избыточности, параллельные вычисления и сетевое взаимодействие
11	Вероятностная (статистическая)	Получение контролируемых характеристик как вероятностных (типа мат. ожидания, медианы, доверительного интервала и т.д.)	- “ -	Наличие технической, алгоритмической и функциональной избыточности, параллельных вычислений, сетевого взаимодействия и/или соответствующей элементно-технологической базы, включая квантовые технологии

В работах [11 – 15] приведены другие подходы к решению проблемы надежности и отказоустойчивости.

## Выводы

1. На основе анализов средств и механизмов, которые обеспечивают высокую надежность и устойчивость биологических систем с учетом обобщенного закона зеркальной симметрии, разработаны базовые принципы построения вычислительных средств с высоким уровнем отказоустойчивости.

2. Предложен минимаксный критерий оценки эффективности вычислительных систем, который базируется на многокритериальном подходе и игровых стратегиях поиска оптимизма на основе использования эффективных и устойчивых компромиссов.

3. Показано, что наиболее эффективным способом достижения высокого уровня отказоустойчивости СВТ является использование широкого спектра видов избыточности и средств, заложенных в элементарно-технологическом, организационном, информационном и алгоритмическом базисах.

## Список литературы

1. *Державний стандарт України (ДСТУ) 2506-94. Відмовостійкість і живучість. Загальні технічні вимоги* / Розробники В.А. Романов, В.П. Стрельников, В.Д. Шпак та ін.
2. *ДСТУ 2504-94. Відмовостійкість і живучість. Методи випробувань* / Розробники В.А. Романов, В.П. Стрельников, П.С. Колчан.
3. *Теслер Г.С.* Перспективы развития вычислительных средств с сетевым взаимодействием // Математические машины и системы. – 2001. – № 1, 2. – С. 3 – 11.
4. *Теслер Г.С.* Принципы смешанного экстремума как основа эволюционного развития вычислительных средств // Математические машины и системы. – 2001. – № 3, 4. – С. 7 – 9.
5. *Словарь по кибернетике* / Под ред. В.С. Михалевича. – Киев: Гл. ред. УСЭ, 1989. – 751 с.
6. *Затучная Ж.* Назад, в будущее // Компьютерные ведомости. – № 2. – С. 21 – 28.
7. *Теслер Г.С.* Интенсификация процесса вычислений // Математические машины и системы. – 1999. – № 2. – С. 25 – 37.
8. *Теслер Г.С.* Концепция построения постиндустриального информационного общества // Математические машины и системы. – 2000. – № 2, 3. – С. 185 – 194.
9. *Моисеев Н.Н.* Математика ставит эксперимент. – Москва: Наука, 1979. – 223 с.
10. *Теслер Г.С.* Место и роль алгоритмического базиса в решении проблемы производительности // Математические машины и системы. – 1997. – № 1. – С. 25 – 33.
11. *Погребинский С.Б., Стрельников В.П.* Проектирование и надежность многопроцессорных ЭВМ. – Москва: Радио и связь, 1988. – 168 с.
12. *Литвинский И.Е.* Обеспечение безотказности персональных ЭВМ. – М. Радио и связь, 1993. – 208 с.
13. *Кокс Д.Р., Смит В.Л.* Теория восстановления. – Москва: Сов. радио, 1967. – 298 с.
14. *Вульман И.Д.* Повышение надежности и эффективности РЭА на основе использования избыточности с проведением восстановительного контроля // Надежность и контроль качества. – 1991. – № 11. – С. 34 – 40.
15. *Смирнов Н.И., Широков Б.Б.* Оценка безотказности интегральных микросхем. – Москва: Радио и связь, 1983. – 104 с.

## **Раздел II. АДАПТАЦИЯ И ОБРАТНЫЕ СВЯЗИ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ. РОЛЬ МАТЕМАТИКИ В ПОНИМАНИИ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ, ПРОИСХОДЯЩИХ В ПРИРОДЕ**

---

### **Глава 13. Адаптивные аппроксимации и итеративные процессы**

#### **13.1. Постановка проблемы**

Роль математики в понимании процессов и явлений, происходящих в природе, гораздо больше, чем это кажется на первый взгляд. Речь идет не о математических моделях, описывающих их, хотя и они чрезвычайно важны. Речь идет о математике как абстрактной науке, которая в ряде случаев отражает глубинные закономерности, помогающие понимать происходящие в природе и в нашем сознании процессы. И это не удивительно, так как математика в своем глубинном содержании абстрагируется от качеств и особенностей объектов, которые были в ее первооснове, и совершенно отделяющих ее от первоначального содержания, но сохраняя рациональную взаимосвязь этих объектов. Именно абстрагирование и взаимосвязь представляют особый интерес в познании происходящих в природе процессов.

Благодаря абстрагированию от первоначальных явлений и предметов появляется общность математических понятий, что позволяет ее использовать при описании различных по природе явлений (физических, биологических, технических и других процессов).

На эти особенности математики обратили внимание многие мыслители.

Так, Энгельс в работе [1] писал: «... люди стоят перед противоречием: с одной стороны, перед ними задача – познать исчерпывающим образом систему мира в ее всеобщей связи, а с другой стороны, их собственная природа, как и природа мировой системы, не позволяет им когда-либо полностью разрешить эту задачу. Но это противоречие лежит в природе обоих факторов, мира и людей, оно является также главным рычагом всего умственного прогресса и разрешается каждодневно и постоянно в бесконечном прогрессивном развитии человечества – совершенно так, как, например, известные математические задачи находят свое решение в бесконечном ряде или непрерывной дроби». Отметим, что последние являются предметом изучения теории аппроксимации, где происходит замена одних математических объектов другими, так называемыми приближениями.

Неверное понимание этих глубинных связей дало основание математику и философу, Нобелевскому лауреату Б. Расселу, утверждать, что вся природа пронизана идеями аппроксимации.

В заключение этого рассуждения отметим, что само название математики в переводе с греческого идет от слов – знание, наука. Именно учитывая вышесказанное, автор счел возможным включить в новую кибернетику раздел, посвященный адаптивной аппроксимации функций с различными элементами адаптации, видами обратных связей, нормами погрешности и т.д.

На предыдущем этапе развития кибернетики академик В.М. Глушков в работе [2] выступил идеологом нового понимания кибернетики, определив основное направление ее развития как математизацию вычислительной техники и ее приложений. На нынешнем этапе развития кибернетики – создание основ новой кибернетики – эта связь выглядит более глубокой и прежде всего связана с механизмами адаптации и обратными связями, развившимися внутри самой математики.

Мы привыкли, что положительные и отрицательные связи присущи живой материи и техническим средствам, в которых присутствуют системы автоматического регулирования.

Однако это не совсем так. Так, ряд алгоритмов также обладают этим свойством. К алгоритмам с отрицательной обратной связью относятся, прежде всего, итерационные алгоритмы, которые обладают тем свойством, что допущенные на каком-то шаге итерации неточности (возмущения) в пределах некоторой величины, не выводящей алгоритм из области сходимости, может быть скомпенсирована на последующих шагах итерационного процесса. Упомянутые выше неточности (возмущения) могут иметь различный характер – сбои в работе, погрешность округления и т.д. Наиболее наглядно действие адаптивных алгоритмов, основанных на разложении величины невязки показывает, что работает обратная связь. Благодаря использованию невязки, класс алгоритмов с обратной связью расширяется, так как к классу итерационных процессов добавляется просто разложение функции по невязкам. Другим примером использования обратной связи в решающих устройствах непрерывного действия, например, трансцендентного уравнения, которое обычно приводится к виду  $f(x)=0$ , хотя более целесообразно рассмотрение уравнения  $z_i = F(x, y_i)=0$ . При условии,

что  $f(x) = \lim_{z_i \rightarrow 0} F(x, y_i)$ , где  $z_i$  – невязка уравнения. При этом величина обратной связи имеет не только величину, но и знак.

Итерационные формулы и рекуррентные соотношения интересны для изучения не только из-за того, что они в своей сути отражают обратные связи, а в ряде случаев и адаптацию к условиям применения, но также потому, что они обладают динамизмом, который во многих случаях присущ объектам живой, а в некоторых случаях искусственной и неживой природы, а также многими физическими явлениями и процессами.

В этой связи особый интерес для понимания процессов, происходящих в живой, неживой и искусственной природе, представляет математика – наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира. При этом в связи с запросами техники и естествознания определение математики наполняется все более богатым содержанием. Для нас математика представляет особый интерес в связи с возможностью абстрагироваться от реальных процессов.

С точки зрения новой кибернетики, представляют особый интерес процессы адаптации, которые используются в математике, а также процессы обобщения, позволяющие порождать конкретные, наиболее эффективные алгоритмы для данного применения.

В этой связи в качестве предмета изучения рассмотрим адаптивные аппроксимации функций, которые наиболее наглядно показывают параллели математики и общих процессов, происходящих в различных естественных процессах.

При этом будем рассматривать методы адаптации к погрешностям округления (динамические – за счет использования итерационных формул, статические – за счет использования рекуррентных формул), к погрешностям метода – за счет тех же итерационных процессов.

Помимо этого, будем рассматривать также адаптивные методы адаптивные к временной сложности – это снова итерационные методы, т.е. методы с обратной связью, которые содержат адаптивный элемент невязку и начальное приближение. Кроме того, рассмотренное ниже разложение функций по невязкам позволяет ускорить сходимость известных разложений в ряд Тейлора, цепную дробь, дробно-рациональных приближений, включая аппроксимацию Паде, разложение по ортогональным многочленам и т.д., благодаря наличию адаптивного элемента невязки и возможности использования начальных приближений.

Особое место в ускорении вычислений занимают методы декомпозиции исходного интервала – методы сегментной аппроксимации и итерационные методы «цифра за цифрой». При этом необходимо отметить, что итерационные методы «цифра за цифрой» отличаются от обычных итерационных методов тем,

что обратные связи позволяют уточнять искомый результат не на уровне чисел, а на уровне разрядов числа. Как и для обычных итерационных методов, для этих методов также представилось возможным ввести невязку, что привело к получению нового класса алгоритмов – адаптивные асинхронные итеративные методы “цифра за цифрой”. Рассмотренные классы методов интересны также тем, что позволяют рассматривать различные нормы погрешностей (абсолютные, относительные, среднеквадратичные, специальные, основанные на невязках и т.д.), а также получение соответствующих приближений – наилучших в точке, на интервале и т.д.

Важной особенностью отмеченных выше классов итерационных формул и рекуррентных отношений является возможность осуществлять счет как с фиксированной, так и переменной либо произвольной точностью.

Общеизвестны роль и значение обратных связей (отрицательной и положительной) в живой природе и технике. Их действие приводит либо к стабилизации и устойчивости процессов, улучшению их качества, либо к их неустойчивости и даже уничтожению, либо к генерированию новых возможностей, возникновению мутаций и т.д.

Вопросы обратных связей в технике первоначально изучались в теории автоматического управления, а затем в этот процесс включилась наука кибернетика, расширив перечень изучаемых систем. Кроме технических, включила также биологические, экономические и социальные. Но этот процесс расширения может быть продолжен также на процессы и явления неживой природы и Вселенной. Примеры таких процессов и явлений можно найти практически во всех науках. При этом важно осознавать, что отрицательная связь направлена на стабилизацию отклонений системы, а положительная – наоборот.

Отрицательная обратная связь направлена на поддержание постоянных значений основных параметров, невзирая на действие внешних и внутренних возмущений. В этом смысле можно говорить, что системы с обратными связями в некотором смысле являются адаптивными по отношению к возмущающим воздействиям.

В этом смысле, перефразируя приведенное выше высказывание Нобелевского лауреата Б. Рассела о роли аппроксимации, можно утверждать, что окружающая нас живая, неживая и искусственная природа, а также Вселенная пронизана идеей адаптации. В этой связи не кажется случайным привлечение, помимо реальных систем, также и математических. Вполне понятно, что среди математических систем особо важным является исследование роли обратных связей на системах вычислительной математики, где существует вычислительный процесс, который можно наглядно увидеть и исследовать. Благо для этого в настоящее время имеется такой инструмент, как компьютер.

Как уже отмечалось выше, среди объектов, которые в состоянии наглядно продемонстрировать сущность обратных связей в вычислительной математике,

выбраны адаптивные аппроксимации функции, которые естественным образом включают в свой состав итеративные процессы и рекуррентные отношения, методы интерполирования, сплайн аппроксимацию и др. Такой выбор ни в коем случае не сужает общего взгляда о роли обратных связей в вычислительной математике. Это связано с тем, что многие подходы, существующие в аппроксимации функций, присущи и методам линейной алгебры, решению дифференциальных и интегральных уравнений и другим областям вычислительной математики. Об этой общности свидетельствует появление такой науки, как функциональный анализ, который обобщил многие понятия, существующие в вышеперечисленных областях вычислительной математики. Помимо этого, в спектр методов аппроксимации функций входят также методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и множество других методов.

Наиболее наглядно обратные связи и адаптация видны при рассмотрении итерационных формул.

В начале становления математики появилась итерационная формула, предложенная Героном, для извлечения квадратного корня и носящая его имя. С появлением дифференциального счисления появился итерационный метод решения нелинейных уравнений, носящий имя Ньютона, а с появлением функционального анализа и производной Фреше появился обобщенный итерационный метод, носящий название Ньютона-Канторовича. Развитие итерационных методов шло в нескольких направлениях. Одно из них было направлено на получение итерационных формул более высоких порядков, а другое – на улучшение качества и области применения.

Так, в работе [3] Эйлера рассматривался метод вычисления корней многочлена на основе разложения в ряд Тейлора самого многочлена. В 1838 г. при переходе с первого курса Московского университета на второй П.Л. Чебышев написал работу [4] о получении итерационных формул высокого порядка. С этим методом можно также ознакомиться в работе [14]. Подобный метод предложил Е. Шредер в работе [5]. Дальнейшее развитие получение итерационных методов нашло в работах Ш.Е. Микеладзе [6], Дж. Трауба [7], Г.С. Теслера [8 – 11] и других авторов.

Качественные улучшения итерационных методов связаны с применением многочленов наилучшего приближения для улучшения сходимости итеративных процессов [11], с чебышевским набором параметров и использованием ортогональных разложений [11, 12], согласованием по норме погрешности начальное приближение и итерационную формулу [11, 13, 14] и т.д. При решении систем линейных, нелинейных, дифференциальных и интегральных уравнений нашли широкое распространение явный и неявный Чебышева итерационные методы, методы вариационного типа (минимальных невязок, минимальных поправок, минимальных погрешностей, сопряженных градиентов,  $\tau$  – метод Ланцоша [15], аппроксимационный метод Дзядыка [16]) и др.

О роли аппроксимации в кибернетическом моделировании отмечается в работе [24]: "... требование одновременной адекватности или близкости модели к действительности в кибернетике все более уступает принципу аппроксимаций. Эта гносеологическая тенденция была подмечена впервые И.Б. Новиком, который дал анализ принципа аппроксимаций, показал его методологическое значение. Принцип аппроксимаций применительно к кибернетическим структурам, по-видимому, означает также и то, что эти структуры (принципы, понятия, модели) образуют некоторую предпосылку для эвристического прогнозирования процесса решения той или иной задачи на ЭВМ".

В этой связи рассматриваемые в данной книге адаптивные аппроксимации, основанные на разложении функции по невязкам, представляют двоякий интерес и как разнообразные аппроксимации функций с элементом адаптации (невязки) и как источник получения итерационных формул, то есть формул с обратными связями и формул для табулирования функций, сегментной аппроксимации функций, интерполирования функций и т.д. Таким образом, представлены различные подходы приближения к искомому результату с необходимой точностью с использованием различного количества и состава арифметических операций и видов начальных приближений, величины интервала задания аргумента и норм погрешностей.

Такой подход хорошо согласуется с определением кибернетики, данным в работе [24]: "Кибернетика – это прежде всего наука об общем подходе к математическому (в самом широком смысле этого слова) исследованию процессов управления, обработки информации, механизма и роли обратных связей в различных по физической природе самоуправляющихся системах (животных, технике и обществе). Не трудно заметить, что в таком определении указывается как предметный, так и методологический аспекты этой науки." Конечно, роль математики в этом определении преувеличена, но основное содержание науки кибернетики отражено достаточно точно. Именно поэтому и важен рассматриваемый далее материал.

### **13.2. Теоретические основы итеративных процессов**

Начнем изложение проблем, связанных с итеративными процессами, с точки зрения абстрактных пространств и операторов. Такой подход позволит взглянуть на итерационные процессы, используемые для различных применений с единых позиций.

Многие важные классы уравнений, к которым применимы итерационные методы, связаны с методами последовательных приближений, которые являются частными случаями общего операторного уравнения вида

$$x = Tx, \quad (13.1)$$

где  $T$  – оператор, действующий в некотором функциональном нормированном пространстве  $E$ , поэтому в общей теории итеративных процессов исследуют именно операторное уравнение (13.1).

Суть применения итеративного метода к операторному уравнению (13.1) состоит в рассмотрении итерационной формулы:

$$x_n = Tx_{n-1}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (13.2)$$

Итеративный процесс начинается, исходя из некоторого начального приближения  $x_0 \in E$ . Последовательные приближения  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$  находятся на основе формулы (13.2).

При этом важное значение для существования уравнения (13.1) имеет теорема С. Банаха [17], установленная им в 1922 г. и получившая в дальнейшем название принципа сжатых отображений Банаха.

**Теорема.** Пусть пространство  $E$  – полное линейное метрическое пространство, а оператор  $T$  – оператор сжатия в этом пространстве, т.е. такой, что для любых элементов  $u, v \in E$  выполняется условие

$$\rho(Tu, Tv) \leq \alpha \rho(u, v), \quad (13.3)$$

где  $\alpha < 1$ ,  $d(u, v)$  – расстояние между элементами  $u$  и  $v$ .

Тогда уравнение (13.1) имеет единственное решение  $x^* \in E$ , и последовательность  $\{x_n\}$ , определяемая формулой (13.2), сходится к этому решению. При этом для погрешности  $n$ -го приближения справедлива оценка

$$\rho(x^*, x_n) \leq \frac{\alpha^{n-p}}{1-\alpha} \rho(x_{p+1}, x_p), \quad 0 \leq p \leq n-1. \quad (13.4)$$

В случаях, когда условия применимости принципа сжатых отображений (в частности, когда условие (13.3) не выполняется), часто применяют принцип Ж. Шаудера [18 – 20] о неподвижной точке, сущность которого заключается в том, что если  $T$  – непрерывное отображение выпуклого множества  $R$  банахова пространства в его компактную часть, то для  $T$  существует, по крайней мере, одна неподвижная точка в  $R$ , т.е. уравнение (13.1) имеет в  $R$ , по крайней мере, одно решение.

Как видно из принципов сжатых отображений и о неподвижной точке смысл того, что отображение  $T$  является сжимающим, означает, что расстояние между точками  $x_i$  и  $x_{i+1}$  больше, чем расстояние между их изображениями  $T(x_i)$  и  $T(x_{i+1})$ , а решение (корень) уравнения (13.1) является неподвижной точкой отображения  $T$  и он преобразуется сам в себя, т.е.

$$x^* = T(x^*). \quad (13.5)$$

Поэтому каждый шаг в итерационном процессе (13.2), уменьшая расстояние, тем самым должен приближать члены последовательности  $\{x_n\}$  к неподвижной точке  $x^*$ .

Для нас важно отметить тот факт, что на основании принципа сжатых отображений происходит сужение исходного интервала. Это присуще практически всем итерационным методам и не только им. Так, этим свойством обладает метод отыскания решения уравнения путем деления отрезков пополам (пристрелки) либо в отношении «золотого сечения». В результате такого деления интервалы сужаются до той величины, с которой необходимо иметь решение. Однако такого типа алгоритмы не всегда эффективны как по области применения, так и по скорости сходимости, числу необходимых действий (количеству выполненной работы) и получаемой точности.

Для лучшего понимания дальнейшего изложения напомним, что термин «итерация» происходит от латинского *iterato* – повторение и означает в нашем случае результат повторного применения совокупности математических операций. При этом результат  $n$ -кратного применения –  $n$ -я итерация, а процесс перехода от одной итерации к следующей называется итерированием. В свою очередь, термин «рекуррентная формула» (отношение) происходит от латинского *resurgens* – возвращающийся, означает формулу (соотношение), позволяющую выразить любой член рекуррентной последовательности через значения одного или нескольких предыдущих членов. При наличии рекуррентной формулы рекуррентная последовательность полностью определяется выбором ее начального члена. Аналогично определяется возвратная рекуррентная последовательность, но она определяется выбором не начального, а последнего члена последовательности. Порядок  $p$  итерационной формулы, следуя [7], определяется как отношение

$$\left( \left| \varphi(x) - x^* \right| / \left| x - x^* \right|^p \right) \rightarrow C, \quad (13.6)$$

где  $C$  – константа асимптотики погрешности;

$\varphi(x) = \varphi(x_i, x_{i-1}, \dots, x_{i-n})$  – итерационная функция (ИФ) итерационного уравнения  $x_{i+1} = \varphi(x)$ ;

$x^*$  – предел последовательности  $\{x_i\}$  при  $i \rightarrow \infty$ .

Если существуют вещественное  $p$  и ненулевая константа  $C$ , удовлетворяющая (13.6), то ИФ приписывается порядок  $p$  независимо от того, сходится последовательность  $\{x_i\}$  или нет. Скорость сходимости ИФ зависит не только от величины порядка сходимости, но и от величины константы асимптотики. Чем меньше эта величина, тем больше скорость сходимости.

Отметим, что для одноточечных ИФ без памяти порядок  $p$  будет целым, а с памятью – вещественным [7].

Обозначим объем информационного запроса символом  $d$ , который определяет количество элементов новой информации, используемой в каждой итерации (функция и ее производные).

Меру эффективности в работе [7] определяет как эффективность использования информации

$$EFF = p/d, \quad (13.7)$$

т.е. частное от деления порядка на объем информационного запроса, а в работе [21] индекс эффективности определяется как

$$EFF^* = p^{1/d}.$$

Так как ИФ Ньютона, где  $p = 2$ ,  $d = 2$ ,  $EFF = 1$ ,  $EFF^* = \sqrt{2}$ , а для метода секущих  $p = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,62$ ,  $d = 1$ ,  $EFF = EFF^* = (1 + \sqrt{5})/2$ .

Дж. Трауб называет оптимальными такие одноточечные ИФ, для которых  $EFF = 1$ . В работе [7] показано, что в общем случае для одноточечной ИФ  $EFF \leq 1$ .

Базовой последовательностью ИФ называется бесконечная последовательность ИФ  $\{\phi_p\}_{p=1}^{\infty}$ , где  $p$ -й член имеет порядок  $p$ .

Оптимальной базовой последовательностью называется базовая последовательность, все члены которой оптимальны в вышеприведенном смысле. Говорят, что последовательность  $\{x_i\}$  итеративного процесса сходится к точному решению  $x^*$ , если при неограниченном возрастании числа итераций существует и равен  $x^*$ , т.е.  $\lim_{i \rightarrow \infty} x_i = x^*$ .

Рассмотрим вопрос корректности задачи. В нашем случае в качестве задачи можно рассматривать ИФ. Большинство задач, которые необходимо решать, можно записать в виде

$$y = A(x),$$

где  $x$  – некоторая известная величина;  $y$  – искомая величина;  $A(x)$  – заданная функция (оператор). При этом  $x$  и  $y$  могут быть числами, массивами чисел, функциями одной или многих переменных и др. матрицами.

Задача  $y = A(x)$  называется корректно поставленной, если для любых входных данных из некоторого класса решение  $y$  существует, единственно и устойчиво по входным данным.

Однако на практике даже не всякую устойчивую задачу легко решать. Так, если  $\|\delta y\| \leq C\|\delta x\|$  и величина  $C$  весьма велика, то задача формально является устойчивой, но фактически неустранимая погрешность может быть сколь угодно большой. Этот случай называют слабой устойчивостью или плохой обусловленностью.

Устойчивость вычислений состоит в том, что малые погрешности в исходных величинах (начальных данных, коэффициентах уравнений их правых частей и т.д.) приводят к малым погрешностям. В соответствии с видом исходной величины говорят об устойчивости по начальным данным, коэффициентам, правых частей, погрешности и т.д. Отсутствие устойчивости (неустойчивость) означает, что даже незначительные отклонения в исходных величинах приводят к большим погрешностям в решении или вовсе неверному результату.

Как видим, качественно понятие устойчивости и неустойчивости в технических, биологических, экономических и социальных системах весьма близко к вышеприведенным понятиям в вычислительной математике.

### **13.3. Разложение функций по невязкам как основа получения адаптивных аппроксимаций и итерационных функций**

Выше мы рассматривали итерационные процессы независимо от класса решаемых задач. В настоящем разделе мы будем рассматривать итерационные процессы для класса элементарных и некоторых специальных функций. Это связано с несколькими причинами.

Во-первых, для элементарных и специальных функций разработано и исследовано наибольшее число разнообразных итерационных функций и рекуррентных соотношений.

Во-вторых, эти итерационные функции и рекуррентные соотношения имеют разнообразные порядки сходимости, адаптацию к системам счисления и другим особенностям вычислительного процесса.

В-третьих, элементарные и некоторые специальные функции являются решениями алгебраических, дифференциальных и интегральных уравнений.

В-четвертых, элементарные и некоторые специальные функции принадлежат к числу представимых степенными рядами, цепными дробями, дробно-рациональными выражениями, разложениями по ортогональным многочленам и другими выражениями, что является чрезвычайно важно как для получения начальных и завершающих приближений, так и получения самих итерационных функций.

В-пятых, элементарные функции обладают уникальным свойством – операция дифференцирования элементарных функций не выводит их из класса элементарных.

В-шестых, именно ИФ и рекуррентные соотношения позволяют использовать широкий диапазон норм погрешностей (абсолютная, относительная, среднеквадратичная и специальные).

В-седьмых, многие элементарные и некоторые специальные функции удовлетворяют функциональным уравнениям, связывающим значение функций для разных аргументов, используемых как для получения самих ИФ и рекуррентных соотношений, так и для приведения к «стандартному» интервалу изменения аргумента.

В-восьмых, этот класс наиболее изучен, так как он является предметом исследования почти всеми известными математиками, а также другими исследователями.

И, наконец, именно на ИФ и рекуррентных отношениях для вычисления этого класса функций проще всего объяснить роль обратных связей в вычислительной математике, а также продемонстрировать детерминистско-вероятностный подход.

Решение уравнений и систем уравнений вида  $f(x)=0$  и, в частности, с помощью итерационных функций (ИФ) имеют давнюю историю. В ее развитие внесли значительный вклад такие известные математики, как Коши, Чебышев, Эйлер, Фурье, Гаусс, Лагранж, Островский, Трауб, Канторович и многие другие.

В частности, эти методы получили развитие в работе [12]. Так, в 1963 году чл.-кор. АН СССР Л.А. Люстерник высказал мысль, что важнейшим источником получения итерационных процессов является итерационный метод решения уравнения  $F(x, y)=0$ , удовлетворяющий функции  $y=f(x)$ , и привел в такой записи итерационный метод Ньютона (второго порядка сходимости). Прорыв в использовании идеи Л.А. Люстерника произошел в 1967 году, когда автор этой работы разработал ряд ИФ высокого порядка, основанных на использовании неявной функции [22, 23] и дальше развил в монографиях [8, 10], справочнике [11] и обобщил в статье [24]. Эти методы в дальнейшем получили название разложения функций по невязкам (один из видов адаптивной аппроксимации), которые могут быть использованы как самостоятельно, так и быть основой для получения ИФ.

Перейдем к непосредственному изложению этого подхода. Рассмотрим уравнение

$$z = F(x, y) = 0, \quad (13.8)$$

которому удовлетворяет функция  $y = f(x)$ ;  $x \in [a, b]$ ;  $y \in [c, d]$ .

Если вместо  $y$  взять его приближение  $y_0(x)$ , для  $x \in [a, b]$ , то уравнение (13.8) примет вид

$$z_0 = F(x, y_0),$$

где невязка  $z_0$  уравнения  $F(x, y)$  в основном отлична от нуля, за исключением случая  $y_0 = y$ . Таким образом, невязка является одновременно адаптивным и «чувствительным» элементом разложения.

Существуют следующие подходы получения разложений функций по невязкам [11]:

1. Разрешение уравнения (13.8) относительно  $x$  и затем получение функционального соотношения для функции  $f(x)$  в виде суперпозиции функций  $\psi(y_0)$  и  $g(z_0)$ . После этого имеется возможность аппроксимировать  $g(z_0)$  одним из известных базовых методов.

2. Разрешение уравнения (13.8) относительно  $y$  и сделав замены  $y$  на  $y_0$  и  $z$  на  $z_0$ , можно получить аналогично случаю 1 соответствующие функциональные соотношения и их разложения. Этот случай соответствует известным прямым базовым последовательностям получения ИФ (Чебышева, Шредера, Доморяда), но для уравнения (13.8) вместо  $f(x)=0$ , однако в этом случае конструкция невязки может отличаться от случая 1.

3. Использование для получения разложений по невязкам обобщенных функциональных уравнений относительно аргументов. Этот подход годится для получения разложения по невязкам для конкретных элементарных и некоторых специальных функций.

4. Получение разложений по невязкам обратных функций, т.е.  $x = f(y)$  на основе обращения ряда невязок прямой функции  $y = f(x)$ .

5. Получение разложений функции по невязкам на основе прямых методов получения таких разложений.

6. Получение нелинейных разложений по невязкам на основе функциональных преобразований.

7. Использование методов экономизации для рядов, дробно-рациональных аппроксимаций, что приводит к уменьшению констант асимптотики погрешности.

Возможны и другие подходы.

В качестве базовых методов разложений функций по невязкам могут быть использованы практически все известные на сегодняшний день методы приближения функций. Но при этом в результате получаем их обобщение, обладающее адаптивным свойством и возможностью в ряде случаев превращения их в ИФ произвольного порядка сходимости. Отметим, что необходимым и достаточным условием сходимости разложения по невязкам к искомой функ-

ции является равенство остаточного члена разложения нулю в пределе, когда количества его членов стремится к бесконечности.

Наиболее просто получение разложений функций по невязкам дают подходы 1 и 3, а наиболее сложно 2 и 5. Подробно с конкурентными разложениями можно ознакомиться в работах [8, 10, 11].

Приведем примеры невязок для некоторых функций.

$$y = x^\alpha, z_0 = x / y_0^{1/\alpha} - 1 \text{ либо } z_0 = 1 - y_0^{1/\alpha} / x;$$

$$y = \ln x, z_0 = e^{y_0} / x - 1; z_0 = 1 - x / e^{y_0}, z_0 = (x - e^{y_0}) / (x + e^{y_0});$$

$$y = \operatorname{arctg} x, z_0 = (\operatorname{tg} y_0 - x) / (1 + \operatorname{tg} y_0);$$

$$y = \operatorname{inverf} x, z_0 = \operatorname{erf} y_0 - x.$$

Приведем примеры разложения по невязке (более подробно эти вопросы рассмотрены в следующем разделе).

$$y = (1+x)^\alpha = y_0 \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} z_0^n \right);$$

$$y = 1/x = y_0 (1-z_0)^{-1} = y_0 \frac{1}{\sqrt{1-\beta}} \left( 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} P^k T_k(u) \right),$$

где  $T_k(u)$  – полиномы Чебышева,  $u_0 = z_0 / \beta$ ,  $|\beta| = \max |z_0|$ , где  $z_0 \in [-\beta, \beta]$ ,  $ui \in [-1, 1]$ ,  $z_0 = 1 - y_0 x$ , остаточный член  $R_{n-1} = 2P^n / (1-p) \sqrt{1-\beta^2}$ ;

$$y = 1/x = y_0 (1-z_0)^{-1} = y_0 \prod_{i=0}^{k-1} (1 - z_0^{2^i}) + O(z_0^{2^k}), \quad z_0 = 1 - xy_0.$$

$$y = y_0 + \frac{z_0}{2} + \frac{z_0}{2} + \dots \text{ – цепная дробь, } z_0 = \frac{x - y_0^2}{y_0}.$$

Получение из разложений по невязкам ИФ достаточно просто. Для этого необходимо только осуществить следующие замены:  $y = y_{i+1}$ ,  $y_0 = y_i$ ,  $z_0 = z_i$ .

Отметим, что от вида разложения, связанного с использованием базового метода аппроксимации, порядок ИФ не меняется, но имеется отличие в константе асимптотики погрешности.

Рассмотрим влияние констант асимптотики и норм погрешности на точность решения с помощью итерационных процессов для различных ИФ вычисления  $y = \sqrt[n]{x}$ .

1.1. Правило Ньютона (итерационная формула 2-го порядка):

$$y_{i+1} = \frac{1}{n} \left[ (n-1)y_i + \frac{x}{y_i^{n-1}} \right]; \quad \delta_{i+1} \approx \frac{n-1}{2} \delta_i^2$$

для  $n = 2$  получаем итерационную формулу Герона:

$$y_{i+1} = \frac{1}{2} \left( y_i + \frac{x}{y_i} \right); \quad \delta_{i+1} \approx \frac{1}{2} \delta_i^2.$$

$$1.2. \quad y_{i+1} = y_i + \frac{1}{n} \left( y_i - \frac{y_i^{n+1}}{x} \right); \quad \delta_{i+1} \approx \frac{n+1}{2} \delta_i^2$$

для  $n = 2$

$$y_{i+1} = y_i \left( \frac{3}{2} - \frac{y_i^2}{2x} \right); \quad \delta_{i+1} \approx \frac{3}{2} \delta_i.$$

$$1.1^0. \quad y = \sqrt[n]{x};$$

$$y_{i+1} = y_i \left( 1 + \frac{z_i}{n} + \frac{1-n}{2!n^2} z_i^2 \right);$$

$$z_i = x / y_i^n - 1;$$

$$\delta_{i+1} \approx \frac{(n-1)(2n-1)}{3!} \delta_i^3$$

для  $n = 2$

$$y_{i+1} = y_i \frac{y_i + 3x}{3y_i + x};$$

$$\delta_{i+1} \approx \frac{1}{4} \delta_i^3.$$

$$1.2^0. \quad y = \sqrt[n]{x};$$

$$y_{i+1} = y_i \left( 1 - \frac{1}{n} z_i + \frac{1+n}{2!n^2} z_i^2 \right);$$

$$z_i = y_i^n / x - 1; \quad \delta_{i+1} \approx \frac{(n+1)(2n+1)}{3!} \delta_i^3$$

для  $n = 2$

$$y_{i+1} = y_i \left( 1 - \frac{1}{2} z_i + \frac{3}{8} z_i^2 \right);$$

$$\delta_{i+1} \approx \frac{(2+1)(4+1)}{3!} \delta_i^3 = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} \delta_i^3 = \frac{5}{3} \delta_i^3.$$

### 1.3<sup>0</sup>. Рациональная ИФ

$$\sqrt{x}; y_{i+1} = y_i (y_i^2 + 3x) / (3y_i^2 + x); \delta_{i+1} \approx \frac{1}{4} \delta_i^3;$$

$${}^n\sqrt{x}; y_{i+1} = y_i \left( 1 + \frac{\frac{1}{n} z_i}{1 + \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right) z_i}{2}} \right);$$

$$\delta_{i+1} \approx \frac{(n-1)(n+1)}{12} \delta_i^3;$$

$$z_i = x / y_i^n - 1.$$

Отметим, что погрешность ИФ третьего порядка для вычисления  $\sqrt{x}$ , полученная в результате разложения в ряд Тейлора, будет  $\delta_{i+1} \approx 1/3 \delta_i^3$ , а при использовании цепной дроби или модифицированного метода Доморяда будет  $\delta_{i+1} \approx 1/4 \delta_i^3$ , т.е. в первом случае константа асимптотики погрешности  $C$  больше, чем во втором случае.

Минимальное значение константы асимптотики погрешности  $C$  достигается при использовании наилучших минимаксных приближений на заданном интервале.

Так, для  $y = \sqrt{x}$ ,  $x \in [1/16, 1]$  при  $y_0 = 0,17157 + x$  получим  $z_0 \in [-0,272, 272]$ , где  $z_0 = x / y_0^2 - 1$ .

Для этих условий ИФ для  $p=2$  имеет вид  $y_1 = y_0 (0,5047805 z_0 + 0,9952745)$ , имеющую погрешность  $|\delta_1| \leq 0,006$  против  $|\delta_1| \leq 0,015$  для формулы Герона.

Дальнейшие вычисления целесообразно вести уже по формуле Герона или ей подобной, имеющей более простой вид. Это возможно благодаря тому, что интервал погрешности  $y_1$  очень мал и поэтому целесообразно использовать ИФ, полученные не на основе минимаксных приближений, а при разложении в ряд Тейлора-Маклорена. Данная рекомендация следует [15] из того положения, что многочлен, полученный за счет ограничения ряда Тейлора  $n$ -м членом, дает

наилучшее приближение к функции  $f(x)$  вблизи нуля среди многочленов в смысле равномерной либо квадратичной нормы при любых весовых функциях на интервале  $(0, h)$  при  $h \rightarrow 0$ .

Вместо наилучших приближений в ряде случаев проще рассматривать разложения по невязкам по ортогональным многочленам [10]. При этом точность вычислений будет несколько меньше, чем использование в первой итерации минимаксных приближений. Помимо этого, если используется несколько итераций порядка  $p \geq 2$ , то они практически могут скомпенсировать полученные отличия в точности. Более подробно с указанными подходами можно ознакомиться в монографиях [8, 10] и справочнике [11].

Обращаем внимание читателя на тот факт, что рассматриваемые подходы получения и использования ИФ адекватны адаптивным системам автоматического регулирования с перестраивающейся структурой.

#### 13.4. Рекуррентные формулы для вычисления функций и уменьшения интервала изменения аргумента

Функциональные соотношения для уменьшения интервала изменения аргумента

$$\sin(2n-1)x = (-1)^n T_{2n+1}(\sin x);$$

$$\cos nx = T_n(\cos x);$$

$$\operatorname{tg} nx = H_n^{(0)}(1, \operatorname{tg} x) / H_n^{(1)}(1, \operatorname{tg} x),$$

где  $T_n(x)$  – многочлены Чебышева первого рода;  $H_n^{(0)}$ ,  $H_n^{(1)}$  – гармонические многочлены.

Для  $z_m = b \cos(x/2^m + t)$ , где  $b$  и  $t$  – произвольно выбранные постоянные, справедливо рекуррентное соотношение [8]:

$$z_{m-1} = \frac{4t}{b} z_m + \frac{2}{b} z_m^2 + \frac{2t}{b} - b + t,$$

где  $\cos x = (z_0 - t)/b$ . При этом параметры  $b$  и  $t$  могут быть выбраны произвольным образом.

Для  $z_m = \cos(x/3^m) - 1$  справедливо рекуррентное соотношение:

$$z_{m-1} = 4z_m^3 + 12z_m^2 + 9z_m,$$

где  $\cos x = z_0 + 1$ .

**Утверждение.** Функцию  $a^x$  можно аппроксимировать  $z_m$  – функцией вида [8]

$$z_{m-1} = (1/b^2)z_m^3 - (3/b^2)z_m^2 + (3t^2/b^2)z_m - t/b + t, \quad (13.9)$$

где  $z_m = ba^{x/3^m} + t$ ;  $b$  и  $t$  – произвольные постоянные;  $a^x = (z_0 - t)/b$ .

Относительная погрешность рекуррентного соотношения (13.9) при достаточно больших  $m$  является инвариантной относительно параметров  $b$  и  $t$  с точностью до величин  $O(\delta_m^2)$ .

Относительная погрешность формулы (13.9)

$$\delta_{m+1} \approx 3(z_m^3 + 2z_m^2 + z_m)\delta_m.$$

Доказательство этого утверждения приведено в работе [ ].

**Утверждение.** Функция  $\cos x$  может быть аппроксимирована  $z_m$  – функцией, имеющей вид [8],

$$z_{m-1} = (4t/b)z_m + (2/b)z_m^2 + 2t/b - b + t, \quad (13.10)$$

где  $z_m = b \cos(x/2^m + t)$ ;  $b$  и  $t$  – произвольно выбранные постоянные;  $\cos x = (z_0 - t)/b$ .

Абсолютная погрешность рекуррентного соотношения (13.10) при достаточно больших начальных величинах  $m$  является инвариантной относительно параметров  $b$  и  $t$  с точностью до величины порядка  $O(\Delta_m^2)$ .

Оценка абсолютной погрешности формулы (13.10) отвечает неравенству

$$|\bar{\Delta}_{m-1}| < 2^2 \bar{\Delta}_m.$$

Доказательство этого утверждения приведено в работе [8].

**Утверждение.** Функция  $a^x$  может быть аппроксимирована  $z_m$  – функцией, имеющей вид

$$z_{m-1} = (1/b)z_m^2 - (2t/b)z_m + t^2/b + t, \quad (13.11)$$

где  $z_m = ba^{x/2^m} + t$ ; параметры  $b$  и  $t$  – произвольно выбранные постоянные, а величина функции  $a^x = -(z_0 - t)/b$ .

Абсолютная погрешность рекуррентного соотношения (13.11) при достаточно больших  $m$  является инвариантной относительно параметров  $b$  и  $t$  с точностью до величин  $O(\Delta_m^2)$ .

Оценка абсолютной погрешности формулы (13.11) для  $x \in [-\infty, 0]$  имеет вид  $|\bar{\Delta}_{m-1}| \leq 2^2 \bar{\Delta}_m$ . Доказательство этого утверждения приведено в работе [8].

Для получения других функций можно воспользоваться известными соотношениями

$$\arcsin x = \pi / 2 - \arcsin \sqrt{1 - x^2} ;$$

$$\arccos x = \pi / 2 - \arccos \sqrt{1 - x^2} ;$$

$$\arcsin x = 2 \arcsin \left( x / \sqrt{2(1 + \sqrt{1 - x^2})} \right) ;$$

$$\arctg x = \arctg x + \arctg (x - q(1 + xq)) .$$

Пример.

Поэтому для  $n = 2$  в [10] предлагается использовать соотношения

$$\arccctg x = \ln(1 + x) = 2 \ln \left( 1 + x / (1 + \sqrt{1 + x}) \right) ;$$

$$z_{m+1} = z_m + \sqrt{1 + z_m^2}, \quad z_1 = x; \quad \arccctg x = \frac{2^m}{z_{m+1}} .$$

Аналогично для гиперболических функций.

Для логарифмической функции имеем

$$\ln x = n^m \ln x_m ;$$

$$\ln x = n \ln \sqrt[n]{x_m} ,$$

т.е.  $z_{m+1} = n z_m$ , но это рекуррентное соотношение приводит к большим погрешностям.

Более подробно с этими методами можно ознакомиться в работах автора [ ].

### 13.4.1. Динамический режим счета

**Утверждение.** Для постоянного шага  $h$  изменения аргумента функции  $\sin x$  и  $\cos x$  могут вычисляться на основе следующей рекуррентной формулы [11]:

$$U_{n+1} = 2U_n B - U_{n-1},$$

где  $B = \cosh$  ;

$$U_n = \begin{cases} \sin x_n & \text{при вычислении } \sin x; \\ \cos x_n & \text{при вычислении } \cos x \end{cases}$$

$$x_n = x + nh.$$

Абсолютная погрешность этой рекуррентной формулы:

$$\Delta_{k+1} = \Delta_{k-1} \left( (2B)^2 - 1 \right) - \Delta_{k-2}.$$

**Утверждение.** Для постоянного шага  $h$  изменения аргумента функции  $\sin x$  и  $\cos x$  могут вычисляться одновременно на основе следующих рекуррентных соотношений:

$$U_{n+1} = 2V_n A + U_{n-1};$$

$$V_{n+1} = -2U_n A + V_{n-1},$$

где  $U_n = \sin x_n$ ;  $V_n = \cos x_n$ ;  $x_n = x_0 + nh$ ;  $A = \sinh$ .

Абсолютные погрешности этих формул будут соответственно равны величинам

$$\Delta_{k+1} = \Delta_{k-1} \left( 1 - (2A)^2 \right) + \bar{\Delta}_{k-2} 2A;$$

$$\bar{\Delta}_{k+1} = \bar{\Delta}_{k-1} \left( 1 - (2A)^2 \right) + \Delta_{k-2} 2A.$$

Аналогично могут быть получены формулы для динамического счета функций  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ ,  $a^x$  и др. [11].

К этим методам тесно примыкают методы, базирующиеся на сегментной (сплайн) аппроксимации, основанные на разложении функций по невязкам [10]. При этом интервалы разбиения исходного интервала  $x \in [a, b]$  как непосредственно точками разбиения, так и вложенными интервалами (нониуская аппроксимация) [11].

Более подробно методы разложения функций по невязкам будут рассмотрены в последующих разделах книги.

## Список литературы

1. Маркс К., Энгельс Ф. Сочинения. – Т. 20. – С. 37.
2. Глушков В.М. О некоторых задачах вычислительной техники и связанных с ними задачах математики // Украинский математический журнал. – 1957. – Т.9, № 4. – С. 369 – 376.
3. Euler L. Opera Omnia. – Ser. I. – Vol. X. – P. 422 – 455.
4. Чебышев П.Л. Вычисление корней уравнений // Чебышев П.Л. Полное собрание сочинений. – Москва – Ленинград, 1951. – Т. 5. – С. 7 – 25.

5. *Schroder E.* Über unendlich viele Algorithmen zur Auflösung der Gleichung. Math. Ann. – 1870. – 2. – P. 317 – 365.
6. *Микеладзе Ш.Е.* О некоторых итерациях высших порядков // Сообщ. Акад. наук Груз. ССР. – 1959. – Т. 22, № 3. – С. 257 – 264.
7. *Трауб Дж.* Итерационные методы решения уравнений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 264 с.
8. *Благовещенко Ю.В., Теслер Г.С.* Вычисление элементарных функций на ЭВМ. – К.: Техника, 1977. – 208 с.
9. *Теслер Г.С.* Динамический режим вычисления функций в МВС с программируемой архитектурой на основе адаптивных алгоритмов // Многопроцессорные вычислительные структуры. – 1987. – Вып. 9. – С. 49 – 52.
10. *Попов Б.А., Теслер Г.С.* Приближение функций для технических приложений. – К.: Наукова думка, 1980. – 352 с.
11. *Попов Б.А., Теслер Г.С.* Вычисление функций на ЭВМ: Справочник. – К.: Наукова думка, 1984. – 600 с.
12. *Люстерник Л.А., Червоненкис О.А., Яснопольский А.Р.* Математический анализ: вычисление элементарных функций. – М.: ГИФМЛ, 1963. – 247 с.
13. *Fike C.T.* Computer evaluation of mathematical function. – New Jersey: Prentice – Hall, 1968. – 228 p.
14. *Теслер Г.С.* Адаптивные экономические итерационные методы «цифра за цифрой» // Математические машины и системы. – 1999. – № 1. – С. 43 – 52.
15. *Ланцош К.* Практические методы прикладного анализа: Пер. с англ. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 524 с.
16. *Дзядык В.К.* Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. – К.: Наукова думка, 1988. – 304 с.
17. *Banach S.* Sur les operations dans les ensembles abstraits et leur application aux equations integrals // Fund. Math. – 1922. – Vol. 3. – P. 133 – 181.
18. *Березин И.С., Жидков Н.П.* Методы вычислений. – 1959. – Т. 2. – 639 с.
19. *Курпель Н.С.* Проекционно-итеративные методы решения операторных уравнений. – К.: Наукова думка, 1988. – 194 с.
20. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы. – М.: Наука. – 1989. – 432 с.
21. *Островский А.* Решение уравнений и систем уравнений: Пер. с англ. – М.: ИЛ, 1963.
22. *Теслер Г.С.* Способы вычисления некоторого класса функций на ЦВМ // Математическое обеспечение ЭВМ и эффективная организация вычислительного процесса. – 1967. – Вып. 2. – С. 111 – 121.
23. *Теслер Г.С.* Вычисление некоторых элементарных функций на ЦВМ // Математическое обеспечение ЭВМ и эффективная организация вычислительного процесса. – 1997. – Вып. 2. – С. 91 – 110.
24. *Батароев К.Б.* Кибернетика и метод аналогий. – М.: Высшая школа, 1974. – 104 с.

## Глава 14. Методы разложения функций по невязкам

### 14.1. Разложение функций по невязкам

Разложение функций по невязкам идейно близко к получению базовых последовательностей итерационных функций (ИФ), изложенных в работе [1]. Так, одноточечная ИФ может быть записана в виде  $x_{i+1} = \varphi(x_i)$ . Следуя [1], базовая последовательность итерационных функций (БПИФ) – бесконечная последовательность ИФ  $\{\varphi_p\}_{p=1}^{\infty}$ ,  $p$ -й член которой имеет порядок  $p$ .

При разложении в ряд невязок под БПИФ будем понимать одноточечную бесконечную либо конечную последовательность  $\{\varphi_p(z_0)\}_{p=1}^{\infty \vee n}$ , где  $z_0 = F(x, y_0)$  – невязка уравнения  $F(x, y) = 0$ ,  $y_0$  – начальное приближение,  $x \in [a, b]$  – аргумент искомой функции.

В тех случаях, когда существует ИФ для вычисления искомой функции, то разложение по невязкам эквивалентно БПИФ, если сделать соответствующие замены ( $z_0 = z_i, y = y_{i+1}, y_0 = y_i$ ). Но и в тех случаях, когда процесс итерирования невозможен либо нерационален, то разложение искомой функции по невязкам при соответствующих условиях пригодно для вычисления соответствующей функции. При этом невязка и начальное приближение выступают в виде адаптивных элементов. Понятие невязки в численных методах используется достаточно широко. В общем случае под невязкой приближенного решения уравнения понимается [2]: «Характеристика качества приближенного  $\bar{x}$  уравнения  $P(x) = 0$  и определяется величиной  $P(\bar{x})$  или некоторым функционалом  $F(P, \bar{x})$ ».

В работе [3] таким образом, например, записан метод Ньютона как метод решения уравнения  $F(x, y) = 0$ , которому удовлетворяет функция  $y = y(x)$ . В алгебре разложение функций по невязкам используют для нахождения обратной матрицы. Косвенным образом разложение функции по невязкам использовано Е.А. Жоголевым для вычисления функции  $y = \sqrt{x}$  на ЭВМ «Сетунь» [4], работающей в троичной системе счисления. Однако это разложение получено путем преобразования известной итерационной формулы высокого порядка сходимости и используется для уменьшения вычислительной погрешности. Широкое использование разложений элементарных функций в ряд Тейлора по невязкам впервые осуществлено автором в 1967 году и далее расширено на класс специальных функций и увеличение спектра базовых методов – дробно-рациональных аппроксимаций, разложений в цепные дроби и разложений по ортогональным многочленам, использование наилучших (минимаксных) и дру-

гих приближений. Обширная библиография по этому вопросу, а также виды невязок и методы получения этих разложений приведены в монографиях [5, 6] и справочнике [7] автора.

Введение в рассмотрение невязки позволило естественным образом получить обобщение известных базовых методов аппроксимации функций. Ввиду того, что для одной и той же функции невязка может быть получена различными способами, это приводит к получению различных адаптивных аппроксимаций, порядков сходимости ИФ и констант асимптотики погрешности.

Еще одним важным свойством разложения функций по невязкам является возможность естественным образом распараллелить итеративный процесс во времени или в пространстве. Помимо этого, введение невязки позволило получать формулы для табулирования функций, организации статического и динамического режимов счета, оптимизировать систему «начальное приближение + ИФ» либо разложение функций по невязкам, создать адаптивные сегментные аппроксимации и т.д.

Еще одной важной особенностью введения невязки является ее использование для создания новых норм погрешности, то есть создания специальных метрик при вычислении функций.

Благодаря перечисленным выше свойствам, введение в рассмотрение невязок и получение разложений функций по ним позволило получить адаптивные аппроксимации всех трех уровней адаптации – соответствовать конкретному применению, использованию адаптивного элемента и возможности порождения различных алгоритмов, обладающих различными свойствами. Последний уровень адаптации позволяет по-новому взглянуть на базы знаний будущего, т.е. создание базы знаний конкретной предметной области, основанной на порождающих и конкурирующих алгоритмах.

Еще одно обобщение, связанное с разложением функций по невязкам, состоит в том, что хотя в работе, в основном, рассматриваются разложения функций действительной скалярной переменной по невязкам, но при соответствующих условиях эти разложения сохраняют свой вид для матричных [8] и комплексных значений аргумента.

На основе разложений функций по невязкам имеется возможность аналитически представлять существенно нелинейные функции типа ступенчатой функции, широко используемых в системах автоматического управления. Перечисленные выше свойства разложения функций по невязкам позволяют им выступать в качестве сильнодействующего фактора интенсификации процесса вычислений. Это достигается благодаря возможности адаптироваться к внутренним и внешним условиям применения (вычислительной среде и решаемым задачам).

Важную роль при использовании разложений по невязкам играют начальные приближения, ибо они определяют степень уменьшения интервала из-

менения аргумента  $z_0 \in [\alpha, \beta]$  по сравнению с исходным  $x \in [a, b]$ . Более подробно вопросы получения эффективных начальных приближений рассмотрены в монографиях [5, 6] и справочнике [7].

При этом начальное приближение выбирают таким образом, чтобы оно достаточно просто вычислялось, уменьшало интервал изменения невязки и обеспечивало симметричность погрешности невязки.

Адаптивная аппроксимация играет важную роль с системной точки зрения и является фундаментальной идеей по Дж. Брунеру [9], так как удовлетворяет введенным им четырем критериям:

а) горизонтальному критерию – лежащие в основе адаптивной аппроксимации идеи и механизмы наблюдаются и используются в живой природе (порождение новых форм, селективный отбор), биологии (адаптация биологических систем и т.д.), кибернетике (обратная связь), управлении (адаптивное управление), астрономии (адаптивная оптика), экономика (динамическое планирование) и других областях;

б) вертикальному критерию – элементы адаптивной аппроксимации могут быть изучены как школьниками старших классов (простое обобщение известных понятий ряда теорем сложения и умножения для элементарных функций и т.д., так и студентами технических вузов и университетов, изучающих математический анализ и прикладную математику (обобщение известных студентам понятий);

в) временному критерию – идеи адаптивной аппроксимации наблюдаются в развитии численных и других методов, предназначенных для массового использования; дальнейшее развитие идей адаптивной аппроксимации связано с расширением спектра базовых методов аппроксимации, углублением их изучения и упрощения их получения;

г) смысловому критерию – идеи адаптивной аппроксимации основываются на обеспечении приспособления алгоритма к внутренним и внешним условиям применения, а также более компактному представлению знаний конкретных предметных областей на основе механизмов генерирования конкретных алгоритмов из общих (проверенных и обоснованных).

Перейдем к непосредственному получению разложений функций по невязкам. Важнейшим источником получения разложений функций по невязкам и БПИФ являются методы решения уравнения

$$z = F(x, y) = 0, \quad (14.1)$$

которому удовлетворяет функция  $y = f(x)$ .

## 14.2. Прямые методы разложения в ряд невязок

1<sup>0</sup>. Разложение в ряд невязок с использованием правил дифференцирования сложной функции.

Пусть искомая функция задана в неявном виде (14.1) и невязка уравнения (14.1) задана в виде  $z_0 = F(x, y_0)$ . При выполнении условий теоремы о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявная функция в окрестности точки  $(x_0, y_0)$  может быть однозначно разрешена относительно переменной  $x$  в виде  $x = \varphi(y_0, z_0)$ , откуда  $f(x)$  может быть представлена в виде суперпозиции  $f(x) = f[\varphi(y_0, z_0)]$ .

В этом случае разложение в ряд невязок имеет вид

$$y = f[\varphi(y_0, z_0)]|_{z=0} + \frac{d}{dz_0} (f[\varphi(y_0, z_0)]|_{z=0}) + \frac{1}{2!} \frac{d^2}{dz_0^2} (f[\varphi(y_0, z_0)]|_{z=0}) z_0^2 + \dots \quad (14.2)$$

Воспользовавшись правилом дифференцирования сложной функции, формулу (14.2) можно записать в виде

$$\begin{aligned} y = f[\varphi(y_0, z_0)] &= f[\varphi(y_0, z_0)]|_{z_0=0} + \left\{ \frac{df(\varphi)}{d\varphi} \frac{d\varphi(y_0, z_0)}{dz_0} \right\} |_{z_0=0} z_0 + \\ &+ \frac{1}{2!} \left\{ \frac{d^2 f(\varphi)}{d\varphi^2} \left[ \frac{d\varphi(y_0, z_0)}{dz_0} \right]^2 + \frac{df(\varphi)}{d\varphi} \left[ \frac{d^2 \varphi(y_0, z_0)}{dz_0^2} \right] \right\} |_{z_0=0} z_0^2 + \\ &+ \frac{1}{3!} \left\{ \frac{d^3 f(\varphi)}{d\varphi^3} \left[ \frac{d\varphi(y_0, z_0)}{dz_0} \right]^3 + 3 \frac{d^2 f(\varphi)}{d\varphi^2} \frac{d\varphi(y_0, z_0)}{dz_0} \frac{d^2 \varphi(y_0, z_0)}{dz_0^2} + \frac{df(\varphi)}{d\varphi} \frac{d^3 \varphi(y_0, z_0)}{dz_0^3} \right\} |_{z_0=0} z_0^3 + \\ &+ \frac{1}{4!} \left\{ \frac{d^4 f(\varphi)}{d\varphi^4} \left[ \frac{d\varphi(y_0, z_0)}{dz_0} \right]^4 + 6 \frac{d^3 f(\varphi)}{d\varphi^3} \left[ \frac{d\varphi(y_0, z_0)}{dz_0} \right] \frac{d^2 \varphi(y_0, x_0)}{dz_0^2} + \frac{d^2 f(\varphi)}{d\varphi^2} \cdot \right. \\ &\cdot \left. \left\{ 3 \left[ \frac{d^2 \varphi(y_0, z_0)}{dz_0^2} \right]^2 + 4 \frac{d\varphi(y_0, z_0)}{dz_0} \frac{d^3 \varphi(y_0, z_0)}{dz_0^3} \right\} + \frac{df(\varphi)}{d\varphi} \frac{d^4 \varphi(y_0, z_0)}{dz_0^4} \right\} |_{z_0=0} z_0^4 + \dots \end{aligned}$$

2<sup>0</sup>. Рассмотрим несколько частных случаев разложения в ряд невязок для часто употребляемых невязок в практических приложениях.

1. Пусть задана невязка функции  $y = f(x)$  в виде  $z_0 = x - f^{-1}(y_0)$ , где  $f(y)$  – функция, обратная к  $f(x)$ , т.е.  $x = f^{-1}(y)$ .

При  $y_0 = y$  получаем  $z_0 = 0$ . В этом случае  $x = z_0 + f^{-1}(y_0)$ , откуда  $f(x) = f(z_0 + f^{-1}(y_0))$ .

Разложив функцию  $f(z + f^{-1}(y))$  в ряд Тейлора, получим

$$f(x) = f(f^{-1}(y_0) + f^{(1)}(f^{-1}(y_0))z_0) + \frac{f^{(2)}(f^{-1}(y_0))}{2!}z_0^2 + \frac{f^{(3)}(f^{-1}(y_0))}{3!}z_0^3 + \dots \quad (14.3)$$

В другом виде с учетом того, что  $f(f^{-1}(y_0)) = y_0$ ,  $f^{-1}(y_0) = x_0$ , получим

$$f(x) = y_0 + y^{(1)}(x_0)z_0 + \frac{y^{(2)}(x_0)}{2!}z_0^2 + \frac{y^{(3)}(x_0)}{3!}z_0^3 + \dots$$

В некоторых случаях возникает необходимость вычислять функцию  $y = f^{-1}(x)$ , обратную к функции  $f(x)$ . Взяв в качестве невязки

$$z_0 = x - f(y_0),$$

где  $y_0$  – приближенное значение функции  $y = f^{-1}(x)$  на заданном интервале, получим  $x = z_0 + f(y_0)$ .

Из последнего уравнения можно записать

$$\begin{aligned} f^{-1}(x) = f^{-1}(z_0 + f(y_0)) = y_0 + \frac{1}{f^{(1)}(y_0)}z_0 - \frac{f^{(2)}(y_0)}{2!(f^{(1)}(y_0))^3}z_0^2 + \\ + \frac{3(f^{(2)}(y_0))^2 - f^{(1)}(y_0)f^{(3)}(y_0)}{3!(f^{(1)}(y_0))^5}z_0^3 - \\ - \frac{15(f^{(2)}(y_0))^3 - 10f^{(1)}(y_0)f^{(2)}(y_0)f^{(3)}(y_0) + (f^{(1)}(y_0))^2f^{(4)}(y_0)}{4!(f^{(1)}(y_0))^7}z_0^4 + \dots \end{aligned} \quad (14.4)$$

Разложения (14.3) и (14.4) с успехом могут быть использованы для вычисления ряда элементарных и специальных функций как непосредственно с использованием разложения в ряд невязок, так и в виде итерационных формул [5, 6, 7].

Кроме того, разложения (14.3), (14.4) могут быть использованы и для табулирования функций [28, 38, 50].

2. Пусть задана невязка в виде

$$z_0 = (x - f^{-1}(y_0)) / f^{-1}(y_0),$$

где  $y_0$  – приближенное значение функции  $f(x)$  на заданном интервале.

Тогда

$$\begin{aligned} x &= z_0 f^{-1}(y_0) + f^{-1}(y_0); \\ f(x) &= f(z_0 f^{-1}(y_0) + f^{-1}(y_0)) = f(f^{-1}(y_0)(z_0 + 1)). \end{aligned}$$

Для функций, которые удовлетворяют равенству  $f(\lambda x) = f(\lambda)f(x)$ , справедливо

$$f(x) = f(f^{-1}(y_0))f(z_0 + 1) = y_0 \left( f^{(1)} + f^{(1)}(1)z_0 + \frac{f^{(2)}(1)}{2!}z_0^2 + \frac{f^{(3)}(1)}{3!}z_0^3 + \dots \right).$$

3. Пусть задана невязка в виде  $z_0 = (f^{-1}(y) - x)/x$ , где  $y_0$  – приближенное значение функции  $y = f(x)$  на заданном интервале. В этом случае  $x = (f^{-1}(y_0))/(1 + z_0)$ . Откуда

$$f(x) = f[f^{-1}(y_0)(1 + z_0)^{-1}].$$

Функции, для которых справедливо равенство  $f(\lambda v(x)) = f(\lambda)\varphi(x)$ , можно разложить в ряд невязок

$$f(x) = y_0 [\varphi^{(1)} + \varphi^{(1)}(1)z_0 + \frac{\varphi^{(2)}(1)}{2!}z_0^2 + \frac{\varphi^{(3)}(1)}{3!}z_0^3 + \dots].$$

3<sup>0</sup>. Использование двухточечной формулы Тейлора.

Для некоторых функций целесообразно использовать получение ряда невязок на основе обобщенной формулы Тейлора (двухточечной формулы). Взяв  $z_0 = x - f^{-1}(y_0)$ , где  $y_0$  – приближенное значение функции  $y = f(x)$  на заданном интервале, получим:

$$f(x) = f(z_0 + f^{-1}(y_0)).$$

В этом случае ряд невязок, полученный на основе обобщенной формулы Тейлора, имеет вид [10]

$$f(x) = y_0 + \sum_{k=1}^{m+n} \frac{(m+n-k)!}{(m+n)!} [C_m^k f^{(k)}(f^{-1}(y_0)) - (-1)^k C_n^k f^{(k)}(x)] z_0^k + R,$$

где остаточный член этой формулы

$$R = (-1)^n \frac{m!n!z_0^{m+n+1}}{(m+n)!(m+n-1)!} f^{(m+n-1)}(\theta),$$

$$z_0 < \theta < y_0, \quad C_p^k = 0 \text{ при } k > p.$$

При  $n = m$  имеем

$$f(x) = y_0 + \sum_{k=1}^n \frac{(2n-k)!}{(2n)!} C_n^k [f^{(k)}(f^{-1}(y_0)) - (-1)^k f^{(k)}(x)] z_0^k + R. \quad (14.5)$$

Учитывая, что  $f^{-1}(y_0) = x_0$ , формулу (14.5) можно записать в виде

$$f(x) = y_0 + \sum_{k=1}^n \frac{(2n-k)!}{(2n)!} C_n^k [f^{(k)}(x_0) - (-1)^k f^{(k)}(x)] z_0^k + R.$$

Для вычисления коэффициентов  $\frac{(2n-k)!}{(2n)!} C_n^k$  воспользуемся рекуррентным соотношением

$$U_{k+1} = (n-k)/(2k-k) (k+1) U_k, \quad U_1 = 1/2; \quad k = 1, 2, \dots$$

Разложения такого типа с успехом могут быть использованы для получения рациональных приближений и вычисления некоторых элементарных и специальных функций [22, 38].

Примеры использования описанных выше методик для получения разложения в ряд невязок будут приведены в последующих подразделах.

### 14.3. Функциональные преобразования для получения разложений функций по невязкам

Выше отмечалось, что разложение функций по невязкам является основой для построения адаптивных методов и алгоритмов для широкого спектра применений. При получении таких методов и алгоритмов важное место занимают функциональные преобразования.

Французский математик О.Л. Коши впервые показал, что некоторые элементарные функции являются единственными непрерывными решениями функциональных уравнений вида

$$f(x+y) = f(x) + f(y); \quad f(xy) = f(x)f(y);$$

$$f(xy) = f(x) + f(y); \quad f(xy) = f(x)f(y); \quad D(f) = R.$$

В настоящем разделе эти результаты обобщены на случай функциональных уравнений, в которых в качестве независимого переменного используется невязка уравнения искомой функции, заданной в неявном виде.

Пусть функция  $y = f(x)$  задана в неявном виде:

$$F(x, y) = 0. \quad (14.6)$$

Рассмотрим невязку уравнения (14.6)

$$z_0 = F(x, y_0), \quad (14.7)$$

где  $y_0$  – приближение функции на заданном интервале  $[a, b]$  и  $\lim_{y_0 \rightarrow y} z_0 = 0$ . Вели-

чина погрешности невязки может быть оценена путем подстановки в выражение (14.6) величины  $y_0 = y(1 + \delta_0)$  либо  $y_0 = y + \Delta_0$ , где  $\delta_0, \Delta_0$  соответственно относительная и абсолютная погрешности величины  $y_0$ . Сформулируем три утверждения относительно обобщенных функциональных отношений, которые позволяют осуществлять разложение функций по невязкам [7, 49].

**Утверждение 14.1.** Элементарные функции  $(1+x)^n$ ,  $x^\alpha$ ,  $a^x$ ,  $\ln x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctg x$ ,  $Arthx$ ,  $Arshx$  и  $Archx$  удовлетворяют обобщенному функциональному уравнению:

$$f(x) = f(x_0) * \varphi(z_0),$$

где  $x_0 = f^{-1}(y_0)$  – функция, обратная  $y = f(x)$ ;

\* – знак некоторой арифметической операции;

$y_0$  – приближенное значение функции  $y = f(x)$  для  $x[a, b]$ .

Для функций  $(1+x)^n$ ,  $x^\alpha$ ,  $a^x$ ,  $\ln x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctg x$ ,  $Arthx$ ,  $Arshx$  и  $Archx$  функция  $\varphi(z_0)$  определяется на основе тождества  $\varphi(z_0) = f(z_0)$ , а для остальных функций справедливы тождества

$$\varphi(z_0) \equiv f((1 \pm z_0)^{\pm 1}), \quad z_0 = x / y_0^{1/\alpha} - 1, \quad \text{для } y = x^\alpha$$

$$\text{либо } z_0 = 1 - y^{1/\alpha} / x;$$

$$\varphi(z_0) \equiv f(z_0 / \ln a), \quad z_0 = (x - \log_a y_0) \ln a \quad \text{для } y = a^x;$$

$$\varphi(z_0) \equiv \begin{cases} f((1 \pm z_0)^{\pm 1}), \\ f((1 \pm z_0)/(1 \pm z_0)), \end{cases} \quad \text{для } y = \ln x;$$

$$z_0 = 1 - x / ey_0;$$

$$\text{либо } z_0 = ey_0 / x - 1 \quad \text{или} \quad z_0 = (x - ey_0)/(x + ey_0).$$

Для функций  $(1+x)^n$ ,  $x^\alpha$ ,  $a^x$ , знак \* означает операцию умножения, а для остальных функций – операцию сложения/вычитания. Эти и последующие ут-

верждения следуют непосредственно из разрешения неявной функции (невязки) относительно  $x$  и получения  $f(x) = f[F(y_0, z_0)]$ . Например, для функции  $y = (1+x)^n$  и невязки  $z_0 = (1+x)/y_0^{-1/n} - 1$ , получаем  $1+x = y_0^{-1/n}(1+z_0)$ . Откуда  $(1+x)^n = y_0(1+z_0)^n$ .

**Утверждение 14.2.** Элементарные функции  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $tgx$ ,  $shx$ ,  $chx$  и  $thx$  удовлетворяют следующим обобщенным функциональным уравнениям:

$$f_1(x) = f_1(x_0)f_2(z_0) - f_2(x_0)f_1(z_0) \text{ для } f1: z_0 = \arcsin y_0 - x;$$

$$f_2(x) = f_2(x_0)f_2(z_0) + f_1(x_0)f_1(z_0) \text{ для } f2: z_0 = \arccos y_0 - x,$$

где  $f_1(x) = \sin x$ ;  $f_2(x) = \cos x$ ;  $f_i(x_0)$  – приближенное значение  $\sin x$  при  $i = 1$  или  $\cos x$  при  $i = 2$  для  $x \in [a, b]$ ,

$$f(x) = \frac{f(x_0) \pm f(z_0)}{1 \pm f(x_0)f(z_0)}; \quad z_0 = (\arctg y_0 - x) \vee (x - \arctg y_0) \text{ для } f(x) = tgx,$$

где  $f(x_0) = y_0$  – приближенное значение функции  $y = tgx$  для  $x \in [a, b]$ ,

$$u_1(x) = u_1(x_0)u_2(z_0) - u_2(x_0)u_1(z_0) \text{ для } f1: z_0 = Arshy_0 - x;$$

$$u_2(x) = u_2(x_0)u_2(z_0) - u_1(x_0)u_1(z_0) \text{ для } f2: z_0 = Archy_0 - x,$$

где  $u_1(x) = shx$ ,  $u_2(x) = chx$ ,  $u_i(x_0)$  – приближенное значение функции  $u = shx$  при  $i = 1$ ,  $u = chx$  при  $i = 2$  для  $x \in [a, b]$ ,

$$f(x) = \frac{f(x_0) \pm f(z_0)}{1 \pm f(x_0)f(z_0)}; \quad z_0 = (Arthy_0 - x) \vee (x - Arthy_0) \text{ для } f(x) = thx,$$

где  $f(x_0) = y_0$  – приближенное значение функции  $y = thx$  для  $x \in [a, b]$ .

Например, для функции  $y = \sin x$  и невязки  $z_0 = \arcsin y_0 - x$  следует  $\sin x = \sin(\arcsin y_0 - z_0)$ . Учитывая, что  $\arcsin y_0 = x_0$  и  $y_0 = \sin x_0$ , можно записать:

$$\sin(\arcsin y_0 - z_0) = \sin x_0 \cos z_0 - \cos x_0 \sin z_0.$$

Аналогично, взяв  $z_0 = \arccos y_0 - x$ , можно записать:

$$\cos x = \cos(\arccos y_0 - z_0) = \cos x_0 \cos z_0 + \sin x_0 \sin z_0.$$

Приняв, что  $x_0$  для  $\sin x$  и  $\cos x$  одно и то же, приходим к системе уравнений, приведенной в утверждении 3.2.

**Утверждение 14.3.** Интегральные функции  $erf(x)$ ,  $Si(x)$ ,  $Li(x)$ ,  $\Gamma_x(p)$ ,  $B_x(p, g)$  др. удовлетворяют обобщенному функциональному уравнению:

$$y = f(f^{-1}(y_0) \pm z_0) = y_0 \pm f(z_0),$$

где  $z_0 = x - f^{-1}(y_0) = x - x_0$  либо  $z_0 = f(y_0) - x = x_0 - x$ ,  $y_0 = f(x_0)$  – приближенное значение функции на заданном интервале, а функции, им обратные, удовлетворяют уравнению

$$y = f^{-1}[f(y_0) \pm z_0] = y_0 \pm f^{-1}(z_0),$$

где  $z_0 = x - f(y_0) = x - x_0$  либо  $z_0 = f(y_0) - x = x_0 - x$ ,  $y_0 = f^{-1}(x_0)$  – приближенное значение функции  $f^{-1}(x)$  на заданном интервале. При этом

$$y = \int_0^x \varphi(t) dt = y_0 + \int_0^{z_0} \varphi(u) du.$$

Последнее равенство получается на основе замены переменных. Так, положив  $u = t - x_0$ , получим по формуле Ньютона-Лейбница

$$y = \int_0^x \varphi(t) dt = \int_{-x_0}^0 \varphi(u) du + \int_0^{z_0} \varphi(u) du = y_0 + \int_0^{z_0} \varphi(u) du.$$

Например, для функции  $y = erf(x)$ , положив  $z_0 = inverf(y_0) - x = x - x_0$ , можно записать

$$erf(x) = erf(inverf(y_0) - z_0) = erf(x_0 - z_0) = y_0 \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x_0^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{H_k(x_0)}{(k+1)!} z_0^{k+1},$$

где  $H_k(x)$  – многочлены Эрмита.

Положив  $z_0 = erf(y_0) - x = x - x_0$ , получим

$$y = \operatorname{inverf}(x) = \operatorname{inverf}(\operatorname{erf}(y_0) - z_0) = \frac{e^{y_0^2}}{(2/\sqrt{\pi})H_0(y_0)}z_0 + \frac{e^{2y_0^2}H_1(y_0)}{2!(2/\sqrt{\pi})^2H_0^3(y_0)}z_0^2 - \\ - \frac{e^{3y_0^2}[3H_1^2(y_0) - H_1(y_0)H_2(y_0)]}{3!(e/\sqrt{\pi})^3H_0^5(y_0)}z_0^3 + \dots$$

Аналогичные разложения могут быть получены и для других функций. Большой выбор такого типа разложений для широкой номенклатуры элементарных и специальных функций по невязкам приведен в работах [6, 7].

На основе приведенных функциональных преобразований, разложив функции  $\varphi(z_0)$  в одноточечный или многоточечный ряд Тейлора, получаем разложение функции в ряд по невязкам. Эти ряды представляют собой базовые последовательности итерационных формул, которые являются оптимальными по Траубу [1].

Приведем пример получения разложения в ряд невязок на основе функциональных преобразований. Большое количество разложений функций в ряд невязок для большинства элементарных и некоторых специальных функций приведено в справочнике [7].

Пример. Рассмотрим функцию  $y = \operatorname{arctg} x$  с невязкой  $z_0 = (tgy_0 - x)/(1 + xtgy_0)$

$$y = y_0 - \operatorname{arctg} z_0 = y_0 - \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{z_0^{2k+1}}{2k+1}, \quad |z_0| < 1.$$

Для оценки погрешности отрезка ряда Тейлора, подставив выражение  $y_0 = y + \Delta_0$ , где  $\Delta_0$  – абсолютная погрешность величины  $y_0$ , в выражение  $z_0$ , получим  $z_0 = \Delta_0 + O(\Delta_0^2)$ .

При  $x \in [a, b]$  и  $y_0$ , достаточно близком к  $y$ , значение невязки будет достаточно мало. Условием сходимости разложения ряда невязок к искомой функции является аналитичность функции в некоторой окрестности точки  $x_0$  (соответствующей значению  $y_0$ ) и  $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$ , где  $R_n$  – остаточный член ряда.

В этом случае разложение в ряд Тейлора-Маклорена по невязкам  $z_0$  может оказаться весьма эффективным для различных приложений, о которых говорилось выше.

## 14.4. Вычисление обратных функций

При вычислении обратных функций обычно берут структуру невязки в виде  $z = \varphi(x, \text{inv}y) = 0$ . Тогда  $\text{inv}y = \varphi(x, z)$ . В этом случае  $y = f(\text{inv}y) = f(\varphi(x, y)) = f(\varphi(x_0, z_0))$ , где  $z_0 = \varphi(x, \text{inv}y_0)$ , так как  $f(\varphi(x, z)) = f(\varphi(x, \varphi(x, \text{inv}y))) = f(\varphi(x_0, \varphi(x, \text{inv}y_0)))$ .

При этом необходимо учесть, что  $\text{inv}y = x$ ,  $x_0 = \text{inv}y_0$ .

Так, например, для функции  $y = e^x$ , взяв невязку  $z_0 = \ln y - x_0$ , получим  $\ln y = e^{x_0 + z_0}$  и окончательно  $y = e^{x_0} e^{z_0} = y_0 \ln z_0$ .

### 14.4.1. Вычисление обратных функций на основе обращения ряда невязок

Для получения разложения обратной функции по невязкам может быть использован метод обращения ряда невязок [7].

Если функция задана в виде  $y = y_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k z_0^k$ , где  $z_0 = x - \text{inv}f(y_0)$ , то  $\text{inv}f(y_0)$

– функция, обратная функции  $y = f(x)$ . Этот ряд можно записать в виде

$$y - y_0 = \sum_{k=1}^{\infty} a_k z_0^k,$$

который легко обратить.

В результате обращения ряда невязок получим

$$z_0 = \sum_{k=1}^{\infty} b_k (y - y_0)^k,$$

где  $b_1 = 1/\alpha_1$ ;  $b_2 = -\alpha_3/\alpha_1$ ;  $b_3 = (2\alpha_2^2 - \alpha_1\alpha_3)/\alpha_1^5, \dots$ .

Отсюда  $x = \text{inv}f(y_0) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k (y - y_0)^k$ .

Иногда удобнее применять вместо величины  $\text{inv}f(y_0)$  соответствующую ей величину  $x_0$ .

Рассмотрим более сложный случай, когда ряд невязок имеет вид

$$y = y_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k z_0^k,$$

$$z_0 = x - \text{inv}f(y_0).$$

Из выражения  $(y - y_0)/y_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k z_0^k$  путем обращения ряда в правой части равенства получим формулу для обращения ряда невязок в виде

$$x = \text{invf}(y_0) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left[ \frac{y - y_0}{y_0} \right]^k,$$

где коэффициенты  $b_k$  такие же, как и в предыдущем случае.

Рассмотрим общий случай. Пусть  $z_0 = \varphi(y_0, x)$  и  $\lim_{y_0 \rightarrow y} z_0 = 0$ ,  $y = \varphi(y_0) \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(y_0) z_0^k$ .

В этом случае имеем выражение

$$\frac{y - \alpha_0(y_0)\varphi(y_0)}{\varphi(y_0)} = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(y_0) z_0^k \quad (14.8)$$

Величина  $x_0 = \frac{y - \alpha_0(y_0)\varphi(y_0)}{\varphi(y_0)}$  является невязкой для функции  $x = \text{invf}(y)$  и

$$\lim_{x_0 \rightarrow x} v_0 = 0. \text{ Это соответствует } \lim_{\text{invf}(y_0) \rightarrow 0} v_0 = 0.$$

Обратив ряд, стоящий в правой части равенства (14.8), получим  $z_0 = \sum_{k=1}^{\infty} b_k v_0^k$ . Если  $z_0$  выбирать так, чтобы можно было выразить  $x$  в явном виде, то из выражения невязки можно получить функциональную зависимость  $x = \mu(y_0, z_0)$ , где в качестве  $z_0$  используется обращенный ряд, т.е.  $x = \mu(y_0, v_0)$ .

В некоторых случаях путем обращения ряда невязок могут быть получены сложные конструкции разложений, чем степенной ряд, например, дробно-рациональные приближения. Приведем пример, иллюстрирующий описанную методику.

Пример. Пусть задано разложение в ряд невязок

$$y = \text{arctgx} = y_0 - \text{arctgz}_0 = y_0 - \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{z_0^{2k+1}}{2k+1},$$

где  $z_0 = (tgy_0 - x)/(1 + xtgy_0)$ ,

$$\text{тогда } x = \left( tgy_0 - \sum_{k=1}^{\infty} b_k (y - y_0) \right) / \left( 1 + tgy_0 \sum_{k=1}^{\infty} b_k (y - y_0)^k \right).$$

#### 14.5. Разложения функций в ряды невязок по многочленам Чебышева

Известно, что разложение функций по многочленам Чебышева на промежутке  $[-1, 1]$  дает значительный выигрыш в скорости сходимости по сравнению с разложением в ряд Тейлора. Так, для функций  $\ln(1+x)$  и  $\arctg x$  выигрыш составляет соответственно  $2(3-\sqrt{2})^k$  и  $2(-\sqrt{2}-1)^{2k-1}$  [12, 13], где  $k$  – степень многочлена. Помимо этого, такие разложения обладают большой устойчивостью к ошибкам округления.

Если максимальная погрешность  $E_n(f)$  наилучшего равномерного приближения многочленом непрерывной функции  $f(x)$  удовлетворяет условию  $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln n E_n(f) < \infty$ , то функция  $f(x)$  разлагается в равномерно сходящийся ряд по многочленам Чебышева. В общем случае, если невязка  $z_0$  задана на промежутке  $[\alpha, \beta]$ , то с помощью линейной замены  $z_0 = (\beta + \alpha)/2 + u(\beta - \alpha)/2$  можно перейти от промежутка  $[\alpha, \beta]$  к промежутку  $[-1, 1]$ , на котором можно разложить функцию  $f(x) = f_1(y_0, u)$  в ряд невязок по многочленам Чебышева.

Для получения разложения функции  $f_1(y_0, u)$  в ряд по многочленам Чебышева  $T_n(u)$  при  $u \in [-1, 1]$  можно использовать разложение функции  $f_1(y_0, u)$  в ряд Фурье. Для этого функция  $\alpha(\cos \varphi)$  представляется в виде ряда Фурье, т.е.

$$f(x) = \alpha_1(y_0) * \alpha(u) = \alpha_1(y_0) * \sum_{k=0}^m b_k T_k(u), \quad u \in [-1, 1],$$

где  $*$  – знак арифметической операции,

$$b_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\alpha(u)}{\sqrt{1-u^2}} du = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \alpha(\cos \varphi) d\varphi;$$

$$b_k = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\alpha(u) T_k(u)}{\sqrt{1-u^2}} du = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \alpha(\cos \varphi) \cos(k\varphi) d\varphi, \quad k = \overline{1, m}$$

или с коэффициентами

$$b_0 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m f[u_k^{(m)}];$$

$$b_1 = \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m f[u_k^{(m)}] \cos \left[ \frac{(2k-1)k\pi}{m} \right],$$

где  $u_k^{(m)} = \cos \left[ \frac{(2k-1)k\pi}{2m} \right]$ ,  $k = \overline{1, m}$  – нули многочлена Чебышева  $T_m(u)$ .

Рассмотрим функцию  $y = f(x)$ , где  $x \in [a, b]$ . Если эту функцию представить в виде  $y = f(x_0, z_0)$ , где  $z_0 \in [-\beta, \beta]$  при соответственно выбранном  $y_0$ , и разложить по многочленам Чебышева, то, используя разложение из [14], получим, например, для  $y = \sin x$

$$\sin x = y_0 \cos z_0 - \sin z_0 \sqrt{1 - y_0^2} = y_0 \left[ J_0(\beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(\beta) \right] T_{2n}(u) -$$

$$- 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(\beta) T_{2n-1}(u) \sqrt{1 - y^2},$$

где  $z_0 = \arcsin y_0 - x$ .

Используя приведенные выше функциональные преобразования и базовые методы, изложенные в работах [12–14], можно получить разложения функций по невязкам по многочленам Чебышева.

При разложении функции  $\varphi(u)$  по многочленам Чебышева, т.е.

$$\varphi(u) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k T_u, \quad (14.9)$$

величина  $\sum_{k=0}^n |b_k|$ , как отмечается в работе [15], растет не быстрее, чем  $\sqrt{n}$ . В случае, если производить расчеты на ЭВМ с плавающей точкой и мантиссой, имеющей  $t$  разрядов, то погрешность приближения (14.9) имеет значение [15]:

$$\Delta = 2^{-t} \sum_{k=0}^n |b_k| = O(\sqrt{n} 2^{-t}).$$

Разложение функций в ряды невязок с использованием многочленов Чебышева может быть осуществлено на основе известных разложений функций по невязкам, являющихся обобщенным разложением ряда Тейлора. В этом случае, как и в предыдущем, сделав соответствующие замены, переходим от  $z_0 \in [-\beta, \beta]$  к переменной  $u = z_0 / \beta$ , обеспечив принадлежность переменной  $u$  к сегменту  $[-1, 1]$ .

Для получения искомого разложения, заменяем в исходном ряде невязок степени  $z_0$  на многочлены Чебышева  $T_n(u)$ .

При этом учитываем, что  $1 = T_0(u)$ ,  $z_0 = \beta T_1(u)$ ,  $z_0^2 = \beta^2$ ,  $u^2 = \frac{1}{2} \beta^2 [T_0(u) + T_2(u)]$ ,  $z_0^3 = \beta^3 u^3 = \frac{1}{2} \beta^3 [3T_1(u) + T_3(u)]$  и т.д.

$$\text{Пример. } e^x = e^{z_0} \cdot e^{\ln y_0} = y_0 \sum_{k=0}^{\infty} z_0^k / k!,$$

где  $z_0 = x - \ln y_0 = x - x_0$ .

Тогда, оставив в этом разложении три члена, можно записать:

$$e^x = y_0 (T_0(u) + \beta T_1(u) + \frac{1}{2!} - \frac{1}{2} \beta^2 [T_0(u) + T_2(u)] + \frac{1}{3!} \frac{1}{4} \beta^3 [3T_1(u) + T_3(u)] = y_0 + \\ + [1 + \beta^2 / 4 T_0(u) + (\beta + \beta^3 / 8) T_1(u) + \beta^2 / 4 T_2(u) + \beta^2 / 8 T_3(u)]$$

Аналогично вышеизложенному можно получить разложения функций по невязкам с использованием многочленов Чебышева второго рода  $U_n(x)$ .

Еще один способ получения коэффициентов  $b_k$  разложения функции  $f(X)$  по многочленам Чебышева  $T_k(u)$  может быть основан на связи этих коэффициентов с коэффициентами разложения Тейлора-Маклорена функции  $\varphi(u)$  [15]

$$b_k = \frac{1}{2} \left[ \frac{\varphi^{(k)}(0)}{k!} + \frac{\varphi^{(k+2)}(0)}{1!(k+2)!} + \frac{\varphi^{(k+4)}(0)}{2!(k+4)!} + \dots \right].$$

Для больших  $k$  коэффициент  $b_k = \frac{1}{2} \varphi^{(k)}(0) / k!$ .

Воспользовавшись связью полиномов Чебышева первого и второго рода

$$U_n(x) = C_n \frac{d}{dx} T_{n+1}(x),$$

где  $C_n$  – константа, зависящая от  $n$ , и, учтя функциональные зависимости между искомой функцией и невязкой, можно получить разложения по многочленам  $U_n(x)$ .

Так, для функции  $y = \sin x$  имеем

$$\sin x = y_0 \cos z_0 - \sin z_0 \sqrt{1 - y_0^2} = y_0 \frac{2}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 2n J_{2n}(\beta) U_{2n-1}(u) - \\ - \sqrt{1 - y_0^2} \frac{2}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 2n J_{2n}(\beta) U_{2n-1}(u),$$

где  $z_0 = \arcsin y_0 - x = x_0 - x$ ,  $u = z_0 / \beta$ .

Аналогично для функции  $y = e^x$  имеем

$$e^x = y_0 e^{z_0} = y_0 \left[ \frac{2}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} n I_n(\beta) U_{n-1}(z_0) \right],$$

где  $z_0 = x - \ln y_0 = x - x_0$ .

Для оценки точности приближения  $\sum_{k=0}^m b_k T_k(u)$  к функции  $\varphi(u)$  можно воспользоваться неравенством [7, 13]

$$E_m(\varphi) \leq \left\| \varphi(u) - \sum_{k=0}^m b_k T_k(u) \right\| \leq \sum_{k=m+1}^{\infty} |b_k|,$$

где  $E_m(\varphi)$  – максимальная погрешность наилучшего приближения функции  $\varphi(u)$  на отрезке  $[-1, 1]$ ,  $\| \cdot \|$  – норма погрешности.

#### 14.6. Методы получения дробно-рациональных разложений функций по невязкам

Для приближения табличных и аналитически заданных функций наряду с многочленными широко используются и дробно-рациональные приближения, являющиеся отношением двух многочленов

$$R_{k,r} = \sum_{i=0}^k a_i x_i / \sum_{i=0}^r b_i x_i.$$

Выражения, по которым вычисляются в настоящее время специальные функции на ЭВМ, – это в основном дробно-рациональные приближения. Это объясняется, прежде всего, тем, что общее количество операций для достижения заданной точности при рациональном приближении обычно меньше, чем при многочленном [7, 12]. Так, сравнение приближений многочленами  $xP_n(x^2)$  и рациональными функциями  $xP_k(x^2)/P_r(x^2)$  функции  $\arctg x$ ,  $x \in \left[0, \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}\right]$  для  $n = 10$  и  $k = 5$ ,  $r = 5$  дает  $-\lg \Delta_k = 9,43$ ,  $-\lg \Delta_{k,r} = 14,51$ , где  $\Delta_n$  – абсолютная погрешность при приближении функции многочленом  $P_n(x)$ ,  $\Delta_{k,r}$  – абсолютная погрешность при приближении функции дробно-рациональной функцией  $R_{k,r}(x)$ .

Однако при использовании дробно-рациональных приближений появляется операция деления, что не для всех ЭВМ является удобным. В тех случаях, когда скорость выполнения операции деления близка к скорости умножения, эффективность использования рациональной аппроксимации возрастает. Именно это имеется в современных вычислительных средствах.

В ряде случаев, когда времена выполнения операций деления и умножения достаточно близки, целесообразно переходить от дробно-рационального приближения к вычислению соответствующей цепной дроби, так как общее количество операций при вычислении цепной дроби меньше, чем при прямом вычислении  $R_{k,r}(x)$ , и увеличивается интервал сходимости разложения.

Помимо этого, дробно-рациональные приближения позволяют аппроксимировать более широкий класс функций, чем многочленные.

Существование, единственность и характеристические свойства наилучшего взвешенного рационального приближения к непрерывной на промежутке  $[\alpha, \beta]$  функции устанавливает теорема Чебышева [6, 18].

#### 14.6.1. Обобщенный метод Паде

Одним из методов получения дробно-рациональных приближений является Паде аппроксимация [ ]. В качестве исходного степенного ряда возьмем отрезок разложения в ряд невязок и используем базовый метод Паде [6, 17]. В тех случаях, когда исходный ряд невязок задается в виде

$$y = y_0 \sum_{i=0}^{\infty} c_i z_0^i \quad (14.10)$$

либо

$$y = y_0 + \sum_{i=0}^{\infty} c_i z_0^i \quad (14.11)$$

то дробно-рациональное приближение может быть получено в виде

$$R_{k,r} = y_0 \frac{a_0 + a_1 z_0 + \dots + a_k z_0^k}{1 + b_1 z_0 + \dots + b_r z_0^r}, \quad k, \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

для (14.10). При этом коэффициенты  $a_k$ ,  $b_r$  определяются на основе тождества

$$(c_0 z_0 + c_1 z_0 + \dots + c_k z_0^k) (1 + b_1 z_0 + \dots + b_r z_0^r) \equiv a_0 + a_1 z_0 + \dots + a_k z_0^k.$$

Для случая (14.11)

$$R_{k,r} = y_0 + \frac{a_0 + a_1 z_0 + \dots + a_k z_0^k}{1 + b_1 z_0 + \dots + b_r z_0^r}; \quad k, r = 0, 1, 2, \dots,$$

где коэффициенты определяются из тождества

$$(y_0 + c_1 z_0 + c_2 z_0^2 + \dots + c_k z_0^k)(1 + b_1 z_0 + \dots + b_r z_0^r) \equiv a_0 + a_1 z_0 + \dots + a_k z_0^k$$

Из приведенных тождеств получаем  $k+r+1$  линейных уравнений с  $k+r+1$  неизвестными (коэффициенты  $a_i$  и  $b_i$ ).

При  $r=0$  функция  $R_{k_0}$  дает исходный отрезок ряда невязок.

Система  $k+r+1$  линейных уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} a_0 &= c_0 b_0; \\ a_1 &= c_1 b_0 + c_0 b_1; \\ &\dots\dots\dots \\ a_k &= c_k b_0 + c_{k-1} b_r + \dots + c_{k-r} b_r; \\ c_{k+r} b_0 + c_k b_1 + \dots + c_{k-r+1} b_r &= 0; \\ &\dots\dots\dots \\ c_{k+r} b_0 + c_{k+r-1} b_1 + \dots + c_k b_r &= 0 \end{aligned}$$

Ошибку ограничения при использовании метода Паде можно оценить, если вычислить погрешность, вносимую за счет неиспользования коэффициента  $a_{k+1}$ . Для этого составляют выражение  $a_{k+1}$  через  $b_i$  и  $c_i$ , умножают его на  $z_0^{k+1}$  и делят на полученный ранее знаменатель.

Рассмотрим пример применения метода Паде для функции  $y = \sqrt{x}$ .  
 Пример. Взяв три члена ряда невязок [7] для функции  $y = \sqrt{x}$ ,

$$y = y_0 \left[ 1 + \frac{z_0}{2} - \frac{z_0^2}{8} + \frac{z_0^3}{16} - \frac{15}{16 \cdot 24} z_0^4 + \dots \right],$$

где  $z_0 = x/y_0^2 - 1$ , можно записать

$$\left[ 1 + \frac{z_0}{2} - \frac{z_0^2}{8} \right]^2 (1 + b_1 z_0) = a_0 + a_1 z_0.$$

Тогда

$$R_{1,1} = y_0 \frac{1 + \frac{3}{4} z_0}{1 + \frac{1}{4} z_0} = y_0 \frac{y_0^2 + 3x}{3y_0 + x},$$

т.е. получаем известный метод Доморяда [5].

#### 14.6.2. Дробно-рациональные приближения, основанные на двухточечной формуле Тейлора

Для получения дробно-рациональных приближений может быть использовано разложение в ряд невязок, основанное на двухточечной формуле (см. 14.2).

Рассмотрим примеры.

1) Пусть  $y = f(x) = e^x$ .

Положив  $z_0 = x - \ln y_0$  для  $n = 4$  можно записать [19]:

$$e^x = y_0 + \frac{1}{2} y_0 z_0 + \frac{3}{28} y_0 z_0^2 + \frac{1}{84} y_0 z_0^3 + \frac{1}{1680} y_0 z_0^4 + e^x \left[ \frac{1}{2} z_0 - \frac{3}{28} z_0^2 + \frac{1}{84} z_0^3 - \frac{1}{1680} z_0^4 \right],$$

откуда

$$e^x = y_0 \frac{1 + \frac{1}{2} z_0 + \frac{3}{28} z_0^2 + \frac{1}{84} z_0^3 + \frac{1}{1680} z_0^4}{1 - \frac{1}{2} z_0 + \frac{3}{28} z_0^2 - \frac{1}{84} z_0^3 + \frac{1}{1680} z_0^4}.$$

При  $y_0 = 1$  получаем известную формулу [20]. Формулу нетрудно записать для общего случая:

$$e^x = y_0 \frac{\sum_{r=0}^m \frac{c_m^r z_0^r}{c_{m+k}^r r!}}{\sum_{r=0}^k (-1)^r \frac{c_k^r z_0^r}{c_{m+k}^r r!}};$$

2) Пусть  $y = \ln x$ . Учтя, что производная  $k$ -го порядка  $(\ln x)^{(k)} = (-1)^{k-1} (k-1)! (1/x^k)$ , и положив  $z_0 = x - e^{y_0}$ , можно записать [5, 21]:

$$\ln x = y_0 + \sum_{k=1}^n \frac{(2n-k)!}{(2n)!} C_n^k [(-1)^{k-1} (k-1)! (1/x^k)] - [(-1)^{2k-1} (k-1)! (1/x^k)] z_0^k + R,$$

где  $R_n$  – остаточный член двухточечной формулы.

3) Пусть  $y = x^{\alpha+1}$ . Положив  $z_0 = x - y^{1/(1+\alpha)}$ , можно записать

$$x^{\alpha+1} = y_2 + \frac{1}{2} [y_0^{1/(1+\alpha)}](\alpha+1) + (\alpha+1)x^\alpha z_0 = y_0 + \frac{\alpha+1}{2} z_0 y_0^{\alpha/(a+1)} + \frac{\alpha+1}{2} x^\alpha z_0,$$

откуда

$$x^\alpha = y_0 \frac{2 + (\alpha+1)y_0^{-1/(\alpha+1)} z_0}{2x - (\alpha+1)z_0}.$$

Учитывая, что  $y_0 = x_0^{\alpha+1}$  и  $u = x^\alpha$ , можно записать  $u_0 = y_0^{\alpha/(\alpha+1)}$ , тогда

$$x^\alpha = u_0 \frac{(\alpha+1)x - (\alpha-1)u_0^{1/d}}{(\alpha+1)u_0^{1/\alpha} - (\alpha-1)x}.$$

При  $\alpha = 1/3$  из этой формулы может быть получена известная формула [5] для

вычисления  $\sqrt[3]{x}$  с погрешностью  $\delta \leq \frac{2|\delta_0|^3}{3}$ , а при  $\alpha = 1/2$  и  $\alpha = 1/7$  получаем

другие известные формулы [1].

### 14.6.3. Приближение цепными дробями

При вычислении функций на ЭВМ часто используют их приближение в виде цепных дробей [16]. С помощью цепных дробей можно вычислять значения многих функций, для которых разложение в степенной ряд сходится недостаточно быстро или даже расходится. Помимо этого, аппроксимация функций в виде цепных дробей может быть использована как источник получения дробно-рациональных приближений и как средство уменьшения количества опера-

ций при счете на ЭВМ. При определенных условиях использование аппарата цепных дробей способствует уменьшению накопления погрешностей округления [22]. В частности, для цепной дроби с единичными частными числителями и положительными частными знаменателями относительная погрешность ее значения асимптотически (с точностью до бесконечно малых первого порядка) не превышает максимальной из относительных погрешностей ее компонентов независимо от числа звеньев дроби.

При практическом использовании методов вычисления  $n$ -й подходящей дроби необходимо учитывать некоторые их особенности. Так, например, при вычислении цепных дробей на ЭВМ в режиме плавающей запятой погрешности округления могут накапливаться быстрее, чем при счете дробно-рациональной функции [16].

Покажем использование метода невязок для ускорения сходимости цепных дробей. Пусть функция  $y = f(x)$  аппроксимирована цепной дробью, и эта аппроксимация является наилучшей в окрестности некоторой точки  $d \in [a, b]$ . Необходимо найти способ замены аргумента  $x$  невязкой уравнения  $F([x, y]) = 0$ , где  $y$  – искомая функция,  $y_0$  – приближенное значение функции  $y = f(x)$  на  $[a, b]$ . Такая замена при соответствующем выборе  $y_0 = f(x)$  обеспечивает ускорение сходимости подходящей дроби  $P_n/Q_n$  к функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ . При этом можно воспользоваться функциональными соотношениями, приведенными выше.

Пример. Используя разложение для функции  $(1+x)^k$  в цепную дробь [21, 23]

$$(1+x)^k = \frac{1}{1 - \frac{kx}{1 + \frac{(1+k)x}{2 + \frac{(1-k)x}{3 + \frac{(m+k)x}{2 + \frac{(m-k)x}{2m+1} + \dots}}}}}$$

и учитывая, что  $\sqrt[n]{x} = y_0(z_0 + 1)^{1/n}$ , получим разложение [7, 24]

$$\sqrt[n]{x} = \frac{y_0}{1 - \frac{z_0}{n + \frac{(n+1)z_0}{2n + \frac{(n-1)z_0}{3n + \frac{(mn+1)z_0}{2n + \frac{(mn-1)z_0}{(2m+1)n} + \dots}}}}}$$

где  $z_0 = x/y_0^n - 1$ ,  $y_0$  – начальное приближение функции  $\sqrt[n]{x}$ .

Большое количество примеров разложений функций по невязкам в цепные дроби и дробно-рациональные приближения приведено в работах автора [5 – 7, 24, 26]. Взяв в качестве  $y_0$  наилучшее постоянное приближение функции  $y = \sqrt[n]{x}$  на заданном отрезке  $[a, b]$ , согласно [7], получим  $y_0 = 2mM/(m+M)$ , где  $m = \min \sqrt[n]{x}$ ,  $x \in [a, b]$ ;  $M = \max \sqrt[n]{x}$ ,  $x \in [a, b]$ .

Для отрезка  $[a, b]$ , где  $f''(x) \neq 0$ ,  $y_0 = 2\sqrt[n]{a,b} + \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ . При этом  $|\delta_0| \leq (1 - y_0 \sqrt[n]{b})$ .

Рассмотрим метод непосредственного получения разложения функции  $y = f(x)$  в ряд невязок [7, 24]. Пусть задана невязка функции  $y = f(x)$  в виде  $z_0 = x - f^{-1}(y_0)$ , где  $y_0$  – начальное приближение функции  $y = f(x)$  для  $x \in [a, b]$ ;  $f^{-1}(y_0)$  – функция, обратная к функции  $y_0 = f(x_0)$ . В этом случае справедливо равенство

$$f(x) = f(f^{-1}(y_0) + z_0) \quad (14.12)$$

Разложив выражение (14.12) в соответствующую цепную дробь по формуле Тиле [23], являющуюся аналогом разложения функции в ряд Тейлора, получим

$$f(x) = f(f^{-1}(y_0) + z_0) = y_0 + \frac{z_0}{rf(f^{-1}(y_0))} + \frac{z_0}{2rf(f^{-1}(y_0))} + \dots + \frac{z_0}{nr_{n-1}rf(f^{-1}(y_0))} + \dots,$$

где  $r_n f(x)$  – обратные производные  $n$ -го порядка от функции  $f(x)$ , которые могут быть вычислены на основе рекуррентных формул:

$$r_n f(x) = r_{n-2} f(x) + nr_{n-1} f(x), \quad n \geq 2,$$

$$rf(x) = 1/f'(x), \quad r_2 f(x) = f(x) + 2rr_1 f(x).$$

Обратные производные и коэффициенты при них могут быть вычислены из соотношений [7]:

$$d_{2k}(x) = \frac{2k}{d'_{2k-1}(x) + d'_{2k-3}(x) + \dots + d'_1(x)};$$

$$d_{2k+1}(x) = \frac{2k+1}{d'_{2k}(x) + d'_{2k-2}(x) + d'_{2k-4}(x) \dots + d'_0(x)};$$

$$d_0 = f(x), \quad d_1 = 1/d_0 = 1/f'(x), \quad d_2 = 2/d'_1, \quad d_3 = 3/(d'_2 + d'_0), \quad d_4 = 4/(d'_3 + d'_1), \dots$$

Разложение функции в цепную дробь по невязкам с помощью формулы Тиле (аналога формулы Тейлора) не ограничивается приведенной выше простой структурой невязки. Приняв во внимание, что при выборе невязки мы стремились не только к тому, чтобы при замене  $y_0$  на  $y$ , невязка  $z_0 \equiv 0$ , но и к достаточной простоте структуры невязки, то для многих элементарных и некоторых специальных функций в результате получаем искомую функцию в виде суперпозиции функции  $\varphi(y_0)$  и  $\psi(z_0)$ . Поэтому даже для более сложной структуры невязки имеется возможность разложить функцию  $\psi(z_0)$  в цепную дробь

по невязкам либо непосредственно с помощью формулы Тиле, либо с помощью другого известного разложения.

Используя базовые методы, описанные в работах [21, 23, 27], можно получить разложение функции в цепную дробь по невязкам.

Пример. Для функции  $y = \sqrt{x}$  имеем [7, 26]

$$y = y_0 + \frac{z_0}{2y_0} + \frac{z_0}{2y_0} + \dots + \frac{z_0}{2y_0} + \dots,$$

где  $z_0 = x - y_0^2$ ,  $y_0$  – приближенное значение функции  $\sqrt{x}$ .

Подходящие дроби этой цепной дроби соответствуют формулам, полученным по методу Доморяда [7].

Рассмотрим получение разложений в цепную дробь по невязкам на основе матричных преобразований. Разложение в ряд невязок может быть преобразовано в цепную дробь с помощью матричных преобразований [21, 27]. Пусть

$$f[x] = y_0 * \sum_{n=0}^{\infty} c_n z_0^n.$$

Тогда на основе матричных преобразований [21, 27] можно получить цепную дробь общего вида

$$f[x] = y_0 * \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2 z_0}{b_2} + \frac{a_3 z_0}{b_3} + \dots + \frac{a_{2n} z_0}{b_{2n}} + \frac{a_{2n+1} z_0}{b_{2n+1}} + \dots,$$

где  $a_1 = c_0$ ,  $b_1 = 1$ ,  $a_{2n} = -\varphi_{n-2}^2 \varphi_{n-1} \varphi_n$ ,  $b_{2n} = \varphi_{n-1} \varphi_{n-1}$ ,  $a_{2n+1} = -\varphi_{n-2}^2 \varphi_n \varphi_{n-1}^2$ ,  $b_{2n+1} = \varphi_{n-1} \varphi_n$ ,  $a_{-1} = 1$ ,  $\varphi_0 = 1$ ,

$$\varphi_n = \begin{vmatrix} c_0 c_1 \dots & c_n \\ c_1 c_2 \dots & c_{n+1} \\ \dots & \dots \\ c_n c_{n+1} \dots & c_{2n} \end{vmatrix}, \quad \varphi_n = \begin{vmatrix} c_1 c_2 \dots & c_n \\ c_2 c_3 \dots & c_{n+1} \\ \dots & \dots \\ c_n c_{n+1} \dots & c_{2n-1} \end{vmatrix}.$$

Для цепной дроби вида

$$f[x] = y_0 * \left[ b_0 + \frac{a_1 z_0}{b_1} + \frac{a_2 z_0}{b_2} + \dots + \frac{a_{2n} z_0}{b_{2n}} + \frac{a_{2n+1} z_0}{b_{2n+1}} \right]$$

преобразования ряда невязок имеют вид

$$\varphi_n = \begin{vmatrix} c_1 c_2 \dots & c_n \\ c_2 c_3 \dots & c_{n+1} \\ \dots & \dots \\ c_n c_{n+1} \dots & c_{2n-1} \end{vmatrix}, \quad \varphi_n = \begin{vmatrix} c_1 c_2 \dots & c_n \\ c_2 c_3 \dots & c_{n+1} \\ \dots & \dots \\ c_n c_{n+1} \dots & c_{2n-1} \end{vmatrix}.$$

Аналогично могут быть получены разложения в цепную дробь Стилтеса, Эйлера и другие [7].

#### 14.7. Методы экономизации разложений функций по невязкам

В этом разделе рассмотрим методы экономизации Ланцоша и Мели [20, 21], позволяющие существенно улучшить сходимость разложений по невязкам на заданном интервале сходимости. При этом используем базовые последовательности итерационных формул, основанных на разложениях в ряд невязок, обобщенные цепные дроби и дробно-рациональные разложения функций по невязкам, получаемых на основе обобщенной аппроксимации Паде и т.д.

Эти методы тесно примыкают к методам получения наилучших приближений функций по невязкам в смысле равномерной нормы погрешности (минимаксные приближения) среднеквадратичной нормы погрешности.

##### 14.7.1. Экономизация разложений в ряд невязок и дробно-рациональных разложений по невязкам

Предлагаемые методы используют метод экономизации Ланцоша для разложений функций по невязкам. В случае дробно-рациональных разложений по невязкам отдельно проводится экономизация метода Ланцоша для числителя  $P_n(z_0)$  и знаменателя  $Q_m(z_0)$ . При этом методы экономизации используют интервал изменения аргумента  $[-1, 1]$ .

Пусть  $z_0 \in [-\beta, \beta]$ , тогда, сделав замену  $u = z_0 / \beta$ , получим  $u \in [-1, 1]$ , а  $z_0 = u\beta$ .

Первый шаг экономизации состоит в том, что переменную  $u^n$  заменяем следующим образом:

$$u^n = m \sum_{k=1}^{[m/2]} (-1)^{k+1} \frac{(n-k-1)!}{2^{2k} k! (n-2k)!} u^{n-2k}.$$

Это выражение получается из равенства  $T_m(u) = 0$ , где  $T_m(u)$  – многочлен Чебышева первого рода. Подставляя это значение в исходный многочлен  $P_n(u)$ , получим новый многочлен  $P_{n-1}(u)$  степени  $n-1$ . При этом  $|P_n(u) - P_{n-1}(u)| \leq |a_n| 2^{1-n}$ , где  $a_n$  – коэффициент, стоящий при  $u^n$  в исходном разложении функции в ряд

невязок. Далее этот процесс может быть продолжен, заменяя  $u^{n-1}$  с помощью многочлена  $T_{n-1}(u)$ , и т.д.

Более сильный результат получается, если вместо  $\tau$ -метода Ланцоша использовать аппроксимационный метод Дзядыка [7, 17]. Для дробно-рациональных разложений по невязкам исходные многочлены  $P_n$ ,  $Q_m$  можно преобразовать к виду

$$\sum_{k=0}^{\tau} b_k T_k[u], \quad u \in [-1, 1], \quad \tau = n \vee m$$

путем замен

$$u^{2k} = \frac{1}{2^{2k}} \left[ \sum_{i=0}^{\tau} 2C_{2k}^i T_{2k-2i}(u) + C_{2k}^k \right];$$

$$u^{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-2}} \sum_{i=0}^{k-1} C_{2k-1}^i T_{2k-2i-1}(u).$$

#### 14.7.2. Экономизация разложений функций в цепную дробь по невязкам

Для целей экономизации цепной дроби используем метод Мели [16]. Для применения этого метода для  $z \in [-\beta, \beta]$  сделаем замену  $u = z_0 / \beta$ , т.е.  $z_0^0 = \beta u$ .

Используя функциональные преобразования, которые изложены в разд. 14.2, делаем разложения функции  $f(\varphi(u))$  в цепную дробь с помощью метода Мели. Рассмотрим три случая:

1. Для цепной дроби вида

$$C_{n+1}(u) = \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2 u}{b_2} + \dots + \frac{a_{n+1} u}{b_{n+1}}$$

будем искать цепную дробь вида

$$F_n(u) = \frac{\alpha_1}{b_1} + \frac{\alpha_2 u}{b_2} + \dots + \frac{\alpha_n u}{b_n},$$

где коэффициенты  $\alpha$  для  $k = \overline{1, n}$  определяются по формулам

$$\alpha_k = a_k \left[ 1 + (-1)^{n-k} t_{k-1} \right] \prod_{r=k}^n \frac{a_{r+1}}{b_r b_{r+1}},$$

где  $t_k$  – коэффициенты многочлена Чебышева

$$2^{-(k-1)}T_k(u) = u^k + t_{k-1}u^{k-1} + t_{k-2}u^{k-2} + \dots + t_0,$$

т.е. с коэффициентом при старшей степени равным 1.

2. Для цепной дроби вида

$$C_{n+1}(u) = \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_1 u^2}{b_2} + \dots + \frac{a_{n+1} u^2}{b_{n+1}},$$

будем искать цепную дробь вида

$$F_n(u) = \frac{\alpha_1}{b_1} + \frac{\alpha_2 u^2}{b_2} + \dots + \frac{\alpha_n u^2}{b_n},$$

где коэффициенты  $\alpha_k$  для  $k = \overline{1, n}$  определяются по формулам [55]

$$\alpha_k = \left[ 1 - |t_{2k-2}| \prod_{r=k}^n \frac{a_{r+1}}{b_r b_{r+1}} \right],$$

а коэффициенты  $t_{2k-2}$  являются коэффициентами многочлена

$$2^{-(2n-1)}T_{2n}(u) = u^{2n} + t_{2n-2}u^{2n-2} + t_{2n-4}u^{2n-4} + \dots + t_0.$$

3. Для цепной дроби вида

$$C_{n+1}(u) = \frac{a_1 u}{b_1} + \frac{a_2 u^2}{b_2} + \dots + \frac{a_{n+1} u^2}{b_{n+1}}$$

будем искать цепную дробь вида

$$F_n(u) = \frac{\alpha_1 u}{b_1} + \frac{\alpha_2 u^2}{b_1} + \dots + \frac{\alpha_n u^2}{b_n},$$

где коэффициенты  $\alpha_k$  для  $k = \overline{1, n}$  определяются по формулам [55]

$$\alpha_k = a_k \left[ 1 - |t_{2k-1}| \prod_{r=k}^n \frac{a_{r+1}}{b_r b_{r+1}} \right],$$

а коэффициенты  $t_{2k-1}$  являются коэффициентами многочлена

$$2^{-2k}T_{2k+1}(u) = u^{2k+1} + t_{2k-1}u^{2k-1} + t_{2k-3}u^{2k-3} + \dots + t_1 u.$$

#### 14.8. Базовые последовательности ИФ для вычисления функции

Методы построения итерационных формул (ИФ) восходят к началу становления математики как науки. Так, итерационную формулу второго порядка сходимости для извлечения квадратного корня, соответствующей применению метода Ньютона для отыскания корней уравнения  $x^2 - a = 0$ , связывают с именем Герона, жившего примерно в I веке до н.э.

Получение итерационных формул высоких порядков для отыскания корней уравнений с использованием разложений соответствующих функций в ряд Тейлора восходит к работам П.Л. Чебышева (1838 г.), Е. Шредера (1870 г.) и Ламберта (1770 г.).

Исследованием и построением ИФ высоких порядков занимались Е. Бодевич (1935 г.), А.П. Доморяд (1951 г.), Р.Людвиг (1954 г.), Ф. Хильдебранд (1956 г.), Ш.Е. Микиладзе (1959 г.), Дж. Трауб (1985 г.) и многие другие исследователи. Обширную библиографию по этим вопросам можно найти в работах [7, 1]. Существуют различные подходы к получению базовых последовательностей итерационных формул: разложение в ряд Тейлора [37], использование интерполяционных многочленов [1], аппроксимаций Паде [18], разложений в цепные дроби [21, 23] и других дробно-рациональных приближений [1]. Все эти подходы направлены на решение уравнения вида  $f(x) = 0$ .

Автор обобщил эти подходы на случай, когда функция  $y = f(x)$  задана в неявном виде  $F(x, y) = 0$ . Для этих целей произведена модификация методов Чебышева и Доморяда и других методов. Для этих целей широко используется и разложение функций по невязкам  $z_0 = F(x, y_0)$ . Для вычисления обратных функций используются как прямые методы вычисления функций за счет разложения по невязкам, так и методы обращения рядов невязок, где вместо нахождения производных обратных функций, которые находятся достаточно сложно, производятся преобразования коэффициентов по известным формулам. Для широкого класса элементарных и некоторых специальных функций на основе функциональных отношений получены (см. главу 13) разложения функций по невязкам, включающие разложение в ряд Тейлора (одноточечное и двухточечное), аппроксимацию Паде, разложение в цепные дроби. Особо следует отметить получение двух новых классов базовых последовательностей ИФ, основанных на разложении функций по невязкам, использующих наилучшие (минимаксные) приближения и близкие к ним (методы экономизации рядов и дробно-рациональных приближений), а также разложение по ортогональным многочленам (Чебышева и Эрмита).

Особенностью предложенных автором методов разложения функций по невязкам является то, что они могут быть получены как непосредственно — исходя из вида функционального уравнения, так и на основе известных разложе-

ний искомым функций, что значительно облегчает получение искомых разложений функций по невязкам. Эти методы прошли широкую апробацию как путем непосредственной проверки при счете на ЭВМ, так и путем совпадения результатов с ранее известными.

Еще одной особенностью этих методов является то, что они есть оптимальными по критерию эффективности использования информации EFF, введенного Дж. Траубом [1], т.е. являются оптимальными по Траубу базовыми последовательностями ИФ.

Дополнительной особенностью базовых последовательностей ИФ, полученных на основе разложений функций по невязкам, является возможность работы с инкрементной (сокращенной) информацией, так как обычно величина невязки мала. Как указывалось выше, это приводит к уменьшению погрешностей округления, на что обратил внимание Е.А. Жоголев [4], преобразовав обычную итерационную формулу четвертого порядка сходимости в формулу разложения по невязкам.

Еще одной важной особенностью базовых последовательностей ИФ, полученных на основе разложений функций по невязкам, есть возможность распараллеливания итеративных процессов.

Одним из центральных моментов при использовании разложений функций по невязкам и итерационных формул вообще является оптимизация системы «ИФ (разложение функции по невязкам + начальное приближение (НП))». На важность такого подхода обращали внимание многие исследователи. Так, Дж. Трауб в работе [1] писал: «Проблема выбора начального приближения для итерационного метода является одной из наиболее сложных. Полученные в этой области результаты относятся только к алгебраическим уравнениям».

В этом разделе получены достаточно общие результаты решения данной проблемы, в основном, для класса элементарных и некоторых специальных функций, которые включают в свой состав решение как алгебраических, так и трансцендентных уравнений. Подобные результаты по этой проблеме были получены в работах [28–32] только для нескольких элементарных функций при использова-

нии ИФ низких порядков. Подход автора отличен от этих работ и пригоден для итерационных формул как низких, так и высоких порядков.

Автором рассмотрены два подхода для решения этой проблемы:

- получение начальных приближений на основе специальных норм, погрешностей, связанных со структурой невязки (обеспечивает оптимизацию системы «ИФ +НП»);

- получение оптимальных относительно начального приближения ИФ на основе наилучших (минимаксных) и близких к ним приближений.

Адаптивные ИФ, рассматриваемые в этом разделе, включают в себя в общем случае три компоненты – начальное (завершающее) приближение, ИФ и численный критерий, позволяющий судить, что необходимая точность достигнута. При этом используются различные виды адаптации компонент к внутренним и внешним условиям применения.

При использовании ИФ, основанных на разложении функций по невязкам, имеется еще одна дополнительная возможность для сокращения числа действий – вычисление с переменной разрядностью. Это связано с тем, что при использовании ИФ  $p$ -го порядка сходимости на каждом шаге происходит увеличение точности примерно в  $p$  раз. Поэтому при  $m$  итерациях (при окончательной точности в  $n$  разрядов) на первой итерации можно проводить счет с  $\lfloor n/p^m \rfloor$  разрядов, на второй с  $\lfloor n/p^{m-1} \rfloor$  и т.д., а на последней – с  $n$  разрядами. При этом ошибка округления в основном зависит от результатов счета последней итерации.

При многократном использовании ИФ  $p$ -го порядка имеется возможность использовать инкрементную информацию, которая связана с избыточной точностью предшествующих итераций.

В работе будем придерживаться терминологии Дж. Трауба [1]. Повторим ряд понятий, существенных для ИФ (порядок, константа асимптотики и т.д.).

Существуют действительное число  $p$  и ненулевая константа  $C$  такая, что  $|\Delta_{i+1}|/|\Delta_i|^p \rightarrow C$ , где  $\Delta_{i+1} = \varphi(y_i) - y$ ,  $\Delta_i = y_i - y$ ,  $\varphi(y_i)$  – соответствующее число членов в разложении функции по невязкам,  $y_{i+1} = \varphi(y_i)$  – одноточечная ИФ,  $p$  – порядок ИФ,  $C$  – константа асимптотики погрешности. Наряду с асимптотической оценкой погрешности для оценки погрешности, будем подставлять в выражение  $y_{i+1} = \varphi(y_i)$  значения:  $y_i = y_i + \Delta_i$  либо  $y_i = y_i + (1 + \delta_i)$ , где  $\Delta_i$  – абсолютная, а  $\delta_i$  – относительная погрешности ИФ.

Для оценки эффективности ИФ Дж. Трауб предложил показатель EFF, названный им мерой эффективности используемой информации. В основу этого показателя положен объем информационного запроса. Объем информационного запроса, выраженный количеством элементов новой информации, используемых в каждой итерации, обозначается величиной  $d$ . В качестве этой информации обычно используется количество значений производных или их аналогов, вычисляемых в ходе итераций. При этом сама функция считается произ-

водной нулевого порядка и также учитывается в показателе EFF. Тогда за меру эффективности использования информации берется показатель  $EFF = p/d$ .

Имеются и другие подходы к введению подобного показателя. Так, А. Островский [33] ввел показатель  ${}^*EFF = p^{1/d}$ .

Покажем использование этих показателей на примере общеизвестной ИФ Ньютона:

$$y_{i+1} = y_i + F(x, y_i) / F'_y(x, y_i).$$

Для этой формулы  $p = 2$ ,  $d = 2$ ,  $EFF = 1$ ,  ${}^*EFF = \sqrt{2}$ .

Для метода секущих  $p = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,62$ ,  $d = 1$  и  $EFF = {}^*EFF = (1 + \sqrt{5})/2$ .

$$EFF = {}^*EFF = (1 + \sqrt{5})/2.$$

*Оптимальными по Траубу называются одноточечные ИФ, для которых величина  $EFF = 1$ . Это следует из теории Дж. Трауба, где показано, что для одноточечных ИФ величина  $EFF \leq 1$ . Оптимальной по Траубу базовой последовательностью ИФ называется базовая последовательность, все члены которой оптимальны. Легко проверить, что полученные на основе разложений функций по невязкам базовые последовательности ИФ являются оптимальными в смысле вышеприведенного определения. В связи с вышеизложенным необходимо сделать следующее замечание.*

**Замечание.** Как было показано выше, при оценке эффективности ИФ по Траубу в основном оценивается порядок ИФ и количество используемой при этом информации, определяемое информационным запросом. Однако при рассмотрении класса элементарных функций необходимо учитывать то обстоятельство, что производные от элементарных функций выражаются также через элементарные функции. Помимо этого, в рассматриваемых ниже случаях (вычисление функций) производные вычисляются только один раз при получении коэффициентов искомой ИФ. После этого полученная ИФ используется многократно.

#### *14.8.1. Базовые последовательности ИФ, основанные на разложениях функций по невязкам*

Рассмотренные в главе 13 методы разложения функций по невязкам представляют собой основу для получения базовых последовательностей ИФ. На основе базовой последовательности ИФ можно получить ИФ наперед заданного порядка сходимости.

Для этого в базовой последовательности необходимо оставить необходимое число членов и сделать соответствующие замены.

Метод разложения функций по невязкам может быть использован для получения ИФ произвольного порядка сходимости. Для этого достаточно заме-

нить искомую функцию  $y = f(x)$  на  $y_{i+1}$ , начальное приближение  $y_0$  на  $y_i$  как в самом разложении, так и в невязке  $z_0$ , которая уже будет  $z_i$ .

Пример. Функция  $y = \ln x$  при  $|z_0| < 1$  разлагается в ряд невязок [5]

$$y = y_0 + \ln \frac{1+z_0}{1-z_0} = y + 2 \sum_{k=1}^{\infty} z_0^k / k,$$

где  $z_0 = (x - e^{y_0}) / (x + e^{y_0})$ . Заменяя  $y$  на  $y_{i+1}$ ,  $y_0$  — на  $y_i$  и  $z_0$  — на  $z_i$  и ограничившись  $m$  членами, получим ряд

$$y_{i+1} = y_i + 2 \sum_{k=1}^m z_i^k / k,$$

где  $z_i = (x - e^{y_i}) / (x + e^{y_i})$ , т.е. базовую последовательность ИФ.

Абсолютная погрешность этой формулы при удержании  $m$  членов ряда невязок

$$\Delta_{i+1}^m \approx \Delta_i^{2m-1} / 2^{2(m-1)} (2m-1), \quad m \leq 2.$$

Наряду с методами, изложенными в главе 13, для получения итерационных формул могут быть использованы и другие подобные методы. Некоторые из них будут изложены ниже.

**Вычисление обратных функций на основе разложений в ряд Тейлора [34, 35].**

Пусть  $y = f(x)$ . Рассмотрим вначале простую структуру невязок  $z_0 = x - f^{-1}(y_0) = x - x_0$ , где  $f^{-1}(y_0) = x$  — функция, обратная к  $f(x)$ . При  $y_0 = y$  получаем  $z_0 = F(x, y) = 0$ . В этом случае  $x = z_0 + f^{-1}(y_0)$ , откуда  $f(x) = f(z_0 + f^{-1}(y_0))$ .

Разложив функцию  $f(z_0 + f^{-1}(y_0))$  в ряд Тейлора, получим

$$\begin{aligned} f(x) &= f(f^{-1}(y_0) + f^{(1)} f^{-1}(y_0)) z_0 + \frac{1}{2!} f^{(2)}(f^{-1}(y_0)) z_0^2 + \\ &+ \frac{1}{3!} f^{(3)}(f^{-1}(y_0)) z_0^3 + \dots + \frac{1}{k!} f^{(k)}(f^{-1}(y_0)) z_0^k + \dots \end{aligned}$$

и учитывая, что  $f(f^{-1}(y_0))$  и  $f^{-1}(y_0) = x_0$ , получим

$$f(x) = y_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{y^{(k)}(x_0)}{k!} z_0^k, \quad z_0 = x - f^{-1}(y_0) = x - x_0.$$

Если мы хотим вычислить функцию  $f^{-1}(x)$ , т.е. функцию, обратную функции  $y = f(x)$ , то, взяв в качестве невязки  $z_0 = x - f(y_0)$ , где  $y_0$  — приближенное значение функции  $f^{-1}(x)$  на заданном интервале, получим  $x = z_0 + f(y_0)$ , откуда

$$f^{-1}(x) = f^{-1}(z_0 + f(y_0)) = y_0 + \frac{z_0}{f'(y_0)} - \frac{1}{2!} \frac{f''(y_0)}{(f'(y_0))^3} z_0^2 +$$

$$+ \frac{1}{3!} \frac{3(f''(y_0))^2 - f''(y_0)f'''(y_0)}{(f'(y_0))^5} z_0^3 -$$

$$- \frac{15(f''(y_0))^3 - 10f''(y_0)f'''(y_0)f^{(4)}(y_0) + (f^{(4)}(y_0))^2}{4!(f'(y_0))^7} z_0^4 + \dots$$

Аналогично могут быть получены разложения в цепную дробь, обобщенная аппроксимация Паде и т.д. В работах [34, 36] приведены разложения и для более сложных видов невязок. Однако в этом случае более просто получить разложение в ряд невязок для обратной функции на основе разложения прямой функции и обращения ряда, что обычно гораздо проще прямых методов. В работах [5, 7] описан общий подход обращения ряда невязок. Пусть дана базовая последовательность ИФ в виде ряда

$$y = f(x) = y_0 \otimes \sum_{k=1}^{\infty} A_k z_0^k(x, y),$$

где  $z_0$  – невязка любой структуры уравнения  $F(x, y) = 0$ .

Разложение в ряд невязок для функции  $x = \varphi(y)$  имеет вид

$$x = \varphi(y) = x_0 \otimes \sum_{k=1}^{\infty} b_k z_0^k(y, x_0),$$

где  $b_1 = 1/A_1$ ,  $b_2 = -A_2/A_1^3$ ,  $b_3 = (2A_2^2 - A_1A_3)/A_1^5$ ,

$$b_4 = (5A_1A_2A_3 - A_1^2A_4 - 5A_2^3)/A_1^7,$$

.....

$$b_n = (b_1C_n^{(1)} + b_2C_{n-1}^{(2)} + b_3C_{n-2}^{(3)} + \dots + b_{n-1}C_1^{(n-1)})/A_1^n,$$

$$\text{где } C_m^{(1)} = A_n, \quad C_m^{(k+1)} = \sum_{i=1}^m A_i C_{m+1-i}^{(k)}.$$

Сделав замены  $x = x_{i+1}$ ,  $x = x_i$ , получим искомую ИФ. Приведем пример, иллюстрирующий подход обращения ряда.

$$\text{Пример. Пусть } f(x) = \Gamma_x(p) = a_p \int_0^{\infty} t^{p-1} e^{-t} dt, \quad \operatorname{Re} p > 0,$$

$$z_0 = x - f^{-1}(y_0) = x - x_0, \quad a_p = 1 / \Gamma(p).$$

Тогда

$$\begin{aligned} y = \Gamma_x(p) = & y_0 + a_p x_0^{p-1} e^{-x_0} z_0 + \frac{1}{2!} a_p x_0^{p-2} e^{-x_0} (p-1-x_0) z_0^2 + \\ & + \frac{1}{3!} a_p x_0^{p-3} e^{-x_0} (x_0 - 2(p-1)x_0 + (p-1)(p-2)) z_0^3 + \dots \end{aligned}$$

Обратим этот ряд невязок для  $z_0 = y - y_0$

$$\begin{aligned} x = \text{inv}\Gamma_x(p) = & x + \frac{1}{a_p} x_0^{1-p} e^{-x_0} (y - y_0) - \frac{1}{2!} \frac{1}{a_p^2} x_0^{1-2p} e^{2x_0} (p-1-x_0) (y - y_0)^2 + \\ & + \frac{1}{3! a_p^3} x_0^{1-3p} (2x_0 - 4(p-1)x_0 + (p-1)(2p-1)) (y - y_0)^3 - \dots \end{aligned}$$

Сделав замены  $x = x_{i+1}$ ,  $x_0 = x_{i+1}$ , получим искомую ИФ.

Если взять  $a_p = 1$ , то получим неполную гамма-функцию  $\gamma(p, x)$ . Неполная

гамма-функция отличается от полной гамма-функции на константу  $\int_0^\infty t^{p-1} e^{-t} dt$ .

Данный пример важен благодаря существующей связи бета-функции с гамма-функцией

$$B(x, y) = \Gamma(x)\Gamma(y) / \Gamma(x + y).$$

Этим можно воспользоваться при вычислении квантилей различных распределений, включая  $F$  – распределение Фишера.

#### 14.8.2. Оптимальные итерационные формулы и начальные приближения

Вопросы получения оптимальных ИФ и начальных приближений, направленные на минимизацию погрешности счета по ИФ, давно привлекали внимание исследователей. Наиболее типичный подход состоял в получении оптимального начального приближения, которое обеспечило бы симметричность погрешности ИФ. Отметим, что использование наилучших (минимаксных) начальных приближений в силу нелинейности ИФ приводило к нарушению симметрии результата счета. Основные результаты этих исследований относились к ИФ второго порядка сходимости для вычисления  $\sqrt{x}$  и  $\sqrt[3]{x}$ . Полученные результаты относятся, главным образом, к получению соответствующих начальных приближений, основанных на анализе погрешности метода конкретной ИФ. Такой подход продемонстрирован в работах Дж. Еве (1963 г.), Ч. Файка

(1966 г.), Г. Тейлора (1970 г.), П. Стербеница (1969 г.), И. Нинониуя (1970 г.), Д. Моурсунда (1967 г.), Е. Каневского (1969 г.).

Автором была поставлена и решена задача в более общей постановке: получить оптимальные начальные приближения для широкого класса функций, обеспечивающих симметричность погрешности ИФ  $p$ -го порядка. Эти ИФ получены на основе разложений функций по невязкам, обобщенных ИФ произвольного порядка сходимости и специальных норм погрешностей. Эти оптимальные начальные приближения могут быть использованы также для непосредственного вычисления разложений функций по невязкам, что эквивалентно выполнению одной итерации по ИФ  $p$ -го порядка. В качестве основы получения таких оптимальных приближений использовались минимаксные приближения, основанные на введенных автором новых нормах погрешностей [38]. Эти нормы непосредственно связаны с невязкой уравнения  $F(x, y) = 0$ , используемой ИФ  $p$ -го порядка.

Другой подход связан с оптимизацией не начального приближения, а самой ИФ  $p$ -го порядка сходимости, т.е. нахождением оптимальных по точности ИФ в соответствии заданным начальным приближением. При этом оптимизация ИФ  $p$ -го порядка сходимости основывается на аппарате наилучших (минимаксных) и близких к ним аппроксимаций. При этом используются различные виды аппроксимаций: наилучшие многочленные и дробно-рациональные приближения, методы экономизации разложений в ряд невязок, дробно-рациональных приближений и разложений в цепную дробь по невязкам, методы разложения в ряд невязок по ортогональным многочленам, а также аппроксимационный метод Дзядыка получения приближений, близких к наилучшим (применительно к разложению функций по невязкам).

Второй подход позволяет оптимизировать не только погрешность первой итерации, что достигается при использовании первого подхода, но и получить оптимальные по точности ИФ для последующих итераций. Необходимо отметить, что использование оптимальных начальных приближений для ИФ не изменяет порядок сходимости итерационной формулы, а приводит только к уменьшению константы асимптотики погрешности ИФ. Отметим, что использование минимаксной ИФ уменьшает погрешность метода примерно в  $2^{p-1}$  раз, где  $p$  – порядок итерационной формулы. Отсюда видно, что эффект от использования оптимальных ИФ возрастает по мере увеличения порядка ИФ. К недостатку второго подхода необходимо отнести увеличение трудностей получения коэффициентов и усложнение вида коэффициентов ИФ по сравнению с использованием обобщенных разложений в ряд Тейлора, аппроксимаций Паде и цепные дроби. Однако усложнение коэффициентов на современном этапе развития компьютерной техники не влияет на эффективность вычислений.

Для получения оптимальных ИФ низких порядков сходимости трудности получения минимаксных приближений могут быть преодолены путем использования методов понижения и экономичных приближений [5, 24].

В общем случае сложность получения коэффициентов оптимальных ИФ не должна пугать практиков в связи с тем, что коэффициенты вычисляются один раз при получении оптимальной ИФ, а выигрыш от их использования возрастает по мере увеличения частоты их использования, т.е. при массовых применениях.

К достоинству использования первого подхода необходимо отнести возможность уменьшения константы асимптотики погрешности, не меняя коэффициентов самой ИФ. В связи с вышеизложенным оба подхода взаимно дополняют друг друга.

#### 14.8.3. Новые нормы погрешностей для получения начальных приближений для ИФ и разложений функций по невязкам

При вычислении функций могут быть использованы различные нормы погрешностей. Использование той или иной нормы погрешности зависит от специфики решаемых задач. Наряду с абсолютной, относительной и среднеквадратичной нормами погрешностей получили определенное распространение и другие нормы погрешностей, имеющие преимущество перед названными нормами в определенных областях применения. Среди этих норм можно назвать нормы, обеспечивающие минимизацию суммы модулей отклонений либо максимального отклонения, а также нормы, основанные на совпадении нескольких моментов [5, 36]. Приближение искомой функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$  некоторой аппроксимирующей функцией  $P(x, A)$ , где  $A$  – некоторое множество коэффициентов аппроксимирующего выражения, приводит к возникновению погрешности метода.

Рассмотрим наиболее используемые в практических вычислениях нормы погрешностей.

Абсолютная погрешность:

$$\|z(A, x)\|_{\Delta} = \max_{a < x < b} |f(x) - P(x, A)|,$$

где  $\|z(A, x)\|_{\Delta}$  – норма погрешности.

Относительная погрешность:

$$\|z(A, x)\|_{\delta} = \max_{a \leq x \leq b} \left| \frac{f(x) - P(x, A)}{f(x)} \right|.$$

Среднеквадратичная погрешность:

$$\|z(x, A)\|_2 = \left[ \int_a^b \rho(x)(f(x) - P(x, A))^2 \right]^{1/2}$$

или

$$\|z(x_i, A)\|_2 = \left[ \sum_{i=1}^N \rho(x_i)(f(x_i) - P(x, A))^2 \right]^{1/2},$$

где  $\rho(x) > 0$  – весовая функция на промежутке  $[a, b]$ .

Как отмечалось выше, в ряде случаев использование наилучших приближений в смысле норм  $\|z(A, x)\|_\Delta$  и  $\|z(A, x)\|_\delta$  в качестве начальных приближений для ИФ и разложений в ряды невязок еще не гарантирует достижения наилучшего конечного результата. Это покажем на примере вычисления корня квадратного с помощью ИФ второго порядка (формулы Герона).

Пример [28, 29]. Исходя из величины относительной погрешности формулы Герона для

$$y = f(x) = \sqrt{x},$$

$$\delta_{i+1} = \delta_i^2 / 2(1 + \delta_i),$$

определяется линейное приближение к функции  $y_0 = A(x + p)$ , где  $p = \sqrt{a, b}$ ,  $A = 1/2\sqrt{p}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$

В то время как коэффициент  $p$  совпадает с коэффициентом линейного приближения, обладающего на  $[a, b]$  минимальной величиной относительной погрешности, коэффициент  $A$  отличен от него [5] и имеет вид:

$$A = 2\sqrt{pb} / [2p\sqrt{b} + \sqrt{p}(b + p)].$$

В работах [16, 28] показано, что наибольшее влияние на результат оказывает выбор начального приближения для первой итерации. В работе [31] приведены оптимальные начальные приближения для ИФ второго порядка сходимости для вычисления функций  $x^\alpha$  и  $e^x$ .

Можно выделить две стратегии выбора начального приближения для ИФ и разложения функций в ряды невязок. Первая состоит в минимизации погрешности начального приближения на заданном интервале задания аргумента, а вторая – в минимизации погрешности результата. В настоящее время на практике в основном используется первая стратегия, для которой существует хорошо разработанный математический аппарат. Вторая стратегия требует индивидуального подхода к каждой конкретной ИФ.

С помощью теории разложения функций в ряды невязок можно разработать конструктивную основу для широкого использования второй стратегии. Так, в частности, абсолютное значение невязки  $z_0 = F(x, y_0)$  уравнения  $F(x, y) = 0$  (где  $x$  – значение аргумента;  $y$  – значение функции  $f(x)$ ;  $y_0$  – приближенное значение функции  $f(x)$  на заданном интервале) может служить мерой точности ИФ заданного порядка сходимости, полученного на основе разложения функций по невязкам [7, 37].

Наряду с известными нормами погрешностей (абсолютной и относительной), рассмотрим следующие специальные нормы погрешностей, основанные на невязках.

1. Норма погрешности, основанная на абсолютной погрешности невязки,

$$\|z(x, A)\|_{d_2} = \max_{x \in [a, b]} |F(x, y_0)|.$$

Использование этой нормы обеспечивает симметричность абсолютной погрешности невязки на заданном интервале.

2. Норма погрешности, основанная на относительной погрешности невязки

$$\|z(x, A)\|_{d_2} = \max_{x \in [a, b]} \left| \frac{F(x, y_0)}{y(x)} \right|.$$

Использование этой нормы обеспечивает симметричность относительной погрешности невязки на заданном интервале.

**3. Норма погрешности, основанная на относительной погрешности отбрасываемого члена разложения функций по невязкам,**

$$\|z(x, A)\|_{d_3} = \max_{x \in [a, b]} \left| \frac{(F(x, y_0))^{k+1}}{y(x)} \right|,$$

где  $k+1$  – степень отбрасываемого члена в разложении функции по невязкам.

Использование этой нормы соответствует применению нормы  $\|z(x, A)\|_{\delta}$  к первому отбрасываемому члену разложения в ряд невязок (с точностью до постоянного).

Используя методику получения минимаксных приближений аналитически заданных функций [6], можно получить оптимальные начальные приближения для ИФ заданного порядка сходимости и разложений функций по невязкам.

**Постоянные наилучшие приближения в смысле различных норм могут быть вычислены на основе следующих формул [5, 7]:**

при норме  $\|z(x, A)\|_{\Delta}$  для  $f'(x) \neq 0$ ;  $x \in [a, b]$ ,

$$y_0 = (f(a) + f(b))/2;$$

при норме  $\|z(x, A)\|_{\delta}$  для  $f'(x) \neq 0$ ;  $f(x) \neq 0$ ,  $x \in [a, b]$ ,

$$y_0 = 2f(a)f(b)/(f(a) + f(b));$$

при норме  $\|z(x, A)\|_{d_1}$  для  $f'(x) \neq 0$ ;  $x \in [a, b]$ ,

$$y_0 = f\left[\frac{a+b}{2}\right];$$

при норме  $\|z(x, A)\|_{d_2}$  для  $f'(x) \neq 0$ ;  $f(x) \neq 0$ , простой невязке и  $x \in [a, b]$ ,

$$y_0 = f\left[\frac{af(b)+bf(a)}{f(a)+f(b)}\right];$$

при норме  $\|z(x, A)\|_{d_3}$  для  $f'(x) \neq 0$ ;  $f(x) \neq 0$ , простой невязке,  $x \in [a, b]$  и оставляя  $m$  членов в разложении по невязкам

$$y_0 = f\left[\frac{bf^{1/(m+1)}(a)+af^{1/(m+1)}(b)}{f^{1/(m+1)}(a)+f^{1/(m+1)}(b)}\right].$$

Приведем примеры постоянных начальных приближений для различных норм погрешностей и функций [5, 7].

1<sup>0</sup>. Рассмотрим аппроксимацию функции  $y = x^\alpha$  для  $x \in [a, b]$  и  $f'(x) \neq 0$ ;  $f(x) \neq 0$  в виде разложения в ряд невязок

$$y = y_0(1 + z_0)^\alpha = y_0\left[1 + \alpha z_0 + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}z_0^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots\alpha(\alpha-m+1)}{m!}\right],$$

где  $z_0 = \frac{x}{y_0^{1/\alpha}} - 1$ ,  $|z_0| \leq 1$ ,  $y_0$  – приближенное значение к функции  $y = x^\alpha$ .

При норме  $\|z(x, A)\|_\delta$

$$y_0 = 2f(a)f(b)/(f(a)+f(b)) = 2a^\alpha b^\alpha / (a^\alpha + b^\alpha);$$

при норме  $\|z(x, A)\|_{d_1}$

$$y_0 = ((a+b)/2^a);$$

при норме  $\|z(x, A)\|_{d_2}$

$$y_0 = ((ab^\alpha + ba^\alpha)/(a^\alpha + b^\alpha))^\alpha;$$

при норме  $\|z(x, A)\|_{d_3}$

$$y_0 = \left( (ba^{\alpha/(m+1)} + ab^{\alpha/(m+1)}) / (a^{\alpha/(m+1)} + b^{\alpha/(m+1)}) \right)^\alpha;$$

(в частности, при  $b=1$  и  $\alpha = \frac{1}{2}$  при норме  $\|z(x, A)\|_{d_2}$   $y_0 = \sqrt[4]{a}$  )

при норме  $\|z(x, A)\|_{\Delta}$

$$y_0 = (f(a) + f(b)) / 2 = (a^\alpha + b^\alpha) / 2.$$

2<sup>0</sup>. Постоянное приближение, минимизирующее величину невязки

$$z = \operatorname{inverf} y_0 - x \text{ для функции } \operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

При норме  $\|z(x, A)\|_{d_1}$  будет  $y_0 = \operatorname{erf}\left(\frac{b+a}{2}\right)$ ,  $x \in [a, b]$ .

3<sup>0</sup>. Постоянное приближение, минимизирующее величину невязки

$$u_0 = x^2 - \ln(\sqrt{\pi} y_0) \text{ для производной функции } \operatorname{erf} x, \text{ т.е. } \varphi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}.$$

При норме  $\|z(x, A)\|_{d_1}$  будет

$$y_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{a^2\varphi(b)+b^2\varphi(a)}{\varphi(a)+\varphi(b)}}.$$

Исследуем на примере вычисления функции  $y = \sqrt{x}$ ,  $x \in [a, b]$  зависимость погрешности ИФ Герона от используемой нормы погрешности. При этом учтем, что наибольшие отклонения достигаются на концах отрезка  $[a, b]$ .

**1. Наилучшее постоянное приближение с относительной погрешностью при**

$x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ ,  $y_0 = 2/(1 + \sqrt{2})$ , для  $y = (a)\sqrt{5}$ , погрешности первой итерации

$$\Delta_1 = 0,009, \delta_1 = 0,0125; \text{ для } \sqrt{1} \text{ имеем } \Delta_1 = -0,0177, \delta_1 = -0,0177.$$

**2. Наилучшее постоянное приближение с абсолютной погрешностью.**

При  $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ ,  $y_0 = (1 + \sqrt{0,5})/2$ ; для  $\sqrt{0,5}$  имеем  $\Delta_1 = 0,031$ ,  $\delta_1 = 0,04$ ; для  $\sqrt{1}$

имеем  $\Delta_1 = -0,0125$ ,  $\delta_1 = -0,0125$ .

**3. Наилучшее постоянное приближение для нормы  $\|z(x, A)\|_{d_1}$ .**

При  $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ ,  $z(x, A) = \frac{x}{y_0^2} - 1$ ,  $y = \sqrt{3}/2$ ; для  $\sqrt{0,5}$  имеем  $\Delta_1 = 0,0145$ ,  $\delta_1 = +0,020$ ; для  $\sqrt{1}$  имеем  $\Delta_1 = -0,0104$ ,  $\delta_1 = -0,0104$ .

4. Наилучшее постоянное приближение для нормы  $\|z(x, A)\|_{d_2}$ .

При  $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ ,  $z(x, A) = \frac{x}{y_0^2} - 1$ ,  $y_0 = \sqrt[4]{0,5}$ ; для  $\sqrt{0,5}$  имеем  $\Delta_1 = 0,0106$ ,  $\delta_1 = 0,015$ ; для  $\sqrt{1}$  имеем  $\Delta_1 = -0,015$ ,  $\delta_1 = -0,015$ , т.е. только в этом случае получили симметричную относительную погрешность после первой итерации, т.е.  $|\delta_1| \leq 0,015$ .

Отметим, что обычно используемое наилучшее начальное приближение с относительной нормой погрешности дает несимметричную погрешность (см. случай 1), т.е.  $\delta \in [-0,0177; 0,0125]$ . Таким образом, выигрыш за счет константы асимптотики погрешности ИФ составляет величину  $|-0,0177|/0,0125 \approx 1,4$  раза.

Отметим, что для ИФ третьего порядка  $\delta \in [-0,0023; -0,0029]$ , т.е. симметричность отрезка изменения погрешности несколько ухудшается, и для достижения необходимой симметричности необходимо использовать начальное приближение для нормы  $\|z(x, A)\|_{d_3}$ .

*При увеличении интервала изменения аргумента эффект от использования специальных норм увеличивается.*

Так, для  $y = \sqrt{x}$ ,  $x \in \left[\frac{1}{16}, 1\right]$ ,

$$z_0 = \frac{x}{y_0^2} - 1, \|z(x, A)\|_{d_2}, y_0 = \sqrt{1/16} = 1/4$$

то для  $\sqrt{0,0625}$  имеем  $\delta_1 = 0,025$ , а для  $\sqrt{1} - \delta_1 = -0,025$ , т.е. константа асимптотики погрешности ИФ улучшается в этом случае в  $0,45/0,25 \approx 1,8$  раза.

*Приведенные примеры иллюстрируют широкие возможности использования вышеприведенных норм погрешности для получения оптимальных начальных приближений. Аналогичный подход может быть использован для получения линейных, квадратичных и других начальных приближений для вновь введенных норм погрешностей.*

Получение такого типа приближения проиллюстрируем на примере.

Рассмотрим получение начального приближения вида  $y = p(x + B)$  для функции  $y = \sqrt{x}$ ,  $x \in [a, b]$  с нормой погрешности  $\|z(x, A)\|_{d_1}$  для невязки  $z = z(x, A) = x / y_0^2 - 1$ . Воспользовавшись теоремой Чебышева об альтернансе, определим параметры  $p$ ,  $B$  и  $C$ , где  $C$  – есть точка альтернанса, принадлежащая отрезку  $[a, b]$ . Параметры  $p$ ,  $B$  и  $C$  определяются из следующей системы уравнений:

$$z(a, A) = z(b, A), \quad z(b, A) = -z(C, A); \quad \left. \frac{dz(x, A)}{dx} \right|_{x=C} = 0.$$

Из первого уравнения определяется величина  $B = \sqrt{a, b}$ , которая совпадает с коэффициентом наилучшего приближения в норме  $\|z(x, A)\|_{\delta}$  [38]. Из третьего уравнения получаем, что  $C = B$ .

Тогда из второго уравнения получаем  $p = \left[ ((2bB + (b + B))^2 / 8B(b + B)^2) \right]^{1/2}$ .

*Рассмотренные выше методы обеспечивают оптимизацию погрешности вычислений ИФ за счет уточнения начального приближения. Такой подход не касался оптимизации самой ИФ и в связи с этим может быть использован для последующих итераций. Поэтому в работе [6] автором был предложен подход к оптимизации ИФ за счет использования аппарата наилучших (минимаксных) и близких к ним приближений.*

Таким образом, в отличие от рассмотренных выше методов оптимизируется не начальное приближение с учетом погрешности ИФ, а сама ИФ с учетом погрешности начального приближения или предыдущей итерации. Этот подход стал возможным благодаря приведенным в главе 13 функциональным отношениям, лежащим в основе разложений функций по невязкам. При этом не обязательно требовать, чтобы невязка  $z_0$  принадлежала симметричному интервалу (интервал может быть любым, например,  $z_0 \in [\alpha, \beta]$ , а функция  $\phi(z_0)$  аппроксимируется на этом интервале с помощью минимаксных приближений). Как уже отмечалось выше, такой подход обеспечивает уменьшение константы асимптотики погрешности примерно в  $2^{p-1}$  раз ( $p$  – порядок ИФ) по сравнению с обычными ИФ.

Аппарат получения квазиоптимальных ИФ, основанных на приближениях, близких к наилучшим, уже фактически рассматривался в главе 13 в разделе, где приводилось разложение функций в ряды невязок с использованием многочленов Чебышева, методы экономизации рядов невязок и дробно-

рациональных разложений функций по невязкам. Как уже отмечалось, переход от описанных выше методов разложений функций по невязкам к ИФ  $p$ -го порядка заключается в замене  $y$  на  $y_{i+1}$ ,  $y_0$  на  $y_i$ ,  $z_0$  на  $z_i$  и удержании необходимого числа членов в базовой последовательности ИФ.

В общем случае получение оптимальных по точности ИФ может быть получено на основе соответствующих функциональных соотношений и методов Ремеза для получения наилучших равномерных приближений функций. Но наиболее целесообразно использовать методы получения наилучших приближений аналитически заданных функций, разработанных и описанных в работах [5, 7].

Необходимо отметить, что описанные выше подходы получения оптимальных и квазиоптимальных по точности начальных приближений и ИФ основываются на принципе баланса. Действие этого принципа проявляется в том, что полученное значение погрешности результата счета с использованием оптимальных начальных приближений или ИФ приводит к симметричной погрешности результата. А при использовании квазиоптимальных начальных приближений и ИФ значение этой погрешности результата является почти симметричной. Для получения оптимальных ИФ, как отмечалось выше, можно воспользоваться методами получения наилучших равномерных приближений, предложенных автором [5, 7]. Эти методы отличаются от известного метода Ремеза [6] тем, что коэффициенты многочлена либо дробно-рационального приближения могут быть получены в аналитическом виде, а точки альтернанса определяются на основе решения соответствующих в общем случае нелинейных уравнений. Ниже приведены примеры получения оптимальных ИФ на основе минимаксных приближений для вычисления различных элементарных функций.

Применения такого подхода проиллюстрируем для функций

$$y = 1/x, \quad y = x^a \quad \text{и} \quad y = \sqrt{x}.$$

1. Рассмотрим функцию  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x \in [a, b]$ . Воспользовавшись функциональными соотношениями, запишем  $1/x = y_0(1 + z_0)^{-1}$ , где  $z_0 = xy_0 - 1$ . Положив  $y_0 = 4/3$ , получим  $z_0 \in \left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ . Тогда итерационная формула, полученная на основе приближения, обладающего минимальной абсолютной погрешностью, примет вид

$$y_1 = y_0(1,0606602 - 1,125z_0).$$

Абсолютная погрешность этой формулы  $|\Delta_1| \leq 0,086$  против погрешности  $|\Delta_1| \leq 0,222$  для обычной итерационной формулы.

Первый шаг оптимальной ИФ второго порядка имеет вид

$$y_1 = \frac{18}{17} y_0 (1 - z_0).$$

При этом  $|\delta_1| \leq 0,058$  против  $|\delta_1| \leq 0,111$  для обычной ИФ.

Положив  $y_0 = -1,882353(-1,5)$ , получим для  $z_0 \in [-0,0589; 0,0589]$  выражение ИФ  $y_1 = 1,001736, y_0(1 - z_0)$ , где  $|\delta_1| \leq 0,00173$ , а для обычной итерационной формулы  $|\delta_1| \leq 0,00346$ .

Выше отмечалось, что на конечный результат счета по ИФ наибольшее влияние оказывает первая итерация [16]. Поэтому, если в этом нет крайней необходимости, последующие итерации можно проводить по обычным итерационным формулам. Тем более, что величина невязки близка к нулю. В противном случае процесс получения оптимальных по точности формул можно распространить на последующие итерационные циклы.

2. Для функции  $x^\alpha$  в соответствии с методами, изложенными в [5, 7], можно воспользоваться следующими формулами.

Пусть  $f''(x) \neq 0, f(x) > 0$  либо  $f(x) < 0$  для  $x \in [a, b]$ , тогда получаем для относительной погрешности  $y_0 = A(x + p)$ ,

где

$$p = \frac{ba^a - ab^a}{b^a - a^a}; A = \frac{2c^a b^a}{b^a(c + p) + c^a(b + p)}; c = ap / (1 + d).$$

Если  $c \in [a, b]$ , то вместо точки  $c$  берем точку  $a$ .

3. В ряде случаев целесообразно получать экономичное оптимальное ИФ методом понижения [5, 6]. В этом случае для  $y_{i+1} = y_i(1 + z_i)^a$ , где  $z = \frac{x}{y_i^{1/a}} - 1$ , для абсолютной погрешности можно записать

$$y_{i+1} = y_i(w(1 + z_i) + A; (1 + z_i) \in [a, b],$$

где  $w$  — константа вида  $\pm \left(\frac{1}{N}\right)^{\pm n}$ ;

$$A = \frac{1}{2} \left[ \min_{x \in [a, b]} v(1+z_i) + \max_{x \in [a, b]} v(1+z_i) \right];$$

$$v(1+z) = y(1+z) - w(1+z);$$

$$c = (w/a)^{1/(a-1)}.$$

Если  $c \in [a, b]$ , то среди точек  $a$ ,  $b$ ,  $c$  выбираем те, которые обеспечивают

$\min_{x \in [a, b]} v(1+z_i)$ ,  $\max_{x \in [a, b]} v(1+z_i)$ , в противном случае принимаем  $A = \frac{1}{2}(v(a) + v(b))$ .

4. Рассмотрим  $y = 1/x$ , когда  $y_{i+1} = y_i(1+z_i)^{-1}$ , где  $z_i = xy_i - 1$ ,  $(1+z_i) \in [a, b]$ .

Получим оптимальную ИФ третьего порядка

$$y_{i+1} = Ay_i(u_i^2 + pu_i + g),$$

где  $u_i = 1+z_i$ . Для относительной погрешности в соответствии с [27, 38] коэффициенты оптимальной ИФ имеют вид:

$$p = -\frac{3}{2}(a+b); \quad g = \frac{15}{18}ab + \frac{9}{16}(a^2 + b^2); \quad A = 2/[(b^2 + pb + g)(a^2 + pa + g)a]$$

Аналогично могут быть получены и более сложные оптимальные ИФ. Покажем примеры, иллюстрирующие использование приведенных выше формул.

Пример. Для функции  $y = \sqrt{x}$ ,  $x \in \left[\frac{1}{16}, 1\right]$ , при  $y_0 = 0,17157 + x$  для

$z_0 \in [-0,272; 0,272]$ , где  $z_0 = \frac{x}{y_0^2} - 1$ , получим  $y_1 = y_0(0,5047805z_0 + 0,9952745)$ , где

$|\delta_1| \leq 0,006$  против  $|\delta_1| \leq 0,0148$  для формулы Герона.

Пример  $y = \sqrt{x}$ ,  $x \in \left[\frac{1}{16}, 1\right]$ .

Положив  $y_0 = 1,682126 - 1,289774/(x - 0,841063)$ , получим

$$y_1 = y_0(0,5000907z_0 + 0,9999085),$$

где

$$z_0 = x/y_0^2 - 1; |\delta_1| \leq 0,00009.$$

Для получения квазиоптимальных приближений можно использовать аппроксимационный метод Дзядыка [7, 17]. Этот метод основывается на том, что многие элементарные и специальные функции являются решением дифференциального уравнения. В аппроксимационном методе решение этого уравнения находим в виде многочлена. Для получения приближения, близкого к наилучшему, исходное дифференциальное уравнение преобразуется в эквивалентное ему интегральное уравнение Вольтера, где в правой части вместо нуля используется выражение  $\tau T_{n+v}(x/h)$ , где  $T_m(x/h)$  – многочлен Чебышева. В нашем случае вместо аргумента  $x$  используется невязка  $z_0$ . Результат использования метода Дзядыка для получения оптимальных ИФ приведен в следующем примере.

Пример. Для функции  $y = x^a$  при  $z_0 = \frac{x}{y_0^{1/a}} - 1$ ,  $y = y_0(1 + z_0)^a$ ,  $z \in -h, h$ . При

$\alpha = 1/2$  по методу Дзядыка получаем

$$y = y_0(c_0 + c_1 z_0 + c_2 z_0^2),$$

где  $c_0 = 1$ ;  $c_1 = 1/(2(1 - 3h^2/32))$ ;  $c_2 = 1/2(1 - 15h^2/32)$ .

Для  $\alpha = -\frac{1}{2}$ :  $c_0 = 1$ ;  $c_1 = 1/(2(1 - 15h^2/32))$ ;  $c_2 = 3/8(1 - 15h^2/32)$ .

Для  $\alpha = -1$ :  $c_0 = 1$ ;  $c_1 = -\frac{4}{4 + 3h^2}$ ;  $c_2 = 4/(4 + 3h^2)$ .

Дальнейшее ускорение счета связано с использованием сегментной аппроксимации.

Приведенные выше подходы оптимизации системы «ИФ (любого порядка сходимости)+НП», позволяют сократить количество итераций и тем самым приводят к сокращению количества операций для достижения требуемой точности.

Вполне понятно, что вместо ИФ могут быть получены наилучшие и близкие к ним разложения функций по невязкам (принимая, что выполняется всего одна итерация). Эти формулы обладают двумя видами адаптивности: внутренней (настроенной на согласование начального приближения и итерационной формулы) и внешней, позволяющей менять вид ИФ, а также различные способы ее использования (динамический режим счета, сегментная аппроксимация, таблично-алгоритмические методы и т.д.) [7].

#### 14.8.4. Табулирование функций на основе разложений по невязкам

Описанные методы разложения функций по невязкам могут быть использованы для получения формул табулирования и экстраполирования математических функций, а также организации динамического режима счета. Для этого в качестве опорных значений берутся значения аргумента и искомой функции из предыдущего шага для расчета в середине таблицы и рассчитанные начальные значения для вычисления в начале либо в конце таблицы.

Для получения формул табулирования и организации динамического режима счета в разложении в ряд невязок делаем одну из замен [7, 39 – 42].

$$y = y_{i+1}, x = x_{i+1}, y_0 = y_i, x_0 = x_i, z_0(x, y_0) = z_i(x_{i+1}, y_i)$$

либо

$$y = y_{i-1}, x = x_{i-1}, y_0 = y_i, x_0 = x_i, z_0(x, y_0) = z_i(x_{i-1}, y_i).$$

Первая замена соответствует движению по таблице с увеличением индекса, а вторая – с уменьшением индекса.

Для табулирования можно использовать любые разложения по невязкам, представленные в виде рядов, дробно-рациональных приближений цепных дробей, обобщенных аппроксимацией Паде, разложения по ортогональным многочленам, наилучшие (минимаксные) и близкие к ним приближения или бесконечные приближения. Ошибка ограничения от удержания  $m$  членов ряда невязок может и в этом случае служить мерой точности соответствующей формулы для табулирования функции.

Формулы такого типа пригодны не только для расчета таблиц, но и для экстраполирования соответствующих элементарных и специальных функций в небольшой окрестности известного значения  $x_i, y_i$ . В некоторых случаях такая экстраполяция, основанная на одной заданной точке, дает большую точность, чем соответствующие интерполяционные формулы, в которых используются два узла интерполяции.

В тех случаях, когда для разложения в ряд невязок используется двухточечная формула Ньютона, можно достичь еще большей точности. Приведем несколько примеров табулирования элементарных функций.

Пример. Табулирование функции  $y = \ln x$ . Чтобы получить формулу для табулирования, возьмем разложение в ряд невязок [5, 7].

$$y = y_0 + \ln[(1 + z_0)/(1 - z_0)] = y_0 + 2 \left[ z_0 + \frac{z_0^3}{3} + \frac{z_0^5}{5} + \dots \right],$$

где  $z_0 = (x - x_0)/(x + x_0)$ ,  $y_0$  – приближенное значение функции  $y = \ln x$ .

Этот ряд сходится для  $|z_0| < 1$ . Сделав замены, получим

$$y_{i+1} = y_i + \ln[(1 + z_i)/(1 - z_i)] = y_i + 2 \left[ z_i + \frac{z_i^3}{3} + \frac{z_i^5}{5} + \dots \right],$$

где  $z_i = (x_{i+1} - x_i)/(x_{i+1} + x_i)$ ,

Для постоянного шага  $h$  более целесообразно записать

$$z_i = h/(2x_i + h).$$

Абсолютная погрешность невязки и абсолютная погрешность ограничения за счет удержания  $m$  членов соответственно равны

$$z_i \approx -\frac{1}{2}\Delta_i; \Delta_{i+1}^{(m)} \approx -\Delta_i^{2m-1} / (2^{2(m-1)}(2m-1)).$$

Аналогично можно табулировать специальные функции [5]. К этим методам тесно примыкают методы динамических вычислений [5], а также сегментная аппроксимация функций (простая, нониусная и телескопическая) [5].

Отметим, что приведенные выше формулы табулирования позволяют преодолеть резкое возрастание погрешности вблизи нулей функции при табулировании (эффект Рунге-Гибса).

#### 14.9. Адаптивные по данным методы вычисления функций

Адаптивные по данным методы вычисления функций можно разделить условно на следующие три группы: методы табулирования, таблично-алгоритмические методы и методы динамического счета.

Некоторые из адаптивных по данным методы вычисления функций были рассмотрены в предыдущих разделах. Основу этих методов составляют методы уменьшения исходного интервала изменения аргумента. Эти методы включают стандартные способы приведения аргумента к заданному интервалу, методы, базирующиеся на использовании  $z_m$  — аппроксимации функций [5, 6, 7], разложение функций по невязкам, сегментная аппроксимация, использование инкрементной (укороченной) информации, адаптивные методы «цифра за цифрой» (см. главу 15) и т.д.

Методы, которые будут рассмотрены ниже, обеспечивают работу с массивами данных, использование таблиц заранее вычисленных значений, табулирование или экстраполирование функций. Эти методы являются основой для организации динамического режима счета функций и создания таблично-алгоритмических методов счета. Для решения поставленных выше задач могут

быть использованы универсальные методы, основанные на интерполировании функций, решении дифференциальных и интегральных уравнений, численном интегрировании и т.д.

Предлагаемые ниже специальные методы предназначены для вычисления конкретных функций. Такой подход является более предпочтительным по ряду показателей эффективности реализации алгоритмов на ЭВМ для наиболее массовых операторов. Такими показателями при реализации указанных выше методов являются временные затраты, информационная сложность (объем памяти для хранения констант и программ), точность вычислений и устойчивость относительно погрешностей округлений.

Повышение производительности ЭВМ и ВС за счет применения рассматриваемых методов основывается на использовании прошлого труда. При этом, как и в экономике, доля живого труда уменьшается, а доля прошлого труда увеличивается, но так, что общая сумма труда, заключающаяся в информационном продукте, уменьшается. В рассматриваемом случае это приводит к более широкому использованию заранее вычисленных данных, как это делается в табличных и таблично-алгоритмических методах, либо более эффективному использованию результатов, полученных на предыдущих фазах вычислений, как это делается при реализации динамического режима счета и табулировании функций. Необходимо отметить, что прямой табличный метод теоретически обладает минимальным временем использования «живого труда», но при этом характеризуется предельной информационной сложностью. Но при расчете таблиц значений функций с высокой точностью объем таблиц и, следовательно, время, затрачиваемое на предварительные расчеты, растут примерно по показательному закону относительно разрядности аргумента. В общем случае временные затраты могут быть уменьшены путем использования расчета значений этих таблиц с использованием динамического режима счета.

Таблично-алгоритмические методы позволяют уменьшить информационную сложность и время на выполнение предварительных расчетов при некотором увеличении общего времени вычислений искомых функций. Объем и сложность предварительных вычислений могут повлиять на принципиальную возможность осуществления реализации счета таблиц при большой разрядности вычисляемых функций. Так, при разрядности  $n = 64$  двоичных разряда и времени счета одной функции 1 микросекунда, то время счета таблицы достигает порядка  $5,8 \cdot 10^5$  лет. Это время еще более возрастает из-за использования ПЗУ. Вследствие этого на практике величина  $n$  не превышает 16 – 24 разрядов.

Хотя полностью решить проблему создания табличных АУ для вычисления произвольной функции невозможно, но для ряда наиболее употребительных функций можно значительно расширить диапазон изменения  $n$ . Перечислим некоторые из возможных подходов.

Во-первых, можно процесс вычисления искомой функции ускорить за счет использования параллельной и конвейерной обработки.

Во-вторых, значительное сокращение времени вычисления можно достичь за счет использования динамического режима счета с постоянным шагом. При этом можно использовать сразу  $m$  вычислителей, т.е. вначале вычисляется  $m$  значений функций обычным способом, а потом для каждого из сегментов используется динамический режим счета. Помимо этого, можно учитывать ряд особенностей приближаемых функций.

В-третьих, можно использовать адаптивные методы табулирования, основанные на специальных аппроксимациях, приведенные выше.

При вычислении функций на ЭВМ и ВС, следуя [43], будем различать следующие две возможности: вычисление функций в отдельных изолированных точках задания аргумента или массива точек аргумента, отстоящих сравнительно далеко друг от друга, т.е.  $|x_{i+1} - x_i| > p$ ,  $i = \overline{0, N}$ , и вычисление функций для массива близко расположенных аргументов, т.е.  $|x_{i+1} - x_i| \leq p$ , где величина  $p$  меньше заданного  $\varepsilon > 0$ . Первый режим вычислений называется статическим, а второй – динамическим режимом вычисления функций.

В настоящее время в большинстве случаев используется статический режим счета. Это приводит к излишней трате процессорного времени. Применение динамического режима вычисления функций позволяет избавиться от этого недостатка и значительно повысить производительность ЭВМ и ВС на определенных классах задач. Особо это важно при решении задач управления, навигации, моделирования и других задач, требующих решения в реальном и квазиреальном масштабе времени.

Для реализации динамического режима счета функций в работе [44] предлагается использовать интегрирование дифференциальных уравнений Шеннона. Для этих целей иногда используется интегрирование соответствующих дифференциальных уравнений методом Рунге-Куты. Эти методы достаточ-

но медленные и могут использоваться для малых разрядностей. Помимо этого, они плохо распараллеливаются.

В работе [43] отмечается следующее: «Методы вычисления в отдельных изолированных точках, расположенных с большими интервалами, и методы вычисления функций для наборов аргументов, отстоящих друг от друга на малые интервалы, существенно отличаются». В этой главе показано, что, используя аппарат разложения функций по невязкам и соответствующие функциональные соотношения, можно использовать одно и то же приближение как для стационарного (статического), так и для динамического режима счета. При этом в динамическом режиме счета уменьшение времени счета происходит не только за счет уменьшения общего числа операций, но и путем использования инкрементной (укороченной) информации. В частности, из-за близости аргументов инкрементной является величина невязки. Эти методы могут быть использованы как в однопроцессорных ЭВМ, так и в многопроцессорных ВС.

Основу этих методов составляют методы табулирования функций и таблично-алгоритмические методы. При этом различают счет массива значений с постоянным либо переменным шагом изменения аргумента. Использование постоянного шага изменения аргумента позволяет существенно уменьшить время счета. Но в том и другом случае наиболее эффективно использование специальных методов, описанных выше.

#### **14.10. Сегментная аппроксимация и таблично-алгоритмические методы вычисления функций**

Под термином сегментной аппроксимации будем понимать методы кусочной аппроксимации, основанные на разбиении исходного промежутка задания аргумента на ряд подынтервалов (непересекающихся, вложенных и т.д.). Ряд авторов эти методы называют сплайнами, хотя они могут и не приближать производную. Методы кусочной аппроксимации можно условно разделить на три группы: простая, нониусная и телескопическая сегментные аппроксимации. В некоторых задачах необходимо приближать не только саму функцию, но и несколько ее производных. Все эти задачи могут быть решены в рамках обобщенной сегментной аппроксимации, основанной на разложении функции по невязке.

При сегментной аппроксимации могут быть использованы следующие способы разбиения исходного интервала изменения аргумента: на систему непересекающихся интервалов (обычная сегментная аппроксимация); на систему вложенных подынтервалов (телескопическая сегментная аппроксимация); на систему подынтервалов, соответствующих определенным функциональным преобразованиям, направленным на уменьшение исходного подынтервала (нониусная сегментная аппроксимация, включая  $z_m$  – аппроксимацию).

Известно, что арифметическая и информационная сложность алгоритмов вычисления функций тесно связаны между собой, т.е. увеличение количества подынтервалов уменьшает сложность аппроксимирующего выражения и наоборот. Помимо этого, на сложность и точность оказывают существенное влияние вид аппроксимации и используемая норма погрешности. Использование разложения функций по невязкам позволяет получать как частный случай не только простую сегментную аппроксимацию, но и телескопическую и нониусную. Помимо этого, широко могут быть использованы таблично-алгоритмические и итерационные методы, что позволяет адаптировать полученные алгоритмы к техническим средствам, уменьшая время вычисления и добиваясь определенного ресурсосбережения.

#### *14.10.1. Простая сегментная аппроксимация*

При использовании многочленных приближений увеличение степени полинома на единицу эквивалентно примерно удвоению количества подынтервалов с точки зрения погрешности метода [43]. При этом информационная сложность возрастает в 1,5 – 3,5 раза [43].

Более выгодна в ряде случаев дробно-рациональная аппроксимация. Наиболее выгодно при приближении функций (без их производных) использование минимаксной аппроксимации, обеспечивающей получение минимаксной погрешности на заданном подынтервале.

При простой сегментной аппроксимации исходный промежуток  $[a, b]$  разбивается на ряд непересекающихся подынтервалов. На каждом подынтервале искомая функция  $f(x)$  приближается многочленом, дробно-рациональной или нелинейной функцией, содержащей малое количество параметров и операций.

При произвольном разбиении подынтервалов объем логической схемы (число сравнений) примерно равен  $\log_2 p$ , где  $p$  – число подынтервалов (при использовании двоичного поиска). Однако можно построить логическую схему, которая является постоянной для любого числа подынтервалов. Для такой логической схемы время нахождения необходимого интервала не зависит от числа подынтервалов.

В такого типа логической схеме номер подынтервала определяется по  $t$  двоичным разрядам, т.е. общее число равных подынтервалов равно величине  $p = 2^t$ .

Простую сегментную аппроксимацию наиболее удобно реализовать на ЭВМ, если на всех подынтервалах функция  $f(x)$  аппроксимируется выражением одного вида.

Рассмотрим оценку погрешности приближения и определения количества звеньев в обобщенной сегментной аппроксимации, основанной на разложении функций по невязкам.

При осуществлении обычной сегментной аппроксимации функции одной переменной  $y = f(x)$  для  $x \in [a, b]$  исходный интервал разбивает на  $p$  непересекающихся интервалов. С целью уменьшения исходного интервала и создания адаптивных к условиям применения алгоритмов является целесообразным использование сегментной аппроксимации, основанной на разложении функций по невязкам. С этой целью вместо функции  $y = f(x)$  рассматривается неявная функция  $z = F(x, y) = 0$ . Если взять вместо  $y$  значение  $y_0$ , являющееся приближением искомой функции на заданном интервале, то получим  $z = F(x, y_0)$ , которое является уравнением невязки рассматриваемого уравнения. Наложив на функцию определенные условия, которые рассматривались ранее, имеется возможность выразить аргумент  $x$  как функцию от  $y_0$  и  $z_0$ , т.е.  $x = \varphi(y_0, z_0)$ . Таким образом, искомая функция может быть выражена в виде суперпозиции функции, т.е.  $y = f[\varphi(y_0, z_0)]$  для  $z_0 \in [\alpha, \beta]$ . Необходимо отметить, что сегмент  $[\alpha, \beta]$ , которому принадлежит невязка  $z_0$ , гораздо меньше исходного интервала  $x \in [a, b]$ . Помимо этого, в выражение суперпозиции функции входит значение приближения  $y_0$ , благодаря которому имеется возможность адаптироваться к условиям применения алгоритма. Функция  $y = f[\varphi(y_0, z_0)]$  может быть разложена по  $z_0$  с использованием различных методов. Поэтому можно ожидать уменьшение погрешности при обобщенной сегментной аппроксимации по сравнению с обычной.

Для оценки погрешности приближения метода и определения количества звеньев сегментной аппроксимации для нашего случая осуществим обобщение формул, приведенных в работе [45].

С учетом вышеизложенного, для обобщенных многочленных сплайнов, использующих разложение по невязкам и методы сплайн аппроксимации Б.А. Попова [45], можно записать

$$\rho \approx \frac{1}{2^{2m+1} p^{(m+1)}} \left[ \int_{\alpha}^{\beta} \left| \frac{\partial^{m+1}}{\partial z_0^{m+1}} + f[\varphi(y_0, z_0)] / w(z_0) \right|^{\frac{1}{m+1}} dz_0 \right];$$

$$\rho \approx \frac{2^{1/(m+1)}}{4(p(m+1)!)^{1/(m+1)}} \int_{\alpha}^{\beta} \left| \frac{\partial^{m+1}}{\partial z_0^{m+1}} + f[\varphi(y_0, z_0)] / w(z_0) \right|^{\frac{1}{m+1}},$$

где  $m$  — степень многочлена или отрезка ряда;

$p$  — количество звеньев в обобщенной сегментной аппроксимации;

$\rho$  — взвешенная погрешность (при  $w(z_0)=1$  — абсолютная погрешность);

$w(z_0)$  — весовая функция.

В случае звеньев переменной длины и  $w(z_0)=1$

$$\rho \approx \frac{1}{\gamma p^{m+1} (m+1)!} \left[ \int_{\alpha}^{\beta} \left| \frac{\partial^{m+1}}{\partial z_0^{m+1}} + f[\varphi(y_0, z_0)] \right|^{\frac{1}{m+1}} dz_0 \right]^{m+1},$$

где коэффициент  $\gamma$  зависит от способа приближения и степени многочлена. В случае получения ряда невязок на основе разложения в ряд Тейлора-Маклорена  $\gamma = 2^{m+1}$ , а в случае минимаксного (наилучшего равномерного) приближения  $\gamma = 2^{2m+1}$ .

Для рационального сплайна со звеньями одинаковой длины и приближением вида

$$R_{k,p} = y_0 \otimes \sum_{i=0}^k \alpha_i z_0^i / \left[ 1 + \sum_{i=1}^p b_i z_0^i \right],$$

где  $\otimes$  – знак операций  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ . Погрешность и количество звеньев обобщенной сегментной аппроксимации имеет вид

$$\rho \approx \frac{1}{p^{m+1} (m+1)!} \left[ \int_{\alpha}^{\beta} |\eta_{k,1} [f(\varphi(y_0, z_0))] w(z_0)|^{\frac{1}{m+1}} dz_0 \right]^{m+1} \cdot \left[ 1 + O \left[ \left( \frac{\beta - \alpha}{\rho} \right)^2 \right] \right];$$

$$\rho \approx \frac{2^{1/(m+1)}}{(4\rho(m+1)!)^{1/(m+1)}} \left[ \int_{\alpha}^{\beta} |\eta_{k,1} f[\varphi(y_0, z_0)] / w(z_0)|^{\frac{1}{m+1}} dz_0 \right]^{m+1} \cdot \left[ 1 + O \left[ \left( \frac{\beta - \alpha}{\rho} \right)^2 / (m+1) \right] \right],$$

где  $\eta_{k,1} = \Delta^{k+1,i+1} f[\varphi(y_0, z_0)] / \Delta^{k,i} f[\varphi(y_0, z_0)]$  при  $S < 0$ ;

$$\Delta^{r,s} f[\varphi(y_0, z_0)] = \begin{vmatrix} c_{r+1-s} c_{r+2-s} c_r \\ c_{r+2-s} c_{r+3-s} c_{r+1} \\ \dots \\ c_r c_{r+1} c_{r+s-1} \end{vmatrix} \text{ при } S > 0;$$

$$C_v = C_v[\varphi(y_0, z_0)] = \begin{cases} 0 & \text{при } v < 0 \\ \frac{\partial^v}{\partial z_0^v} f[\varphi(y_0, z_0)] / v! & \text{при } v = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

Примеры таких оценок для простой сегментной аппроксимации приведены в работе [99].

#### 14.10.2. Нониусная аппроксимация

При нониусной кусочной аппроксимации сначала аргумент приводится к нониусному (относительно небольшому) промежутку, в котором вычисляется нониусное значение функции. Затем с использованием опорных значений получают искомое значение функции. Спорные значения могут находиться в памяти ЭВМ или вычисляться каким-либо быстрым способом. В основу нониусной кусочной аппроксимации могут быть положены разложения функций по невязкам. К ним примыкают методы, называемые табличными или таблично-алгоритмическими. Процесс нониусной аппроксимации имеет следующий вид:

1. Задается массив  $\{x_i\}$  в виде таблицы опорных значений.
2. Величины  $\{y_i = f(x_i)\}$  задаются в виде таблицы либо вычисляются аппаратным способом, например, с помощью метода «цифра за цифрой».
3. Вычисляются невязки  $z_i = \varphi(x, x_i)$ .
4. Вычисляется  $f(z_i)$  любым достаточно быстрым способом на промежутке  $z_i \in [\alpha, \beta]$ , который значительно меньше исходного.
5. Вычисляется искомое значение функции  $y = f(x) = \varphi(x, y_i, z_i)$ .

При вычислении таблицы опорных значений необходимо учитывать структуру невязки, т.е. приближать с помощью специальных норм погрешности, а при вычислении  $f(z_i)$  можно использовать все многообразие разложений функции по невязкам.

При вычислении обратных функций вместо величин  $\{x_i\}$  используются эквивалентные величины  $\{invf(y_i)\}$ , которые вычисляются достаточно быстрым способом.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий возможности «нониусной аппроксимации» по уменьшению исходного интервала.

Пример. Пусть  $y = ctgx$ ,  $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ .

Взяв  $z_0 = arctgy_0 - x = x_0 - x$ , получим  $ctgx = (y_0 ctgz_0 + 1) / (ctgz_0 - y_0)$ .

В качестве  $y_0$  возьмем величину  $[6, 7]$

$$y = ctg\left[\frac{(a+b)}{2}\right] = ctg\left[\left(0 + \frac{\pi}{4}\right)/2\right] = ctg\left[\frac{\pi}{8}\right].$$

Тогда  $z_0 = \frac{\pi}{8} - x$ ,  $z_0 \in \left[-\frac{\pi}{8}, +\frac{\pi}{8}\right]$ .

Методы нониусной аппроксимации широко использовались при вычислении различных элементарных и специальных функций [5, 7].

Наряду с приведенной схемой нониусной аппроксимации, важную роль играет обобщенная схема для вычисления обратных функций. В ряде случаев бывает нецелесообразно задавать одновременно  $x_0$  и  $y_0$ , достаточно задавать только  $y_0$ , а в невязке использовать обратную функцию. Нониусная аппроксимация такого типа удобна в тех случаях, когда обратная функция вычисляется гораздо легче, чем прямая. Например, разложение  $e^x$  в ряд Тейлора сходится гораздо быстрее, чем разложение обратной к ней функции  $\ln x$ ; функция  $x^n$  вычисляется быстрее, чем  $\sqrt[n]{x}$ ; аналогично обстоит дело и для функций  $\operatorname{erf} x$  и  $\operatorname{inverf} x$ . Нониусная аппроксимация в этом случае соответствует следующему процессу:

1. Задаются в виде таблицы либо вычисляются быстрым способом значения  $\{y_0\}$ .

2. Вычисляется взаимно обратная функция  $\operatorname{invf}(y_0)$ .

3. Вычисляется невязка  $z_0 = \varphi(x, y_0)$ .

4. Вычисляется  $f(z_0)$  любым достаточно быстрым способом.

5. Вычисляется искомое значение функции  $y = f(x, y_0, z_0)$ .

Приведем пример этого метода.

Пример. Пусть  $y = \operatorname{inverf} x$  для  $x \in [a, b]$ .

Взяв в качестве невязки  $z_0 = \operatorname{erf} y_0 - x$ , получим

$$y = \operatorname{inverf} x = \operatorname{inverf}(\operatorname{erf} y_0 - z_0) = y_0 - \frac{e^{y_0^2}}{\frac{2}{\sqrt{\pi}} H_0(y_0)} z_0 + \frac{e^{2y_0^2} H_1(y_0)}{\left[\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right]^2 H_0^3(y_0) 2!} z_0^2 - \dots,$$

где  $H_n(y_0)$  – многочлен Эрмита в точке  $y_0$ .

Полученное выражение может быть использовано двояко: либо для непосредственного счета по ряду невязок, либо для получения на его основе итерационной формулы необходимого порядка сходимости (замены  $y = y_{i+1}$ ,  $y_0 = y_i$  и усечения ряда). Погрешность от удержания двух и трех членов ряда (включая  $y_0$ ) имеет вид

$$\Delta_0^{(2)} \approx -y_0 \Delta_0^2; \Delta_0^{(3)} \approx \frac{1}{3} (4y_0^2 + 1) \Delta_0^3,$$

где  $\Delta$  – абсолютная погрешность величины  $y_0$ .

Величины  $y_0$  можно задать в виде

1) таблицы постоянных значений [7]

$$y_{0i} = [\operatorname{inverf}(a_i) + \operatorname{inverf}(b_i)] / 2;$$

2) коэффициентов линейной функции  $y = A(x-1) + C$  для промежутков

$\lfloor 1-110^{-2k}, 1-110^{-2(k+1)} \rfloor, k = \overline{0,5}$  [7] (для двоичной системы счисления);

3) формулы [7]:  $y = \sqrt{-\ln(1+x^2)}$  для  $x \geq 0$ ;

4) величины  $y_0 = \text{Arth}x$ .

При нониусной аппроксимации важное значение имеют точность, способ вычисления или задания начального приближения  $y_0$  либо  $x_0$ ,  $y_0$ , а также способы аппроксимации функции.

В работе [45] приведено время, затрачиваемое на преобразование функций в зависимости от точности аппроксимации, вида приближения (разложение по многочленам Чебышева и использования кусочно-линейной интерполяции) для вычисления элементарных функций.

Другой способ построения нониусной аппроксимации основан на разложении функции по невязкам с использованием  $z_m$  – аппроксимации. В этом случае вначале записывается выражение искомой функции через невязку, т.е.  $f(x) = \varphi(y_0) \otimes f(t(z_0))$ . При этом невязка  $z_0$  в зависимости от начального приближения  $y_0$  имеет существенно меньший интервал изменения аргумента. Для приближения функции  $f(z_0)$  используется  $z_m$  – аппроксимация функций. Покажем применение этой методики на примерах.

Пример. Рассмотрим функцию  $y = \text{ctg}x$ .

Приняв  $z = \text{arcctg}y_0 - x = x_0 - x$ , получим

$$\text{ctg}x = (y_0 \text{ctg}z_0 + 1) / (\text{ctg}z_0 - y_0).$$

Применив соответствующие преобразования, легко перейти к промежутку  $[0, \pi/4]$ . Возьмем начальное приближение в виде [7]

$$y_0 = \text{ctg}(a+b)/2 = \text{ctg} \frac{\pi}{8}.$$

Тогда  $z_0 = \frac{\pi}{8} - x$ , т.е.  $z_0 \in \left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$ . Для вычисления  $\text{ctg}z_0$  воспользуемся

рекуррентным соотношением [7]

$$u_{m-1} = \frac{1}{2} \left[ u_m - \frac{1}{u_m} \right],$$

$$\text{где } u_m = \text{ctg} \frac{x}{2^m}; \quad u_0 = \text{ctg}x; \quad u_{m_0} = \frac{2^m}{x} \sum_{k=1}^l \frac{2^{2k}}{(2k)!} |B_{2k}| \cdot \left[ \frac{x}{2^m} \right]^{2k-1}.$$

Из приведенных формул видно, что применение такого начального приближения позволяет уменьшить исходный интервал только в два раза, но при

этом необходимо затратить одну операцию типа сложения на вычисление невязок  $z_0$  и два сложения (вычитания), одно деление при вычислении  $ctgx$  через  $ctgz_0$ . В то же время прямое вычисление с помощью рекуррентного соотношения позволяет уменьшить интервал в два раза за одну операцию деления, одно сложение и один сдвиг.

Однако если вместо одного значения  $y_0$  задается таблица  $x_{0i}, y_{0i}, i=1,2,\dots,n$ , то применение первой методики позволяет уменьшить исходный интервал в  $n$  раз.

Использование разложения функции по невязкам для обобщенной нониусной аппроксимации позволяет уменьшать значение аргумента или способствует обеспечению более быстрой сходимости исходных базовых методов. Полученную в результате нониусной аппроксимации функцию можно снова разложить по невязкам, повторяя этот процесс  $n$  раз.

### 14.10.3. Телескопическая сегментная аппроксимация

При телескопической сегментной аппроксимации система вложенных подынтервалов строится так, что они имеют вид  $(z_i, z_i + h(x))$ , где величина  $h(x)$  зависит от функциональных свойств функции  $f(x)$  и количества точек разбиения. В некоторых случаях систему подынтервалов выбирают таким способом, чтобы на больших подынтервалах многочлен, аппроксимирующий функцию, имел на одно слагаемое больше, чем на меньших подынтервалах. При этом каждому подынтервалу соответствует многочлен с разными коэффициентами [7].

Рассмотрим сегментную аппроксимацию функции  $y = e^x$  для  $x \in [a, b]$ . Разбиение исходного интервала осуществим с равномерным шагом  $h_r = \frac{|b-a|}{r}$  с точками разбиения  $x_i = a + ih_r$ .

Следуя [46], используем преобразование  $\bar{x} = x - ih_r$  для того, чтобы считать функцию только на одном промежутке  $[a, \bar{x}_i]$ . В случае, если  $x \in [x_i, x_{i+1}]$ ,  $e^x = e^{\bar{x}} e^{ih_r}$ ,  $i = 0, r$ . Таким образом, добавив  $r$  констант  $e^{ih_r}$ , можно производить вычисления на одном интервале. Функция  $y = e^x$  на этом интервале может быть аппроксимирована различными способами. Обобщим этот подход путем использования разложений в ряды невязок и  $z_m$  – аппроксимаций.

При разбиении исходного промежутка на  $r$  подынтервалов эффективность разложения в ряд невязок увеличивается. Ряд невязок для функции  $y = e^x$  имеет вид

$$e^x = y_0 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z_0^k}{k!}; \quad z_0 = x - \ln y_0; \quad |z_0| < \infty,$$

где  $y_0$  – начальное приближение функции  $y = e^x$  на заданном промежутке  $[a, x_1]$ .

Если задаться постоянным начальным приближением [5–7], то  $y = 2e^a e^{x_1} / (e^a + e^{x_1})$  для  $x \in [a, x_1]$  при относительной норме погрешности, обеспечивающей симметричность невязки [6].

Целесообразно совместить приведение к интервалу с вычислением ряда невязок, т.е.

$$e^x = u_0 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z_0^k}{k!}; \quad z_0 = x - \ln y_0; \quad u_i = e^{ih} y_0; \quad i = \overline{0, r}.$$

Таким образом, получается  $r$  констант (не считая  $u_0 = 1$ ) и, кроме того, мы избавляемся от  $r$  дополнительных операций умножения. Можно использовать для аппроксимации на отрезке  $[a, x_1]$  также разложение функции  $y = e^x$  и другие виды разложений по невязкам.

Для практических применений следует использовать объединенные константы  $u_i = e^{ih} y_0$ ,  $i = \overline{0, r}$ , которые учитывают константы приведения и постоянное начальное приближение. Представляет интерес аппроксимация функции  $y = e^x$  на отрезке  $[a, x_1]$  с помощью  $z_m$  – аппроксимации. Применение таких формул обеспечивает возможность использования сегментной аппроксимации для ЭВМ, работающих с переменной разрядностью.

Способ приведения к одному интервалу при построении телескопической сегментной аппроксимации пригоден для функций, удовлетворяющих функциональному уравнению [46]

$$f(x) = f(x - x_k) \otimes \varphi(x_k),$$

где  $\otimes$  – некоторая арифметическая операция.

Для функций, удовлетворяющих функциональному уравнению

$$f(x) = f(x/x) \otimes \varphi(x),$$

можно применить два метода [46, 47] сведения к промежутку  $[x, x_1]$ . Если  $b > a > 0$ , то для преобразования промежутка  $[x_i, x_{i+1}]$  в промежуток  $[a, x_1]$  может быть использовано преобразование  $\bar{x} = xa/x_k$ . При этом длина промежутка  $[a, x_1]$  будет

$$h = a \left\{ \left( \frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{r-1}} - 1 \right\}.$$

Второй способ построения системы вложенных промежутков состоит в том, что исходный промежуток  $[a, b]$  разбивается точкой  $x_r$  на две части так, чтобы  $x_r = \sqrt{ab}$ , и преобразование  $x = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ .

Аналогично поступаем с промежутком  $[a, x_r]$ .

Точка  $x_{r-1} = \sqrt{a^4 \sqrt{ab}}$ , а преобразование  $\bar{x} = \frac{x_{r-1}}{a}$ . На  $(k+1)$  – шаге получаем

$x_{r-k} = a^{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}} b^{\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}}$  с преобразованием  $\bar{x} = x_{r-k} / a$ .

Промежуток  $[a, x_1]$  имеет длину

$$h_r = a \left[ \left( \frac{b}{a} \right)^{\left( \frac{1}{2} \right)^3} - 1 \right].$$

Последними двумя способами можно осуществить сегментную аппроксимацию функций  $\ln$ ,  $x^\alpha$ ,  $\frac{1}{x}$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ,  $\sqrt[n]{x}$ ,  $\frac{1}{\sqrt[n]{x}}$  и т.д.

Для приближения функций  $\ln x$  и  $x^\alpha$  можно воспользоваться разложениями функций по невязкам.

Для функций  $y = \ln x$  справедливо равенство  $\ln x = \ln(x/x_k) - \ln x_k$ . Одно из разложений в ряд невязок функции  $y = \ln x$  имеет вид

$$\ln x = y_0 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z_0^k}{k}, \quad -1 \leq z_0 < 1, \quad z_0 = 1 - \frac{x}{e^{y_0}},$$

где  $y_0$  – приближенное значение функции  $y = \ln x$  на промежутке  $[a, x_1]$ . В качестве  $y_0$  на этом промежутке можно взять постоянное приближение  $y_0 = \ln(2/(a+x_1))$ , обеспечивающее симметричность невязки. При постоянном начальном приближении  $y_0$  получаем объединенные константы  $u_k = y_0 - \ln x_k$ ,  $k = \overline{1, r}$ .

Аналогично для функции  $x^\alpha$  имеем  $x^\alpha = (x/x_k)^\alpha x_k^\alpha$ .

Взяв разложение функции  $y = x^\alpha$  в ряд невязок

$$x^\alpha = y_0 \left[ 1 + \alpha z_0 + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} z_0^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\dots(\alpha-n+1)}{n!} z_0^n + \dots \right],$$

$$|z_0| < 1, \quad z_0 = x / y_0^{\frac{1}{\alpha}} - 1,$$

где  $y_0$  – приближенное значение  $y = x^\alpha$  на интервале  $[a, x_1]$ , можно рассматривать выражение  $u_k = y_0 x_k^\alpha$ ,  $k = \overline{1, r}$ . Заметим, что  $y_0$  может быть и не константой. В случае, если  $y_0$  является константой, то целесообразно объединять начальное приближение и преобразование интервала.

В качестве  $y_0$  можно взять  $y_0 = \left[ \frac{a+b}{2} \right]^\alpha$ , которое делает невязку симметричной.

В некоторых случаях для сегментной аппроксимации целесообразно использовать таблицу опорных значений. Реализация такого типа методов рассмотрена в работах [5 – 7, 48 – 51]. Таблицу опорных значений можно выбирать таким образом, чтобы по одной таблице можно было вычислить прямую и обратную функции, т.е.  $y = f(x)$  и  $x = f^{-1}(y)$  для  $x \in [a, b]$ , а значение прямых и обратных функций в промежутках вычислять по формулам линейной интерполяции.

Вместо универсальных формул интерполирования можно воспользоваться индивидуальными формулами экстраполирования функций, описанных выше в разделе табулирования функций.

Подведем некоторые итоги о роли невязки и разложений функций по невязкам.

Таким образом, невязка может рассматриваться с разных точек зрения:

- как элемент адаптации к внутренним и внешним условиям применения;
- как следствие первого свойства она позволяет ускорять сходимость различных разложений, начиная с разложений в ряд Тейлора-Маклорена, цепную дробь и кончая разложением по ортогональным многочленам;
- может служить основой получения новых норм погрешностей приближений;
- может быть основой индикатора достижения необходимой точности при использовании отрезка разложения в функциональный ряд;
- дает определенную структурированность разложения, позволяющую уменьшить погрешность округления при высоких основаниях счисления;
- позволяет получать разложение, когда это возможно и выгодно, легко получать базовые последовательности итерационных функций различных видов (полиномиальные, дробно-рациональные, как произведения и т.д.), т.е. получать итерационные формулы произвольного порядка сходимости;
- позволяет получать итерационные формулы на основе наилучших (минимаксных) приближений;

- позволяет создавать специальные нормы для обеспечения согласования вида начального приближения с итерационной формулой произвольного порядка сходимости;
- может использоваться для получения формул и разложений для вычисления взаимно-обратных функций;
- может быть использована для получения экономичных формул для табулирования функций;
- может быть использована для сужения исходного интервала задания аргумента при вычислении функций;
- может быть использована для получения экономичных интерполяционно-экстраполяционных формул различных видов, включая полиномиальные, дробно-рациональные, и позволяет решать проблему устойчивости (типа эффекта Рунге-Гибса и других);
- невязка может быть использована для получения общих и специальных методов сегментной аппроксимации функции;
- невязка является, в силу своей структуры, мощным обобщающим средством для получения новых методов на основе известных;
- невязка позволяет достаточно просто определять порядок итерационно-формулы и/или погрешность метода;
- невязка в ряде случаев удовлетворяет обобщенным функциональным уравнениям;
- невязка может использоваться не только в области действительных чисел, но и для комплексных матриц;
- невязка позволяет использовать начальные приближения различных видов по форме и норме погрешности;
- невязка позволяет получить аналитическое представление существенно нелинейной – ступенчатой функции (для аналитического конструирования систем управления);
- в силу свойств, отмеченных выше, разложение функций по невязкам является идеальным средством для создания порождающих алгоритмов для вычисления функций на ЭВМ, обладающих необходимыми для конкретного применения свойствами. На базе этих порождающих и конкурирующих алгоритмов появилась возможность построения базы знаний нового поколения;
- невязка позволяет вводить дополнительные параметры за счет рассмотрения уравнения  $y = f(x)$ . Рассматривается уравнение  $z = F(x, y)$ ;
- невязка позволяет использовать теоремы о сжатых отображениях и неподвижной точке, что приводит к сжатию исходного интервала и обеспечению стремления к пределу нуля либо константа;
- невязка является ключевым элементом для получения базовых последовательностей ИФ, оптимальных по Траубу различных видов (полиномиальных, дробно-рациональных и других) с различными нормами погрешности;

- невязка является основой получения адаптивных аппроксимаций;
- невязка является основой оптимизации системы «начальное приближение и базовая последовательность ИФ».

Свойства и значение невязки и разложений функций по невязкам можно продолжить. Но и перечисленных свойств достаточно, чтобы видеть, что адаптивный элемент в виде невязки породил беспрецедентное явление в математике вообще и в теории аппроксимации, в частности. Но в живой природе такие явления не являются столь беспрецедентными. Так, например, подобным свойством является генетический код, присущий всем живым организмам. Из изложенного выше видна общность многих свойств (адаптация, обратные связи и т.д.) во многих явлениях живой и искусственной природы и математики. Помимо этого, как и в вычислительной математике, в природе существуют индикаторы, которые сигнализируют о нормальном либо ненормальном протекании процесса. Так же, как и в математике, в живой, неживой и искусственной природе важное значение играют свойства устойчивости протекания процесса генерации процессов их свойств и т.д. Все это позволяет рассматривать их совместно в новой кибернетике.

### Список литературы

1. *Трауб Дж.* Итерационные методы решения уравнений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 264 с.
2. *Микиша А.М., Орлов В.Б.* Толковый математический словарь. Основные термины. – М.: Русский язык, 1988. – 244 с.
3. *Люстерник Л.А., Червоненкис О.А., Янпольский А.Р.* Математический анализ. Вычисление элементарных функций. – М.: ГИФМЛ, 1963. – 248 с.
4. *Жоголев Е.А.* Вычисление элементарных функций на машине «СЕТУНЬ» // Вычислительные методы и программирование. – 1965. – Вып. 3. – С. 509 – 535.
5. *Благовещенский Ю.В., Теслер Г.С.* Вычисление элементарных функций на ЭВМ. – Киев: Техніка, 1977. – 208 с.
6. *Попов Б.А., Теслер Г.С.* Приближение функций для технических приложений. – Киев: Наукова думка, 1980. – 352 с.
7. *Попов Б.А., Теслер Г.С.* Вычисление функций на ЭВМ: Справочник. – Киев: Наукова думка, 1984. – 600 с.
8. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
9. *Капитонова Ю.В.* Фундаментальные идеи и эволюция вычислительных систем // Кибернетика и системный анализ. – 1995. – № 2. – С. 75 – 83.
10. *Теслер Г.С.* Разложение специальных функций в ряды невязок на основе двухточечной формулы Тейлора // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 37 – 41.
11. *Теслер Г.С.* Экономические итеративные процессы для вычисления функций на специализированных и проблемно-ориентированных ЭВМ. – Киев, 1984. – (Препринт / АН УССР. Ин-т кибернетики). – № 84 – 44. – 16 с.
12. *Люк Ю.* Специальные математические функции и их аппроксимации: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 608 с.

13. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева: Пер. с польского. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
14. Люк Дж. Н. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 208 с.
15. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 600 с.
16. Fike C.T. Computer evalution of mathematical function. – New Jersey: Prentice – Hall, 1968. – 228 p.
17. Дзязык В.К. Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. – Киев: Наукова думка, 1988. – 304 с.
18. Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П. Аппроксимации Паде: Пер с англ. – М.: Мир, 1986. – 502 с.
19. Теслер Г.С. Разложение в ряды невязок функций на основе обобщенной формулы Тейлора // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 27 – 31.
20. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа: Пер. с англ. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 524 с.
21. Джоунс У., Трон В. Непрерывные дроби. Аналитическая теория и приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 414 с.
22. Скоробогатько В.Я. Теория ветвящихся цепных дробей и ее применение в вычислительной математике. – М.: Наука, 1983. – 312 с.
23. Хованский А.Н. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 203 с.
24. Теслер Г.С. Разложение функций в цепную дробь по невязкам // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 126 – 127.
25. Теслер Г.С. Табулирование элементарных функций на ЭВМ // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1972. – Вып. 1. – С. 127 – 137.
26. Теслер Г.С. Ускорение сходимости цепей дробей // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 59 – 66.
27. Шмойлов В.И. Соответствующие цепные дроби: Препр. / АН УССР. Ин-т кибернетики; 75-19. – К.: 1975. – 38 с.
28. Eve J. Starting approximations for the iterative calculation of square root // Comput. J. – 1963. – 6, N 3. – P. 274 – 276.
29. Fike C.T. Starting approximations for square root calculation on IBM-360 // Commun. ACM. – 1966. – 8, N 4. – P. 297 – 299.
30. Maursung D.G. Optimal starting values for Newton-Raphson calculation of  $\sqrt{x}$  // Commun. ACM. – 1967. – 10, N 7. – P. 430 – 432.
31. Ninojya I. Best rational starting approximation // Vath. Comput. – 1970. – N 24, N 110. – P. 391 – 404.
32. Teylor G.D. Optimal starting approximation for newtons muthod // J. Approxim. Theory. – 1970. – N 3, N 2. – P. 156 – 163.
33. Островский А. Решение уравнений и систем уравнений. – М.: ИЛ, 1963. – 226 с.
34. Благовещенский Ю.В., Попов Б.А., Теслер Г.С. Методы вычисления взаимно обратных функций // Кибернетика. – 1975. – № 2. – С. 69 – 72.
35. Сергиенко И.В., Теслер Г.С. Методы быстрого деления, основанные на итеративных процессах // Кибернетика. – 1974. – № 6. – С. 21 – 25.
36. Хемминг Р.В. Численные методы для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1968. – 400 с.

37. *Математический анализ. Функции, пределы, ряды, цепные дроби* / В.Л. Данилов, А.Н. Иванова, Е.К. Исакова и др. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 440 с.
38. *Теслер Г.С.* Новая структура норм погрешностей при вычислении функций // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 77 – 85.
39. *Теслер Г.С.* Табулирование специальных функций, основанное на разложении в ряд невязок // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 45 – 49.
40. *Теслер Г.С.* Табулирование специальных функций с подынтегральной функцией, содержащей экспоненту // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 98 – 102.
41. *Теслер Г.С.* Табулирование специальных функций с подынтегральной функцией, содержащей степенную функцию // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 103 – 106.
42. *Теслер Г.С.* Табулирование специальных функций с подынтегральной функцией, содержащей логарифм // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 107 – 110.
43. *Функционально-ориентированные процессоры* / А.И. Водяхо, В.Б. Смоллов, В.У. Плюсин, Д.В. Пузанов. – Л.: Машиностроение, 1988. – 224 с.
44. *Байков В.Д., Селютин С.А.* Вычисление элементарных функций в ЭКВМ. – М.: Радио и связь, 1982. – 64 с.
45. *Попов Б.А.* Равномерное приближение сплайнами. – Киев: Наукова думка, 1989. – 272 с.
46. *Голубков Ю.А., Лебедев А.В.* Табулирование некоторого класса функций на электронной цифровой машине // Электронные вычислительные машины. – М.: ИТМ и ВТ АН СССР, 1962. – Вып. 1. – С. 20 – 43.
47. *Теслер Г.С.* Вычисление квантилей для t-распределения Стьюдента с помощью взаимнообратных функций // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1981. – Вып. 5. – Ч. 1. – С. 181 – 183.
48. *Теслер Г.С.* Сегментная аппроксимация функций, основанная на рекуррентных формулах и разложениях в ряды невязок // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – Киев: ИК АН УССР, 1976. – Вып. 3. – С. 117 – 125.
49. *Теслер Г.С.* Динамический режим вычисления функций в МВС с программируемой архитектурой на основе адаптивных алгоритмов // Многопроцессорные вычислительные структуры. – Таганрог, 1987. – Вып. 9 (XVIII). – С. 49 – 52.
50. *Теслер Г.С.* Адаптивные по данным алгоритмы вычисления некоторых элементарных функций для МКВС // Программное обеспечение ОВС: Препр. / АН УССР. ИПММС; 5 – 90. – Львов: 1990. – С. 38 – 43.
51. *Теслер Г.С.* Адаптивные по данным алгоритмы вычисления некоторых элементарных функций для МКВС // Программное обеспечение ОВС: Препр. / АН УССР. ИПММС; 5 – 90. – Львов: 1990. – С. 38 – 43.

## Глава 15. Адаптивные экономические асинхронные итерационные методы «цифра за цифрой»

### 15.1. Состояние проблемы

При аппаратной реализации алгоритмов вычисления функций важную роль играют методы “цифра за цифрой”. Методы “цифра за цифрой” позволяют последовательно получить очередную цифру результата в заданной системе счисления. Эти методы восходят к алгоритму Г. Бригса (1624 г.) вычисления логарифмической функции. Бурное развитие данных методов связано с появлением работ Д. Волдера [1] и Д. Меджита [2]. Большое число исследователей внесло свой вклад в развитие и модернизацию этих методов, обширная библиография по данному вопросу в работах [3, 4]. В основном, исследования и модернизация методов “цифра за цифрой” производятся в части их обобщения на произвольную систему счисления, оценки сходимости методов, исследования погрешности, оценки времени вычисления, определения аппаратных затрат, асинхронной организации процесса вычислений, использования избыточных систем счисления для сокращения времени счета и получения результата старшими разрядами вперед, сокращения числа итераций за счет использования завершающих приближений, расширения областей применения этих методов и т.д. В последнее время проведена модернизация методов на случай реализации на параллельных ВС [5, 6]. На данную тему защищены кандидатские и докторские диссертации как у нас в стране, так и за рубежом. В настоящее время осуществляется реализация этих методов в БИС и СБИС.

Одной из причин широкого распространения методов Волдера и Меджита является то обстоятельство, что для их реализации требуется простой набор операций: сдвиги, сложение (вычитание), определение знака числа и выборки из памяти. Помимо этого, разработчиков данных методов привлекает прямая зависимость числа итераций от числа разрядов в представлении искомой функции. Для эффективной реализации методов “цифра за цифрой” необходимо использование сдвигателей на произвольное число разрядов, специальной структуры АЛУ, а также для вычисления большинства функций – наличие ЗУ с малым временем выборки. В последнем случае эти методы являются разновидностью таблично-алгоритмических методов. В силу последнего обстоятельства они могут быть использованы для ЭВМ, работающих с фиксированной и переменной разрядностью, например, для одинарной и двойной точности, но их нельзя использовать для счета с произвольной разрядностью. Появление умножителей и делителей, выполненных на комбинационных схемах, позволило значительно сократить время выполнения этих операций, что в ряде случаев сделало более предпочтительным для вычисления функций использование многочленной и дробно-рациональной аппроксимации. Помимо этого, увеличение

объемов ЗУ и сокращение времени выборки из них сделало целесообразным использование методов сегментной аппроксимации. Как уже отмечалось выше, для эффективной реализации алгоритмов, реализующих методы “цифра за цифрой”, целесообразно использовать АЛУ со специфической структурой. Все это вынудило искать дополнительные средства для ускорения методов типа “цифра за цифрой”. Эти средства ускорения используют следующие факторы: организацию асинхронного режима счета, использование избыточных систем счисления, использование начальных и завершающих приближений, замену целых этапов вычислений на выборку из таблиц их значений, а также параллельное выполнение определенных участков алгоритма.

Такой подход, состоящий из сочетания метода “цифра за цифрой” с другими методами вычисления функций, назовем комбинированным. Комбинированный подход использует несколько методов и является для определенных областей применения более эффективным, чем каждый из составляющих его методов. Обычно на практике используются комбинированные методы, сочетающие на первом этапе вычислений прямые методы счета для нахождения начального приближения, а на втором этапе – итерационные методы для уточнения значения искомой функции. В рассматриваемом случае в большинстве исследуемых ниже методов на первом этапе используется итерационный метод “цифра за цифрой”, а на последующих этапах – используются прямые или другие итерационные методы вычисления искомой функции. Благодаря такому подходу, появилась возможность адаптировать эти алгоритмы к различным условиям применения.

Методы Д. Волдера и Д. Меджита в основном используются для синхронного режима счета. При вычислении ряда функций для обеспечения сходимости этих методов даже в двоичной системе счисления возникает необходимость в повторных итерациях. Это приводит к ухудшению показателя: отношение производительность/стоимость. Характерной особенностью аппаратной реализации методов «цифра за цифрой» является реализация операций псевдоделения и псевдоумножения над базисом соответствующих констант типа  $\ln(1+N^m)$ ,  $\arctg N^m$  и т.д., являющихся функциональными весами разрядов. Для реализации методов могут быть использованы регистровая, таблично-регистровая и матричные структуры устройств псевдоделения и псевдоумножения [3]. Существуют и другие подходы для реализации этих методов [5, 6]. Временные, аппаратные и другие затраты при реализации методов могут заменяться путем использования канонических систем счисления с различными основаниями типа (2,4,8,10,16,...), избыточных цифровых наборов типа  $(\bar{1},0,1)$ ,  $(\bar{9}, \bar{8}, \dots, 0,1, \dots, 9)$ ,  $(\bar{1}\bar{5}, \bar{1}\bar{4}, \dots, 0,1,2, \dots, 15)$ , включая иррациональные основания системы счисления типа  $(1 + \sqrt{5})/2$ ,  $\sqrt[4]{2}$ ,  $1 + 2^{1-a}$ , использование синхронных и асинхронных режимов вычисления, а также использование начальных и завершающих приближений и т.д. Использование асинхронной организации позво-

ляет увеличить производительность вычислительных средств за счет того, что обработка информации проводится по мере готовности информации и устройства обработки. Применение асинхронных алгоритмов эквивалентно логическим методам ускорения вычислительных операций в арифметико-логических устройствах, так как предполагает исключение расчетов, когда очередная цифра анализируемого числа равна нулю (для некоторых функций – единице).

С точки зрения поступления исходной информации будем различать статический (полноциклический) и динамический (темп накачки), т.е. конвейерный режим работы вычислительных устройств, реализующих эти методы. При этом способы реализации алгоритмов могут быть аппаратными, микропрограммно-аппаратными и программно-аппаратными [7].

Остановимся более подробно на проблеме ускорения вычислений в методах «цифра за цифрой». Как отмечалось в работе [7], одним из наиболее быстрых методов класса «цифра за цифрой» является асинхронный метод Т.Х. Чена [8, 9] – наряду с асинхронностью, которая обеспечивает для двоичной системы счисления сокращение числа итераций примерно в два раза. В методе Т.Х. Чена используются линейные завершающие приближения, которые для большинства приведенных алгоритмов содержат операцию умножения. Но благодаря этому можно добиться уменьшения общего числа итераций еще в два раза.

Для дальнейшего сокращения числа итераций автором было предложено использовать нелинейные завершающие приближения, представленные в виде модифицированного разложения функций в ряд невязок [7]. В настоящей работе показано, что для этих целей можно также использовать широкий спектр модифицированных разложений функций по невязкам. Наряду с целью сокращения числа умножений (делений), а в некоторых случаях и полного отказа от операций умножения, но с сохранением квадратичной сходимости алгоритма, автором предложено введение экономичного начального приближения перед вторым этапом работы алгоритма [7]. Такие подходы позволяют сократить число итераций и расширить спектр СВТ для применения методов «цифра за цифрой». Использование методов «цифра за цифрой» представляет собой метод сужения исходного интервала изменения аргумента и слабо поддается распараллеливанию. Однако вычисление начальных и завершающих приближений допускает процесс эффективного распараллеливания многочленных либо дробно-рациональных выражений. Это позволяет использовать приведенные методы на многопроцессорных ВС. Дополнительный эффект в сокращении времени достигается за счет использования инкрементной (сокращенной) информации. Соотношение между итерационным алгоритмом сужения информации и количеством членов в начальном либо завершающем приближении соответствует случаю, рассмотренному при исследовании  $z_m$  – аппроксимации функций [11]. Это связано с тем, что использование  $z_m$  – аппроксимации функций и метода «цифра за цифрой» – приводит к одинаковому эффекту уменьшения исходного

интервала изменения аргумента, но разными средствами. В основу разработанных базовых адаптивных алгоритмов положен метод Т.Х. Чена, хотя для этих целей могут быть использованы и алгоритмы типа Д. Волдера или Д. Меджита. Термин «адаптация» в данном контексте будем понимать в смысле функционально-аппаратного соответствия.

Использование адаптивных алгоритмов позволяет, наряду со специальными структурами, характерными для методов «цифра за цифрой», использовать и современные структуры АЛУ, содержащие параллельные сумматоры, умножители, быстрые сдвигатели, а также устройства определения количества левых нулей, используемых обычно в аппаратуре для реализации команд сложения в режиме с плавающей запятой. Помимо этого, имеется возможность уменьшить время счета элементарных функций за счет более полного использования «быстрых» постоянных запоминающих устройств и таблично– алгоритмических методов. При этом рассматривается введение начальных приближений перед началом первого или второго этапа счета по методу «цифра за цифрой», а также использование завершающих приближений. Наряду с обычными аппроксимациями, рассматриваются и сегментные аппроксимации. Таким образом, использование адаптивных алгоритмов позволяет в широких пределах варьировать номенклатуру используемых аппаратурных средств за счет различных модификаций алгоритмов метода “цифра за цифрой”.

Благодаря применению экономичных асинхронных алгоритмов с использованием на втором этапе итерации экономичных линейных приближений, не содержащих операций умножений, удастся получить для двоичной системы счисления такое же ускорение вычислений, как и в методе Т.Х. Чена, но при этом отсутствует операция умножения. Среднее число итераций уменьшается примерно в 4 раза (в 2 раза за счет асинхронности и в 2 раза за счет начального приближения на втором этапе вычислений). Если же в этих алгоритмах использовать экономичные квадратичные приближения [11], содержащие одну операцию умножения, то количество итераций сократится примерно в 6 раз (в 2 раза за счет асинхронности и в 3 раза за счет квадратичного приближения). За счет увеличения порядка начального приближения можно достичь дальнейшего уменьшения количества итераций, но при этом возрастает количество умножений и увеличиваются возможности для распараллеливания алгоритма. При использовании избыточных цифровых наборов  $(\bar{1}, 0, 1)$  среднее количество нулей возрастает с половины до двух третей от общего количества цифр в представлении числа. В этом случае при экономичном линейном приближении число итераций уменьшается в 6 раз, а при экономичном квадратичном приближении число итераций в данном же случае уменьшается в 9 раз (в 3 раза за счет асинхронности и в 3 раза за счет использования начального приближения).

Помимо этого, при вычислении функции  $\ell n(x)$  по алгоритмам Д. Волдера и Д. Меджита требуются двойные итерации, а в рассматриваемом алго-

ритме этого не требуется, так как процесс приближения к результату односторонний. Это также дает дополнительный эффект ускорения вычислений.

## 15.2. Функциональные соотношения для получения адаптивных методов «цифра за цифрой»

Основу адаптивных аппроксимаций составляют соответствующие функциональные преобразования.

Перейдем к непосредственному описанию методов “цифра за цифрой” для вычисления функции  $f(x)$  на основе модификации метода Т.Х. Чена с целью адаптации к различным видам структур вычислительных устройств и структурам данных. Для вычисления функции  $f(x)$  так же, как и в случае получения ИФ формул на основе разложения функции по невязкам, будем рассматривать уравнение  $z=F(x,y)$ .

В общем случае  $F(x,y)=y \otimes f(x)$  отлично от нуля. Знак  $\otimes$  означает некоторую арифметическую операцию (в основном  $+$ ,  $-$  или умножение). В рассматриваемом методе одновременно итерируется как параметр  $x_k$ , так и параметр  $y_k$ . При этом при стремлении величины  $x_k$  к некоторому пределу (обычно к нулю или к единице) величина  $y_k$  стремится к искомой функции  $f(x)$ , т.е.  $\lim_{x_k \rightarrow c} y_k = z$ . В базовом алгоритме имеется возможность получить более сложную функцию  $z = a \otimes f(x)$ , где  $a$  – заданное значение величины  $y_0$ . В модифицированном алгоритме такой возможности не имеется, т.к. вместо величины  $a$  вводится начальное приближение. В рассматриваемом алгоритме проводятся такие итерационные преобразования пары чисел  $x_k, y_k$ , что функция  $z=f(x_k, y_k)$  остается инвариантной относительно этих преобразований, т.е.  $F(x_{k+1}, y_{k+1}) = F(x_k, y_k)$ . При  $x_0 = x$  и  $y_0 = A$   $z=F(x_0, y_0)=F(x_1, y_1)=...=F(x_p, y_p)=A \otimes f(x)$ . В результате получим  $x_p \approx c$ ,  $y_p \approx A \otimes f(x)$ . Так, для функции  $f(x) = 1/x$  имеем  $z = y(1/x)$ . Если использовать преобразования  $x_{k+1} = p_k x_k$ ,  $y_{k+1} = p_k y_k$ , которые не изменяют величину  $z$ , т.к.  $F(x_k, y_k) = F(x_{k+1}, y_{k+1}) = z$ , то, использовав  $n$  раз такое преобразование, обеспечив  $x_k \rightarrow c$ , получим

$$z = \frac{y_0 \prod_{k=1}^n P_k}{x_0 \prod_{k=1}^n P_k} \approx C^{-1} y_0 \prod_{k=1}^n P_k .$$

При  $C=1$  не требуется умножения на константу  $C^{-1}$ .

В некоторых случаях используется  $C = \pm 2^\ell$  и даже  $C=2/3$ .

Если взять  $P_k = 1+2^{-1}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_0 \prod_{k=1}^n P_k = 1$ , то можно записать следующие итерационные формулы:

$$x_{k+1} = x_k + 2^{-m} x_k ;$$

$$y_{k+1} = y_k + 2^{-m} y_k ,$$

где  $x_0 = x$ ,  $m = 1 + p$ ,  $p$  – число левых нулей в выражении  $1 - x_k$ . Процесс можно не доводить до конца, а завершить по итерационной формуле нахождения обратной величины  $1 / x_p$ .

Приведем функциональные преобразования для получения основных итерационных формул, работающих по методу «цифра за цифрой».

Для вычислений функций  $e^x$ ,  $y/x$ ,  $\ell \ln x$ ,  $y/\sqrt[n]{x}$  воспользуемся преобразованиями [1–4].

$$\text{Для функции } e^x = p e^{x - \ln p}, \quad \text{откуда} \quad e^x \approx \prod_{k=0}^n P_k e^{x - \sum_{k=0}^n P_k} \quad \text{либо}$$

$$y_0 e^x \approx y_0 \prod_{k=0}^n P_k e^{x - \sum_{k=0}^n P_k}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} e^{x - \sum_{k=0}^n P_k} = 1 .$$

$$\text{Для функции } \ln x = -\ln p + \ln px, \quad \text{откуда} \quad \ln x = \sum_{k=0}^n (-\ln P_k) + \ln(x \prod_{k=0}^n P_k)$$

$$\text{либо } y_0 + \ln x = (y_0 - \sum_{k=0}^n \ln P_k) + \ln(x \prod_{k=0}^n P_k) .$$

Параметр  $P_k$  может быть выбран специальным способом, чтобы избежать операции умножения и обеспечить стремление в предел соответствующей константы. В работе [8] предлагается брать  $P_k = 1 + 2^{m_k}$ , где  $m_k$  подбирается так, чтобы обеспечить выполнение предельных переходов.

В работе [10] используется  $P_k = 1 + 16^{m_k}$ .

В общем случае можно брать  $P_k = 1 + N^{m_k}$ ,  $N=2,4,8,10,16,\dots$ , симметричные цифровые наборы или иррациональные избыточные основания системы счисления.

Для функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\text{Arctg} x$ ,  $\text{sh} x$  и  $\text{Arth} x$  можно использовать функциональные преобразования, которые основаны на формулах сложения тригонометрических и гиперболических функций.

Для функций  $\sin x$  и  $\cos x$  справедливы следующие функциональные преобразования [4]:

$$\sin(x + p) = \cos p (\sin x + \cos x \operatorname{tg} p);$$

$$\cos(x + p) = \cos p (\cos x - \sin x \operatorname{tg} p),$$

где  $p = \operatorname{arctg} N^{-1}$ ,  $N$  – основание системы счисления.

Для функции  $\operatorname{arctg}(y/x) = \operatorname{arctg} p + \operatorname{arctg}((y - xp)/(x + yp))$ .

Для функций  $\text{sh} x$ ,  $\text{ch} x$  используем функциональные преобразования

$$\text{sh}(x + p) = \text{ch} p (\text{sh} x + \text{ch} x \operatorname{th} p);$$

$$\text{ch}(x + p) = \text{ch} p (\text{ch} x + \text{sh} x \operatorname{th} p),$$

где  $p = \operatorname{Arth} N^{-1}$ .

Для функции  $\operatorname{Arth}(y/x) = \operatorname{Arth} p + \operatorname{Arth}((y - xp)/(x + yp))$ .

### 15.3. Вычисление функций на основе адаптивных методов «цифра за цифрой»

Как уже отмечалось выше, асинхронный алгоритм Т.Х. Чена [8] базируется так же, как методы Д. Волдера и Д. Меджита, на двух этапах вычислений, соответствующих псевдоумножению и псевдоделению. Но для уменьшения числа итераций используются линейное завершающее приближение и асинхронный режим счета на основе анализа числа левых единиц (нулей). Этот алгоритм допускает параллельное выполнение двух этапов итераций по методу «цифра за цифрой». В экономичном адаптивном алгоритме, предложенном автором [7], имеется возможность избавиться от операции умножения, используемой в завершающем приближении, путем введения между первым и вторым этапом промежуточного этапа, на котором используется экономичное приближение (не содержащее операции умножения). При необходимости распараллелить процесс вычислений либо сократить число итераций автором предложено использовать следующие подходы. Использование более сложных зависимостей (увеличение числа членов) для начального и/или завершающего приближений.

На основе приведенных функциональных соотношений и введенных начальных (завершающих) приближений получаем ряд адаптивных методов. В табл. 15.1 приведены адаптивные экономичные асинхронные алгоритмы, основанные на методе «цифра за цифрой».

В табл. 15.1 приняты следующие обозначения:

$q$  – основание системы счисления;  $m$  – целое число;  $r_1$  – число левых единиц в числе или число левых нулей в числе, записанном в дополнительном коде;  $r_2$  – число левых нулей в числе;  $(p - 1)$  – индекс последней итерации. Количество итераций и число членов в завершающей формуле определяются исходя из используемых аппаратных средств, погрешностей величин  $x_p$ ,  $y_p$ ,  $\varphi_p$  и вида аппроксимирующего приближения, используемого в качестве завершающей формулы.

Для функций  $1/x$  и  $1/\sqrt{x}$  в качестве завершающих приближений имеется возможность использовать итерационные формулы заданного порядка сходимости. Особый интерес использования этих формул представляется при вычислении с большой разрядностью. При этом может быть широко использована инкрементная информация.

Таблица 15.1

### Адаптивные экономичные асинхронные алгоритмы

Функция	Итерационные формулы		Завершающие приближения	
	I этап	II этап	Алгоритм деления	
			I этап	II этап
$\frac{1}{x}$	$x_{k+1} = x_k + q^{-m} x_k$ , $x_0 = x$ , $m = 1 + r_1$ , $k = 0, 1, \dots, p - 1$	$y_{k+1} = y_k + q^{-m} y_k$ , $y_0 = 2 - x_p$ , $y_p = 1/x$	—	—
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$t_{k+1} = x_k + q^{-m} x_k$ , $x_{k+1} = t_k + q^{-m} t_k$ , $x_0 = x$ , $m = 2 + r_1$ , $k = 0, 1, \dots, p - 1$	$y_{k+1} = y_k + q^{-m} y_k$ ; для $q = 2$ , $y_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} x_p$ ; $y_p = 1/\sqrt{x}$	—	—
$\ln x$	$x_{k+1} = x_k - q^{-m} x_k$ , $x_0 = x$ , $m = 1 + r_2$ , $k = 0, 1, \dots, p - 1$	$y_{k+1} = y_k - \ln(1 + q^{-m})$ , $y_0 = -1 + x_p$ либо $y_0 = A + x_p$ , $y_p = \ln x$ .	—	—
$e^x$	$x_{k+1} = x_k - \ln(1 + q^{-m})$ , $x_0 = x$ , $m = 1 + r_2$ , $k = 0, 1, \dots, p - 1$	$y_{k+1} = y_k + q^{-m} y_k$ , $y_0 = 1 + x_p$ либо $y_0 = A + x_p$ , $y_p = e^x$	—	—

Продолжение Таблицы 15.1

$\operatorname{tg} \varphi$	$\varphi_{k+1} = \varphi_k - \operatorname{Arctg} q^{-m},$ $\varphi_0 = \varphi, \quad m = 1 + r_2,$ $k = 0, 1, \dots, p-1$	$y_{k+1} = y_k + q^{-m} x_k,$ $x_{k+1} = x_k - q^{-m} y_k,$ $x_0 = 1, \quad y_0 = \varphi_p$	$x_{i+1} = x_i + q^{-m} x_i,$ $x_0 = x_p$	$y_{i+1} = y_i + q^{-m} y_i,$ $y_0 = y_p,$ $y_e = \operatorname{tg} \varphi$
$\operatorname{arctg} \frac{y}{x}$	$y_{k+1} = y_k - q^{-m} x_k,$ $x_{k+1} = x_k + q^{-m} y_k,$ $x_0 = x,$ $y_0 = y, \quad m = r_2,$ $k = 0, 1, \dots, p-1$	$\varphi_{k+1} = \varphi_k + \operatorname{Arctg} q^{-m},$ $\varphi_0 = y_p / x_p$	$x_{i+1} = x_i + q^{-m} x_i,$ $x_0 = x_p$	$y_{i+1} = y_i + q^{-m} y_i,$ $y_0 = y_p$
$\operatorname{th} \varphi$	$\varphi_{k+1} = \varphi_k - \operatorname{Arth} q^{-m},$ $\varphi_0 = \varphi, \quad m = 1 + r_2,$ $k = 0, 1, \dots, p-1$	$x_{k+1} = x_k + q^{-m} y_k,$ $y_0 = \varphi_p$	$x_{i+1} = x_i + q^{-m} x_i,$ $x_0 = x_p$	$y_{i+1} = y_i + q^{-m} y_i,$ $y_0 = y_p,$ $y_e = \operatorname{th} \varphi$
$\operatorname{Arth} \frac{y}{x}$	$y_{k+1} = y_k - q^{-m} x_k,$ $x_{k+1} = x_k + q^{-m} y_k,$ $x_0 = x,$ $y_0 = y, \quad m = r_2,$ $k = 0, 1, \dots, p-1$	$\varphi_{k+1} = \varphi_k + \operatorname{Arth} q^{-m},$ $\varphi_0 = y_p / x_p$	$x_{i+1} = x_i + q^{-m} x_i,$ $x_0 = x_p$	$y_{i+1} = y_i + q^{-m} y_i,$ $y_0 = y_p$

Начальные и завершающие приближения (табл. 15.2) могут быть получены в виде разложений функций по невязкам (с модификацией невязки) на основе разложений в ряд Тейлора, аппроксимаций Паде, разложений в цепные дроби, наилучших (минимаксных) и близких к ним приближений, бесконечных произведений и т.д.

Таблица 15.2

### Начальные и завершающие приближения

Функция	Вид завершающего приближения	Вид начального приближения
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} = y_p \sum_{k=0}^{\infty} z_p^k; \quad z_p = 1 - y \cdot x_p \approx 1 - x_p$ $y_{i+1} = y_i \sum_{k=0}^l z_p^k, \quad \text{либо}$ $y_{i+1} = y_i \prod_{k=0}^l (1 + z_p^{2k}), \quad y_0 = y_p,$ $z_i = 1 - xy_i$	$y_0 = \sum_{k=0}^l z_p^k, \quad \text{либо}$ $y_0 = \prod_{k=0}^l (1 + z_p^{2k}),$ $z_p = 1 - x_p$

$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\frac{1}{\sqrt{x}} = y_p \left( 1 + \frac{1}{2} z_p + \frac{1.3}{2.4} z_p^2 + \frac{1.3.5}{2.4.6} z_p^3 + \dots \right),$ $z_p = 1 - y^2 x_p \approx 1 - x_p;$ $y_{i+1} = y_i \left( 1 + \frac{1}{2} z_i + \frac{1.3}{2.4} z_i^2 + \dots \right),$ $z_i = 1 - x y_i^2, \quad y_0 = y_p$	$y_0 = 1 + \sum_{k=0}^l \frac{z_p^k (2+1) \dots (1+2(k-1))}{k! 2^k}$
$\ln x$	$\ln x = y_p - \sum_{k=1}^{\infty} z_p / k, \quad z_p = 1 - x_p;$ $\ln x = y_p - \frac{z_p}{1} - \frac{z_p}{2} - \frac{z_p}{3} - \frac{lz_p}{2} - \frac{lz_p}{2l+1}$	$y_0 = - \sum_{k=1}^{\infty} z_p / k$
$e^x$	$e^x = y_p \sum_{k=0}^{\infty} z_p / k!, \quad z_p = x_p;$ $e^x = y_p \left( \frac{1}{1} - \frac{2z_p}{2+z_p} + \frac{z_p^2}{6} - \dots + \frac{z_p^2}{2(2l+1)} \right)$ $e^x = y_p \frac{1 + \frac{1}{2} z_p + \frac{3}{28} z_p^2 + \frac{1}{84} z_p^3 + \dots}{1 - \frac{1}{2} z_p + \frac{3}{28} z_p^2 - \frac{1}{84} z_p^3},$ $e^x = y_p (I_0(\beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(\beta) T_n(u));$ $u = (2z - \beta) / \beta, \quad z_p \in [0, \beta], \quad u \in [-1, 1]$	$y_0 = \sum_{k=0}^n z_p^k / k!$ $y_p = I_0(\beta) + 2 \sum_{n=1}^m I_n(\beta) T_n(u)$
$\operatorname{tg} \varphi$	$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\sin(\sum_m \operatorname{arctg} q^{-m} + \varphi_p)}{\cos(\sum_m \operatorname{arctg} q^{-m} + \varphi_p)} =$ $= \frac{y_p \cos \varphi_p + x_p \sin \varphi_p}{x_p \cos \varphi_p + y_p \sin \varphi_p},$ $\cos \varphi_p = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\varphi_p^{2k}}{(2k)!},$ $\sin \varphi_p = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\varphi_p^{2k-1}}{(2k-1)!},$	—

thφ	$thφ = \frac{shφ}{chφ} = \frac{y_p chφ_p + x_p shφ_p}{x_p chφ_p + y_p shφ_p},$ $shφ_p = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\varphi_p^{2k+1}}{(2k+1)!}, \quad chφ_p = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\varphi_p^{2k}}{(2k)!},$ <p>либо</p> $shφ_p = \frac{\varphi_p(1+F)}{(1+F)^2 - \varphi_p^2/4},$ $chφ_p = \frac{\varphi_p^2/2}{(1+F)^2 - \varphi_p^2/4},$ $F = \frac{3u}{1} + \frac{15u}{1} + \dots + \frac{(4(n-1)^2 - 1)u}{1} + \dots,$ $u = \varphi_p / 4$	—
arctg $\frac{y}{x}$	$arctg \frac{y}{x} \approx \varphi_p + arctg \frac{y}{x}$ $\approx \varphi + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k u^{2k+1} / (2k+1),$ <p>либо</p> $u = y_p / x_p$ $\approx \varphi_p + \frac{u}{1} + \frac{u^2}{3} + \frac{4u^2}{5} + \dots + \frac{n^2 u^2}{2n+1} + \dots,$ $u = y_p / x_p$	—
Arth $\frac{y}{x}$	$Arth \frac{y}{x} \approx \varphi + Arth \frac{y_p}{x_p} \approx$ $\approx \varphi_p + \sum_{k=0}^{\infty} u^{2k+1} / (2k+1),$ $u = y_p / x_p$	—

В табл. 15.3 приведены результаты расчета ряда элементарных функций на основе адаптивного экономичного асинхронного итерационного метода «цифра за цифрой». Из примеров расчета видно, что для получения точности  $3 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-8}$  требуется от двух до четырех итераций в зависимости от вида начального приближения. В обычном методе Волдера для достижения такой точности требуется 22 – 25 итераций.

Таблица 15.3

**Результаты вычислений по итерационным формулам адаптивного метода  
«цифра за цифрой»**

Функция	Значение аргумента	Результат вычислений I этапа	Начальное приближение	Результат вычислений II этапа, погрешность
$\frac{1}{x}$	0,555 5555  0,555 5555	$\overline{m} = \{1, 3, 4, 8\}$ $x_4 = 9,9998463 \cdot 10^{-1}$ $\overline{m} = \{1, 3, 4\}$ $x_4 = 9,9609364 \cdot 10^{-1}$	$y_0 = 2 - x_4 = 1,0000154$  $y_0 = \frac{3}{4} + (z_p + \frac{1}{2})^2 = 1,003917$	$1/x \approx y_4 = 1,800003$ , $ \Delta  = 3 \cdot 10^{-7}$  $1/x \approx y_3 = 1,800002$ , $ \Delta  = 2 \cdot 10^{-7}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	0,555 5555  0,555 5555	$\overline{m} = \{2, 4, 7, 9\}$  $\overline{m} = \{2, 4, 7, 9\}$	$y_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} x^4 = 1,0003918$  $y_0 = 1,0000001 + \frac{1}{2} z = 1,0003919$	$1/\sqrt{x} \approx y_4 = 1,3416405$ , $ \Delta  = 3 \cdot 10^{-7}$  $1/\sqrt{x} \approx y_4 = 1,3416406$ , $ \Delta  = 2 \cdot 10^{-7}$
$\ln x$	0,555 5555  0,555 5555  0,555 5555	$\overline{m} = \{1, 3, 4, 8\}$  $\overline{m} = \{1, 3\}$ $x_2 = 0,93749991$  $\overline{m} = \{1, 3\}$ $x_3 = 0,93749991$	$y_0 = x_4 - 1 = -1,54 \cdot 10^{-5}$ $y_0 = 0,258165338 x_2 + 0,842795596 - \frac{1,633938093}{x_2 + 0,484101794} = -6,45385 \cdot 10^{-2}$ $y_0 = -(1 - x_3) - \frac{1}{2}(1 - x_3) = -391403 \cdot 10^{-3}$	$\ln x \approx y_4 = -5,8778673 \cdot 10^{-1}$ , $ \Delta  = 7 \cdot 10^{-8}$  $\ln x \approx y_2 = -5,8778662 \cdot 10^{-1}$ , $ \Delta  = 1,4 \cdot 10^{-8}$  $\ln x \approx x_3 = -5,8778677 \cdot 10^{-1}$ , $ \Delta  = 3 \cdot 10^{-8}$
$e^x$	0,555 5555  0,555 5555	$\overline{m} = \{1, 3, 5\}$ $x_3 = 0,1535722 \cdot 10^{-2}$ $\overline{m} = \{1, 3, 5\}$ $x_3 = 0,1535722 \cdot 10^{-2}$	$y_0 = 1 + x_3 = 1,00115357$  $y_0 = 1,0000009 + x_3 = 1,00115366$	$e^x \approx y_3 = 1,7429068$ , $ \Delta  = 2 \cdot 10^{-6}$  $e^x \approx y_3 = 1,7429068$ , $ \Delta  = 5 \cdot 10^{-7}$
$\operatorname{tg} \varphi$	0,555 5555  0,555 5555	$\overline{m} = \{1, 4, 6\}$ $\varphi_3 = 1,3865350 \cdot 10^{-2}$ $\overline{m} = \{1, 4, 6\}$ $\varphi_3 = 1,3865350 \cdot 10^{-2}$	$y_0 = \varphi_3$ $x_0 = 1$  $y_0 = \varphi_3$ $x_0 = 0,99993915$	$\operatorname{tg} \varphi \approx y_3 / x_3 = 6,2077400 \cdot 10^{-1}$ , $ \Delta  = 1,2 \cdot 10^{-6}$  $\operatorname{tg} \varphi \approx y_3 / x_3 = 6,2077515 \cdot 10^{-1}$ , $ \Delta  = 8 \cdot 10^{-8}$
$\operatorname{arctg} \frac{y}{x}$	$y_0 = y = 0,555555$ $x_0 = x = 1$	$\overline{m} = \{1, 5, 7\}$ $y_3 = 5,628742 \cdot 10^{-3}$ $x_3 = 1,2796360$	—	$\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \theta = 0,5709848$ , $ \Delta  = 1 \cdot 10^{-8}$

th $\varphi$	0,555 5555	$\overline{m} = \{1, 8\}$ $\varphi_3 = 2,3432487 \cdot 10^{-3}$ $\overline{m} = \{1\}$ $\varphi_1 = 6,2494 \cdot 10^{-3}$	$\varphi_3 = 2,3431487 \cdot 10^{-3}$ $y_0 = \varphi_3 \quad x_0 = 1$ $y_0 = \varphi_1$ $x_0 = 0,99998475$	th $\varphi \approx y_2 / x_2 = 5,0467238 \cdot 10^{-1}$ , $ \Delta  = 2 \cdot 10^{-8}$ th $\varphi \approx y_1 / x_1 = 5,0467237 \cdot 10^{-1}$ , $ \Delta  = 1 \cdot 10^{-7}$
Arth $\frac{y}{x}$	$y_0 = y = 0,555555$ $x_0 = x = 1$	$\overline{m} = \{1, 4, 7\}$ $y_3 = 4,801377 \cdot 10^{-3}$ $x_3 = 7,1866863 \cdot 10^{-3}$	—	Arth $\frac{y}{x} = 6,2638123 \cdot 10^{-1}$ , $ \Delta  = 1,7 \cdot 10^{-7}$

Дальнейшее ускорение вычислений с использованием этих методов может быть достигнуто за счет использования сегментной аппроксимации для начальных (завершающих) приближений [11].

Таким образом, в работе приведен новый класс адаптивных алгоритмов, позволяющий ускорить вычисления за счет более широкого использования имеющегося в ЭВМ оборудования. Помимо этого, в отличие от обычных методов «цифра за цифрой», которые, в основном, предполагают аппаратную реализацию, описанные в статье адаптивные методы могут быть эффективными в ряде случаев и при программной реализации.

### Список литературы

1. Volder J.E. The CORDIC trigonometric computing technique // IRE Trans. Electr. comput. – 1959. – C8, N 3. – P. 330 – 334.
2. Meggit J.E. Psevdo division and psevdо multiplication processes // IBM J. – 1962. – № 6. – P. 210 – 226.
3. Байков В.Д., Смолов В.Б. Специализированные процессоры: Итерационные алгоритмы и структуры. – М.: Радио и связь, 1985. – 288 с.
4. Байков В.Д., Семотин С.А. Вычисление элементарных функций в ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1982. – 64 с.
5. Евдокимов В.Ф., Стасюк А.Н. Параллельные вычислительные структуры на основе разрядных методов вычислений. – Киев: Наукова думка, 1987. – 312 с.
6. Самофалов К.Г., Луцкий Г.М. Основы теории многоуровневых конвейерных систем. – М.: Радио и связь, 1980. – 272 с.
7. Теслер Г.С. Организация параллельных вычислений элементарных функций с использованием экономичных алгоритмов // Тезисы докладов Всесоюзной школы-семинара «Распараллеливание обработки информации». – Львов. – 1985. – Кн.1. – С. 95 – 97.
8. Chen T.C. Automatic computation of exponentials, logarithms, rations and square roots // IBM Journal of Res. And Devel. – 1971. – N 4. – P. 380 – 388.
9. Wrathall C., Chen T.C. Convergence guarante, improvements for a fast hardware exp, log evaluation scheme // Proc. of 4-th Symp. on Comp. Arithmetic. – 1978. – P. 175 – 182.
10. Ercegovoc M.D. Radix-16 evaluation of certain elementary functions // IEEE Trans. of Comp. – 1973. – 22, N 6. – P. 561 – 566.
11. Попов Б.А., Теслер Г.С. Вычисление функций на ЭВМ: Справочник. – Киев: Наукова думка, 1984. – 600 с.

## Глава 16. Адаптивные аппроксимации функций: общий подход

### 16.1. Постановка проблемы

Важность аппроксимаций при решении научных и прикладных задач связана с необходимостью замены сложных объектов исследования на более простые. Поэтому отнюдь не кажутся странными слова Нобелевского лауреата Б. Рассела: "Хотя это может показаться парадоксальным, вся наука подчинена идее аппроксимации" [1]. Появление ЭВМ потребовало большого разнообразия различных методов аппроксимации функций, способных адаптироваться к внутренним и внешним условиям применения (используемых вычислительных средств, решаемых задач, оптимизации погрешности счета, а также учет различных критериев сложности). Потребность в использовании новых эффективных алгоритмов постоянно возрастает. Это связано с тем, что "...эффект, достигаемый за счет совершенствования численных методов, по порядку сравним с эффектом, достигаемым за счет повышения производительности ЭВМ" [2]. Этого эффекта можно добиться за счет совершенствования наиболее массовых алгоритмов. В частности, для класса научно-технических задач к таким массовым алгоритмам относятся алгоритмы вычисления математических функций.

Используемый в настоящее время алгоритмический базис в основном образован множеством конкурирующих алгоритмов. В связи с этим алгоритмический базис обладает сравнительно малой мощностью. Для увеличения его мощности необходимо более широко использовать аппарат порождения, адаптации и различных видов обобщения [3].

Для ускорения вычислений в этом базисе используются следующие средства: уменьшение исходного интервала изменения аргумента, распараллеливание вычислений и обеспечение соответствия алгоритма используемым вычислительным средствам. В настоящей работе рассматривается широкий спектр методов, имеющих общую направленность: уменьшение исходного интервала изменения аргумента, включение различных механизмов адаптации и порождения, а также, в ряде случаев, – механизмы распараллеливания вычислений. При этом используется и обобщается широкий спектр базовых методов аппроксимации функций: разложение функций в ряд Тейлора-Маклорена [4], двухточечная формула Тейлора [5], разложение по ортогональным многочленам [9], минимаксные аппроксимации [10], сегментные (сплайн) аппроксимации [11], методы экономизации (Ланцоша [12], Мелли [13], Дзядыка [14]), итерационные методы [15], методы "цифра за цифрой" [16], методы табулирования функций [17], таблично-алгоритмические методы [18], методы интерполирования [19], экономичные методы аппроксимации [20–24], методы рекуррентных соотношений [21–23], методы вычисления обратных функций [21–23] и др.

Основная направленность разрабатываемых автором методов и алгоритмов состоит в получении адаптивных по времени, данным и точности аппроксимаций в виде обобщенных и специальных методов, а также алгоритмов вычисления математических функций. Адаптивность к внутренним и внешним условиям применения позволяет распараллеливание и мультиконверлизацию вычислений, использование предыдущих вычислений, работу с инкрементной ("укороченной") информацией, порождать специализированные алгоритмы, обладающие конкретными свойствами; уменьшать погрешность метода; контролировать точность вычислений; уменьшать исходный интервал изменения аргумента; уменьшать время вычислений за счет использования асинхронности вычислений; оптимизировать начальные (завершающие) приближения и используемую итерационную формулу (ИФ) либо рекуррентное соотношение; обеспечивать счет с произвольной разрядностью; согласовывать алгоритм со структурой используемых вычислительных средств и т.д.

Это достигается путем использования статической и динамической адаптации к условиям применения, введения новых норм погрешности, использования невязки уравнения, использования обобщенных функциональных уравнений и получения обобщенных эффективных методов.

Обобщение полученных автором методов основывается на получении общих адаптивных аппроксимаций, включающих исходные базовые методы как частные случаи; обобщенных методов для различных применений (прямые вычисления, итерационные формулы произвольного порядка сходимости, табулирование и интерполирование функций, таблично – алгоритмические методы, методы сегментной аппроксимации, методы динамических вычислений), использование обобщенных функциональных уравнений; введение дополнительных параметров в функциональные уравнения, которые обеспечивают ускорение сходимости и устойчивости счета.

Основу большинства таких обобщенных методов составляют разложение функций по невязкам [21–23] и обобщенные рекуррентные соотношения для счета с переменной точностью [21–23].

## **16.2. Адаптивные аппроксимации, основанные на разложении функций по невязкам**

Разложение функций по невязкам идейно близко к получению базовых последовательностей итерационных функций (ИФ), изложенных в работе [15]. Так, одноточечная ИФ может быть записана в виде  $x_{i+1} = \varphi(x_i)$ . Следуя [15], базовая последовательность итерационных функций (БПИФ) – бесконечная последовательность ИФ  $\{\varphi_p\}_{p=1}^{\infty}$ ,  $p$ -й член которой имеет порядок  $p$ . При раз-

ложении в ряд невязок под БПИФ будем понимать одноциклическую бесконечную либо конечную последовательность  $\{\varphi_p(z_0)\}_{p=1}^{\infty \vee n}$ , где  $z_0 = F(x, y_0)$  – невязка уравнения  $F(x, y) = 0$ ;  $y_0$  – начальное приближение;  $x \in [a, b]$  – аргумент искомой функции.

В тех случаях, когда существует ИФ для искомой функции, разложение по невязкам эквивалентно БПИФ, если сделать соответствующие замены ( $z_0 = z_i$ ,  $y = y_{i+1}$ ,  $y_0 = y_i$ ). Но и тогда, когда процесс итерирования невозможен либо нерационален, то разложение искомой функции по невязкам при соответствующих условиях пригодно для прямого вычисления данной функции. При этом невязка и начальное приближение выступают в виде адаптивных элементов. Понятие невязки в численных методах используется достаточно широко. В общем случае под невязкой приближенного решения понимается характеристика качества приближенного решения  $x$  уравнения  $P(x) = 0$ , которая определяется величиной  $P(x)$  или некоторым функционалом  $F(P, x)$ .

Введение в рассмотрение невязки позволило естественным образом получить обобщение известных базовых методов аппроксимации функций. Ввиду того, что для одной и той же функции невязка может быть получена различными способами, это позволяет получить различные адаптивные аппроксимации, включая ИФ произвольных порядков сходимости с различными константами асимптотики погрешности.

Еще одним важным свойством разложения функций по невязкам является возможность естественным образом распараллеливать итеративный процесс как во времени, так и в пространстве. Помимо этого, введение невязки в процесс аппроксимации позволило получить [21–23] формулы для табулирования функций, организацию статического и динамического режимов счета, оптимизировать системы "начальное приближение + ИФ", "начальное приближение + разложение функции по невязкам", адаптивные сегментные аппроксимации и т.д.

Важной особенностью невязки является и ее использование для получения новых норм погрешности и создания специальных метрик при вычислении функций [21–23].

Благодаря перечисленным выше свойствам, рассмотрение невязок уравнения неявной функции и получение разложений функций по ним позволило получить адаптивные аппроксимации для трех уровней адаптации алгоритмов [3]: соответствовать конкретному применению, использовать адаптивный элемент внутри алгоритма и возможность порождения широкого спектра алгоритмов, обладающих различными свойствами приспособления к условиям применения. Последний уровень адаптации позволяет по-новому взглянуть на раз-

витие баз знаний, т.е. создание базы знаний конкретной предметной области, основанной на порождающих и конкурирующих алгоритмах [25].

Еще одно обобщение, связанное с разложением функций по невязкам, состоит в том, что разложения функций действительной скалярной переменной по невязкам при соответствующих условиях могут сохранять свой вид для матричных и комплексных значений аргумента.

Перечисленные выше свойства разложения функций по невязкам позволяют выступать им в качестве сильнодействующего фактора интенсификации процесса вычислений.

Важнейшим источником получения разложений функций по невязкам и БПИФ являются методы решения уравнения

$$z = F(x, y) = 0, \quad (16.1)$$

которому удовлетворяет функция  $y = f(x)$ . Это следует из того, что функция  $f: E \rightarrow Y$  задана уравнением  $F(x, y) = z_0$ , где  $F: X \cap Y \rightarrow Z$ ,  $x \in X$ ,  $y \in Y$ ,  $E \subset X$ . Если  $X, Y, Z$  – некоторые множества топологического пространства и для некоторой точки  $(x_0, y_0) \in X \cap Y$  выполняется условие  $F(x_0, y_0) = z_0$ , то при выполнении условий теоремы о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции в некоторой окрестности точки  $(x_0, y_0)$  уравнение  $F(x, y) = z_0$  однозначно разрешимо относительно одной из переменных. Если полученная функция бесконечно дифференцируема, что свойственно большинству элементарных и некоторым специальным функциям, то имеется возможность получить широкий спектр БПИФ. В общем случае такие БПИФ, использующие разложение функции по невязкам, основываются на последовательностях коэффициентов  $\{a_k\}, \{b_k\}$  с использованием базиса  $\{g_k\}$  и могут быть представлены одним из следующих видов:

$$f(x) = \psi(y_0) \otimes \Phi(a_k, g_k(z_0))$$

либо

$$f(x) = \psi(y_0) \otimes \Phi(a_k, g_k(z_0)) / \Phi(b_k, g_k(z_0)),$$

где  $\Phi(a_k, g_k(z_0))$  может принимать один из следующих видов:

$$\Phi(a_k, g_k(z_0)) = \sum_{k=0}^{n \vee \infty} a_k \cdot g_k(z_0),$$

$$\Phi(a_k, g_k(z_0)) / \Phi(b_k, g_k(z_0)) = \frac{\sum_{k=0}^{n \vee \infty} a_k \cdot g_k(z_0)}{\sum_{k=0}^{n \vee \infty} b_k \cdot g_k(z_0)},$$

$$\Phi(a_k, g_k(z_0)) = \sum_{k=0}^{n \vee \infty} g_k(z_0) / a_k - \text{(цепная дробь)},$$

$$\Phi(a_k, g_k(z_0)) = \prod_{k=0}^{n \vee \infty} g_k(z_0) / a_k,$$

где  $y=f(x)$ ;  $\otimes$  – знак операции сложения/вычитания либо умножения;  $\vee$  – знак "исключающего ИЛИ";  $z_0=F(x, y_0)$  – невязка уравнения  $F(x, y) = 0$ ;  $y_0$  – начальное приближение функции  $y=f(x)$ ;

$$g_k(z_0) = z_0 \vee T_k(z_0/\beta) \vee U_k(z_0/\beta) \vee H_k(z_0/\beta) \vee L_k(z_0/\beta) \vee \dots,$$

$T_k, U_k$  – многочлены Чебышева;  $H_k$  – многочлены Эрмита;  $L_k$  – многочлены Лагерра;  $z_0/\beta = u$ , где  $z_0 \in [-\beta, \beta] \vee [0, \beta]$ ;  $u \in [-1, 1] \vee [0, 1]$ ,  $x \in [a, b]$ ;  $Z$  – знак цепной дроби.

Существуют различные подходы получения разложений функций по невязкам [23]:

1. Разрешение уравнения  $z_0=F(x, y_0)$  относительно  $x$ , где  $y_0$  – начальное приближение функции  $y=f(x)$  на заданном интервале, и получение функционального соотношения в виде суперпозиции функций  $\varphi(y_0)$  и  $g(z_0)$ . Затем  $g(z_0)$  аппроксимируется одним из базовых методов.

2. Разрешение уравнения (1) относительно  $y$ . Произведя замены  $y$  на  $y_0$  и  $z$  на  $z_0$ , можем получить, аналогично первому подходу, функциональные соотношения (но вид невязки, в основном, отличен от первого подхода).

3. Использование обобщенных функциональных уравнений относительно аргументов  $X_0, Z_0$ .

4. Получение разложений обратных функций на основе обращения ряда невязок разложения прямой функции.

5. Получение разложений по невязкам на основе прямых методов аппроксимации искомой функции.

6. Получение нелинейных разложений по невязкам на основе функциональных преобразований.

7. Получение разложений функций по невязкам на основе методов экономизации Ланцоша, Мелли, аппроксимационного метода Дзядыка и др. для уменьшения констант асимптотики погрешности.

Адаптивные аппроксимации, основанные на разложении функций по невязкам, могут быть использованы для широкого спектра приложений и видов СВТ, обеспечивая интенсификацию процесса вычислений и ресурсосбережение. Наиболее простое получение разложений функций по невязкам дают подходы 1, 3, а наиболее сложное – 2, 5.

Рассмотрим более подробно важный для практики подход 3.

В работе [23] сформулированы три утверждения относительно обобщенных функциональных уравнений, которые позволяют осуществлять разложение функций по невязкам. На основе этих обобщенных функциональных уравнений получены эффективные специализированные адаптивные методы для вычисления степенных, тригонометрических, логарифмических, экспоненциальных и некоторых интегральных специальных функций [21–23].

Пусть функция  $y=f(x)$  задана в неявном виде:

$$F(x,y)=0. \quad (16.2)$$

Рассмотрим невязку уравнения (2) :

$$z_0=F(x,y_0), \quad (16.3)$$

где  $y_0$  – приближение функции на заданном интервале  $[a,b]$  и  $\lim_{y \rightarrow y_0} z_0 = 0$ . Величина погрешности невязки может быть оценена путем подстановки в выражение (2) величины  $y_0=y(1+\delta_0)$  либо  $y_0=y+\Delta_0$ , где  $\delta_0$ ,  $\Delta_0$  – соответственно

относительная и абсолютная погрешности величины  $y_0$ .

В качестве примера обобщенного функционального уравнения приведем уравнение для функции  $y=x^\alpha$ , где  $x \in [a,b]$ ,  $\alpha$  – вещественное число.

Уравнение имеет вид

$$\varphi(z_0)=f((1\pm z_0)^{\pm\alpha}),$$

где  $z_0 = x/y_0^{1/\alpha} - 1$  либо  $z_0 = 1 - y_0^{1/\alpha}/x$ ,  $y_0$  – начальное приближение к функции  $y=x^\alpha$ ,  $z_0 \in [a,b]$ ,  $|\beta-\alpha| < |b-a|$ .

Методы разложения функции по невязкам путем простых преобразований могут быть использованы для непосредственного счета, получения БПИФ, табулирования и интерполирования функций для сегментной аппроксимации и т.д.

Пример:  $y=x^\alpha$ ,  $x \in [a, b]$ .

Для прямого счета:

$$y = y_0(1+z_0)^\alpha = y_0 \left( 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-k+1)}{k!} z_0^k \right), \quad z_0 < 1.$$

Положив  $y=y_{i+1}$ ,  $y_0=y_i$  и  $z_0=z_i$ , получим БПИФ.

Относительная погрешность приближения за счет усечения до  $m$  членов будет:

$$\delta^m = (-1)^m \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-m+1)}{m! \alpha^m} \delta_0^m \quad \text{либо}$$

$$\delta_{i+1} = (-1)^m \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-m+1)}{m! \alpha^m} \delta_i^m.$$

Для вычисления обратных функций достаточно обратить БПИФ на основе обращения степенных рядов.

На основе полученного обобщенного функционального уравнения при  $\alpha=-1$  можно записать:

$$y = y_0(1+z_0)^{-1} = y_0 \prod_{k=0}^{\infty} (1+z_0^{2^k}) \quad \text{для } |z_0| < 1 \quad \text{либо}$$

$$1/x = y_0(1-z_0)^{-1} = y_0 \left( 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} P^k T_k(U_0) \right) \cdot (1/\sqrt{1-\beta^2}),$$

где  $U_0 = z_0/\beta$ ,  $|\beta| = \max_{x \in [a, b]} |z_0|$ ,  $z_0 \in [-\beta, \beta]$ ,  $U_0 \in [-1, 1]$ ,  $z_0 = 1 - y_0 x$ ,

$$R_{n-1} = 2P^n / (1-P) \sqrt{1-\beta^2}.$$

Для  $\alpha=1/n$  можно записать обобщенную цепную дробь:

$$y = y_0(1+z_0)^n = y_0 \left( \frac{1}{1 - \frac{\frac{1}{n}z_0}{1} + \frac{(1-\frac{1}{n})z_0}{3} + \dots + \frac{(n-\frac{1}{n})z_0}{2n} + \frac{(n+\frac{1}{n})z_0}{2n+1} + \dots \right)$$

Для табулирования и интерполирования функции в БПИФ записываем  $z_i = x_i / x_{i+1} - 1$  либо  $z_{i+1} = x_{i+1} / x_i - 1$ . Аналогично этому можно получать специализированные формулы для сегментной аппроксимации. Таким образом, видно, что на основе обобщенной аппроксимации можно получать аппроксимации различных видов и применений, чем исходные базовые методы не обладают. При  $y_0$ , равным обычно нулю либо 1, получают исходные базовые методы. Аналогично вышеизложенному можно получить базовые последовательности рекуррентных формул (БПРФ), используемые для счета с переменной либо произвольной разрядностью [21–23].

На основе предложенных подходов разложения функций по невязкам в работах [21–23] рассмотрены следующие обобщенные адаптивные методы и средства: обобщенные функциональные преобразования для получения специализированных эффективных методов, прямые методы, итерационные методы, методы табулирования и интерполирования, таблично-алгоритмические методы, методы сегментной аппроксимации, методы, основанные на разложении в ряд Тейлора-Маклорена (одноточечная и многоточечная формулы), разложения по многочленам Чебышева, обобщенный метод Паде, приближение обобщенными цепными дробями, экономизация разложений в ряд невязок методом Ланцоша, Мелли, Дзядыка и другие.

### 16.3. Адаптивные по точности аппроксимации функций

Важность адаптивной по точности аппроксимации функций основана на том, что, наряду с тенденцией увеличения производительности вычислительных средств, существует тенденция увеличения разрядности обрабатываемых данных. Это прежде всего связано с компенсацией накопления погрешности округления и обеспечения устойчивости счета. Помимо этого, необходимость оперировать сверхбольшими числами возникает при решении задач астрофизики и других новейших научно-технических задач. Однако имеется ряд особенностей алгоритмов, которые предназначены для вычислений математических функций с произвольной разрядностью. Перечислим основные требования к таким алгоритмам:

- используемые алгоритмы должны обеспечивать рекуррентную запись;
- используемые в алгоритмах константы должны быть достаточно простыми и точными либо легко вычисляемыми;
- используемые алгоритмы должны обладать устойчивостью счета и малым (контролируемым) накоплением погрешности;
- обладать малой арифметической сложностью;
- иметь адаптивные элементы для варьирования начальными (завершающими) преобразованиями.

Для получения необходимых рекуррентных соотношений либо базовых последовательностей рекуррентных формул (БПРФ) используется метод  $z_m$ -аппроксимаций [21]. При этом под базовой последовательностью рекуррентных формул понимается последовательность рекуррентных формул, из которых можно получить соответствующую рекуррентную формулу для использования.

В основу такого типа рекуррентных соотношений для вычисления прямых функций может быть положено функциональное уравнение:

$$z(nx_m) = f(z(x_m)),$$

где  $x_m = x/n^m$ .

Так, для функций  $y = \sin(x)$  имеем следующее функциональное уравнение:

$$\sin(2n-1)x = (-1)^n T_{2n+1}(\sin x), \quad \text{где } T_{2n+1} - \text{многочлен Чебышева.}$$

На основе этого функционального уравнения можно записать:

$$z_{m-1} = \sum_{k=0}^n (-1)^k C_{2n+1}^{2k+1} z_m^{2k+1} (1 - z_m)^{n-2k},$$

где  $z_m = \sin(x/(2n+1)^m)$ ,  $m = m_0, m_0 - 1, \dots, 0$ .

Откуда получаем  $z_0 = \sin x$ .

Рекуррентное соотношение позволяет многократно уменьшать интервал изменения аргумента. Для вычисления по рекуррентным формулам необходимо задаваться начальным (завершающим) приближением  $z_{m_0}$  в виде отрезка легко вычисляемого степенного ряда, цепной дроби и т.д. Аналогично рассматривается функциональное уравнение для обратных рекуррентных соотношений [21].

Модель погрешности такого типа рекуррентных формул имеет вид:

$$\Delta \approx C_n (x/n^m)^\ell \approx x/n^{m\ell+1},$$

где  $C_\ell$  – константа, зависящая от параметра  $\ell$ ;

$n$  – число, определяющее величину уменьшения интервала (в некоторых случаях основание степени системы счисления);

$m$  – количество итераций используемой рекуррентной формулы;

$\ell$  – порядок обрабатываемого члена отрезка начального (завершающего) приближения.

Увеличение параметра  $m$  приводит к увеличению числа итераций по рекуррентной формуле, а увеличение параметра  $\ell$  приводит к увеличению сложности начального приближения. В общем случае ищется компромисс. На практике близко к оптимальному решение, когда  $m \approx \ell$ .

В работах [21–23] приведены различные функциональные уравнения для ряда математических функций и доказаны соответствующие теоремы. Подобные подходы рассматриваются также при создании экономических адаптивных методов "цифра за цифрой" [24].

Дальнейшее развитие представленных в настоящей работе подходов к получению адаптивных аппроксимаций функций связано с распространением их на комплексную область изменения аргумента и использованием в качестве аргумента матриц, а также получением функциональных уравнений на основе интегральных и дифференциальных уравнений.

Практическое использование адаптивных аппроксимаций функций приводит, с одной стороны, к получению эффективных специализированных методов вычисления функций на ЭВМ, а, с другой стороны, к получению обобщенных аппроксимаций, обладающих свойством порождения целого класса алгоритмов с заданными свойствами. Последнее обстоятельство чрезвычайно важно при построении баз знаний конкретной предметной области [25].

### **Выводы**

Таким образом, в работе показано, как на основе теории аппроксимации функций и различных механизмов адаптации к внутренним и внешним условиям применения получены обобщенные адаптивные аппроксимации функций. Это позволяет получать алгоритмы, которые обеспечивают адаптацию к данным, точности и времени счета, благодаря чему имеется возможность интенсифицировать процесс вычислений и осуществлять порождение необходимых эффективных методов для конкретного применения.

### **Список литературы**

1. Корнейчук Н.П., Лигун А.А., Доронин В.В. Аппроксимация с ограничениями. – Киев: Наукова думка, 1982. – 252 с.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 600 с.
3. Теслер Г.С. Место и роль алгоритмического базиса в решении проблемы производительности // Математические машины и системы. – 1997. – № 1. – С. 25 – 33.
4. Математический анализ. Функции, пределы, ряды, цепные дроби / В.Л. Данилов, А.Н. Иванова, Е.К. Исакова и др. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 440 с.
5. Литвин О.М., Рвачов В.Л. Класична формула Тейлора, узагальнення та застосування. – Київ: Наук. думка, 1973. – 122 с.
6. Бейкер Дж., Грейвс–Моррис П. Аппроксимации Паде: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 502 с.
7. Джоунс У., Трон В. Непрерывные дроби. Аналитическая теория и приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 414 с.
8. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: ГИФМЛ, 1963. – 1100 с.
9. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева: Пер. с польского. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
10. Ремез Е.Я. Основы численных методов чебышевского приближения. – Киев: Наукова думка, 1969. – 623 с.
11. Корнейчук Н.П. Сплаины в теории приближений. – М.: Наука, 1984. – 352 с.

12. *Ланцош К.* Практические методы прикладного анализа: Пер. с англ. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 524 с.
13. *Fike C.T.* Computer evaluation of mathematical function. – New Jersey: Prentice – Hall, 1968. – 228 p.
14. *Дзядык В.К.* Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. – Киев: Наукова думка, 1988. – 304 с.
15. *Трауб Дж.* Итерационные методы решения уравнений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 264 с.
16. *Байков В.Д., Смоллов В.Б.* Специализированные процессоры: итерационные алгоритмы и структуры. – М.: Радио и связь, 1985. – 288 с.
17. *Иванов В.В.* Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. – Киев: Наукова думка, 1986. – 584 с.
18. Функционально-ориентированные процессоры / А.И. Водяхо, В.Б. Смоллов, В.У. Плюснин, Д.В. Пузанков. – Л.: Машиностроение, 1988. – 224 с.
19. *Гончаров В.Л.* Теория интерполирования и приближения функций. – М.: Гостехиздат, 1954. – 316 с.
20. *Попов Б.А.* Равномерное приближение сплайнами. – Киев: Наукова думка, 1989. – 272 с.
21. *Благовещенский Ю.В., Теслер Г.С.* Вычисление элементарных функций на ЭВМ. – Киев: Техніка, 1977. – 208 с.
22. *Попов Б.А., Теслер Г.С.* Приближение функций для технических приложений. – Киев: Наукова думка, 1980. – 352 с.
23. *Попов Б.А., Теслер Г.С.* Вычисление функций на ЭВМ. Справочник. – Киев: Наукова думка, 1984. – 600 с.
24. *Теслер Г.С.* Организация параллельных вычислений элементарных функций с использованием экономичных алгоритмов // Тезисы докладов Всесоюзной школы-семинара "Распараллеливание обработки информации". – Львов. – 1985. – Кн. 1. – С. 95 – 97.
25. *Теслер Г.С.* Построение базы знаний на основе порождающих алгоритмов // Разработка и внедрение цифровых вычислительных комплексов и систем распределенной обработки данных. Сб. научн. трудов. – Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1986. – С. 21 – 27.

## Дополнение

### Наследие академика В.М. Глушкова

#### 1. Люди и судьбы

Академик Виктор Михайлович Глушков относится к плеяде выдающихся советских и украинских ученых, оказавших влияние не только на отечественную, но и мировую науку. Именно В.М. Глушков дал современной кибернетике и информатике импульс дальнейшего развития по сравнению с Н. Винером [1, 2]. Являясь выдающимся математиком в области современной алгебры, он построил фундамент, на котором развиваются современная кибернетика и информатика. Научное наследие академика В.М. Глушкова огромно и многогранно. Естественно, что автор этой статьи не собирается говорить обо всем наследии, а только о той небольшой его части, с которой соприкасался непосредственно при выполнении тех или иных работ, а также преломленных через призму своего "я". Это связано с тем обстоятельством, что жизнь творческих людей продолжается и после их физической смерти. Она продолжается до тех пор, пока живы их идеи, есть результаты творчества и имеются продолжатели их идей. Подобный подход был свойствен и самому Виктору Михайловичу. Так, в беседе с Н. Павленко он говорил [3]: "Я думаю, что современники – это не те люди, которые живут одновременно со мной. Наши современники – это, прежде всего, те люди, которых волновали все те проблемы, которые волнуют людей сегодня".

В связи с 80-летием со дня рождения Виктора Михайловича хотел бы вспомнить несколько эпизодов непосредственных контактов с ним на заре его пребывания в Киеве.

Студентам механико-математического факультета Киевского университета им. Т.Г. Шевченко повезло: они стали одними из первых, кому начал читать спецкурс "Синтез электронных схем" молодой доктор физико-математических наук, директор ВЦ АН УССР В.М. Глушков. Студентам по "своим каналам" сразу же стало известно, что совсем недавно В.М. Глушков блестяще защитил докторскую диссертацию в МГУ. Уже гораздо позже узнали и ее название [4]. Среди студентов, слушавших спецкурс, был и автор этой статьи. Лекции В.М. Глушков читал прекрасно. Он умел излагать самые отвлеченные и трудные вопросы с редкой простотой и ясностью. Первые лекции я записывал фрагментарно: так просто, ясно и доходчиво излагал лектор материал. Но первое впечатление оказалось обманчивым, так как материал был достаточно сложным и сразу все охватить не представлялось возможным, а из книг в то время мне была доступна только одна [5]. Уже позже я узнал, что за этой легкостью и понятностью лекций, помимо острого ума и феноменальной памяти, лежит большой труд. Но, наряду с изложением заранее подготовленного материала, нередко на лекциях были и импровизации нового доказательства теорем. Эти свои качества Виктор Михайлович демонстрировал и на семинаре по изу-

чению известного в пятидесятые годы прошлого столетия сборника "Автоматы" [23], где вместе с преподавателями и студентами КГУ участвовали и сотрудники ВЦ АН УССР.

Дальнейшее слушание лекций В.М. Глушкова произошло уже после окончания мной КГУ, в Доме научно-технической пропаганды на ул. Владимирской, где Виктор Михайлович читал для большой аудитории инженеров, преподавателей, военных, научных работников и студентов курс лекций, составивший в дальнейшем основу его монографии [6].

Соединяя в цепочку различные факты и события в жизни, иногда можно рассмотреть удивительные закономерности и связи.

Хочу вернуться к моменту появления В.М. Глушкова в Киеве. Известно, что молодого доктора физико-математических наук вскоре после защиты докторской диссертации пригласил в Киев тогдашний директор Института математики Б.В. Гнеденко. Это было приглашение для ознакомления с работой лаборатории вычислительной техники и математики при Институте математики АН УССР и, возможно, возглавления этой лаборатории. Вот как описывал этот момент из жизни Глушкова в своей художественно-документальной повести известный писатель Юрий Мушкетик [7]: "Неймовірно хвилювання пройняло Глушкова. Спочатку з того – звідки його знає Гнеденко? (Пізніше Віктор Михайлович довідався, що першу протекцію йому склав Симонов, з яким він жив у гуртожитку МДУ: "Жив зі мною один дивак...", отак Борис Володимирович прочитав роботу Глушкова. Далі його здивувала сама пропозиція. Але лабораторія обчислювальної техніки АН УРСР – це, насамперед, МЕОМ – мала електронна обчислювальна машина, створена під керівництвом академіка Лебедєва, і роботи, пов'язані з нею. Що він знає про ці роботи? А що він, Глушков, знає про кібернетику взагалі?" Так, кто же составил Виктору Михайловичу "протекцию" и кто же этот "чудак"? Настало время раскрыть некоторые "тайны мадридского двора". Мой научный руководитель Ю.В. Благовещенский рассказывал мне об этом эпизоде и просил сохранить всё в тайне. Но давно умерли фигуранты описанного эпизода и для правды истории, а заодно и для восстановления генеалогии жизни идей, я назову имя того "чудака", который посоветовал Гнеденко пригласить В.М. Глушкова в Киев, возглавить лабораторию вычислительной техники. Под псевдонимом Симонов, в повести Мушкетика [7] скрывался Ю.В. Благовещенский. Кличка "чудак" относится не к интеллектуальным способностям Ю.В. Благовещенского, а к его имиджу и рассеянности. Юрий Владимирович Благовещенский – человек энциклопедических знаний, виртуоз решения проблем прикладной математики и механики. Область научных интересов: конформные отображения, моделирование задач кручения и сгиба, вычислительные методы и т.п. Ю.В. Благовещенский занимался разработкой математического обеспечения машин «Промінь» и МИР, лауреат Государственной премии СССР.

Интересно проследить генеалогию научных связей и идей. Ю.В. Благовещенский (10.09.1910 – 14.08.1979) был учеником академика Дмитрия Александровича Граве (06.09.1863 – 19.12.1939), основоположника советской алгебраической школы [8]. Его основные работы посвящены алгебре, теории чисел, прикладной математике и механике, наряду с этим занимался также вопросами математической физики, теоретической механики, теории земного магнетизма, гидравлики и др., преподавал в Киевском университете. В свою очередь, Д.А. Граве был учеником академика П.Л. Чебышева (26.05.1821 – 08.12.1894), выдающегося математика и механика, в определённой степени причастного к созданию вычислительных средств и имеющего мировую известность. В то же время учениками Д.А. Граве были академик О.Ю. Шмидт (работы которого по алгебре развил В.М. Глушков), чл.-кор. АН СССР Н.Г. Чеботарев, чл.-кор. АН УССР Ю.Д. Соколов и другие. Вот так переплетаются люди, судьбы и идеи. Ещё одно совпадение произошло при написании книги [9]. Когда мы пришли в издательство "Техника" с рукописью, её директор, хорошо знавшая Ю.В. Благовещенского как научного редактора, посоветовала ему принести рекомендательное письмо от В.М. Глушкова. Когда мы принесли письмо, то оказалось, что на первом этапе мы попали к редактору Н.М. Корнильевой, которая редактировала книгу В.М. Глушкова "Введение в АСУ". Она рассказывала, как эта книга готовилась к печати "конвейерным" методом, т.е. написанные части книги сразу попадали в редакцию и шли в работу. Вот так случайно через пять лет пересеклись наши издательские пути.

Проблема конвейера еще не раз обсуждалась в трудах В.М. Глушкова. Это и создание электронного конвейера на предприятии, микро- и макроконвейеры при построении ЭВМ и т.д.

## **2. Использование и развитие идей и результатов В.М. Глушкова**

Идеи и результаты В.М. Глушкова я начал использовать непосредственно сразу после окончания КГУ. Так, в начале шестидесятых годов прошлого столетия идея Виктора Михайловича об использовании электронного конвейера на предприятии была мной использована при оптимизации состава и управления робототехнической линии (содержащей две автоматических "руки") силовых покрытий на Киевском радиозаводе. Это позволило почти в 2 раза увеличить ее производительность. Для достижения такой производительности и улучшения качества покрытий пришлось добавить автомат плотности тока.

В начале семидесятых годов при разработке аванпроекта ЭКВМ «Искра-125» совместно с отделом ИК АН УССР, возглавляемым И.В. Сергиенко, опираясь на опыт разработки машины "Украина" и МИР, а также на научные положения В.М. Глушкова и З.Л. Рабиновича о повышении машинного интеллекта [10 – 12], был разработан встроенный язык высокого уровня для ЭКВМ «Искра-125». Идеи В.М. Глушкова и накопленный опыт по созданию вычисли-

тельных средств реального времени, работающих в условиях жестких ограничений, позволили разработать целый ряд вычислительных средств, которые не уступали по своим функциональным и техническим характеристикам лучшим зарубежным образцам. Примечательно, что это осуществлялось на отечественной элементной базе, которая значительно уступала зарубежной.

Еще в 1960 г. в работе "Два универсальных критерия эффективности вычислительных машин" В.М. Глушков выдвинул идею оценивания эффективности ЭВМ на основе экономических критериев [13]. После этого многие исследователи предлагали различные усовершенствования данных критериев. Не остался в стороне и автор этой статьи. Так, в работе "Интенсификация процесса вычислений" [14] было предложено ряд критериев, среди которых наибольший интерес представляет минимаксный критерий, учитывающий противоречивость выдвигаемых к вычислительным системам требований. Дальнейшее развитие этот критерий получил в последующих работах автора [15 – 17]. Также в 1960 г. в работе "Проблемы вычислительной техники и вычислительной математики" В.М. Глушков писал [12, 18]: "Чрезвычайно важна проблема построения теории надежности электронных цифровых машин. Эта проблема имеет два аспекта: статический и динамический". В статическом аспекте теория надежности электронных цифровых машин не представляет собой чего-либо принципиально нового по сравнению с теорией надежности электронной аппаратуры вообще. Здесь речь идет о выработке методики расчета параметров схемы, обеспечивающих возможно больше изменяющихся с течением времени номиналов без заметного изменения качества работы".

Таким образом, речь идет об обеспечении функционирования системы без заметного изменения качества работы в случае возникших сбоев и отказов, т.е. отказоустойчивость вычислительных средств.

Автор данной статьи также занимался проблемой отказоустойчивости вычислительных средств [16]. Так, на основе анализа живучести биологических систем и рассмотрения возможностей элементарно-технологического, информационного, организационного и алгоритмических базисов сформулированы принципы построения таких вычислительных средств. При этом основное внимание уделено интенсификации процессов вычислений, адаптации вычислительных средств к условиям применения, балансу требований к обеспечению отказоустойчивости, используя различные виды избыточности и способы ее использования.

В конце своей жизни в работе "Основные архитектурные принципы повышения производительности ЭВМ" [12, 18] В.М. Глушков гениально предсказал будущее развитие вычислительных средств. В этой работе он писал: "...мозгоподобные структуры с параллельными процессами, управление многими потоками данных и команд, несомненно, представляют собой высший уровень развития архитектур ЭВМ, однако на нынешнем этапе электронной технологии

полная и бескомпромиссная их реализация является пока преждевременной. Необходимы компромиссные решения, представляющие собой переходные этапы к мозгоподобным структурам будущего... Любую ЭВМ можно рассматривать как своеобразную фабрику (или в простейших случаях мастерскую) по переработке информации. Эта аналогия выходит за рамки простых популяризаторских целей и является в действительности настолько глубокой, что может служить (и уже не раз служила) источником новых идей в развитии архитектуры ЭВМ и вычислительных комплексов". Эта идея для Виктора Михайловича была не случайной. О перспективности подобных мозгоподобных структур Глушков докладывал на конференции в Киеве еще в 1959 году. Автором этой статьи на основе исследования эволюции развития вычислительных средств и обобщённого закона зеркальной симметрии, а также принципа смешанного экстремума [14, 15, 17] была установлена справедливость предсказания В.М. Глушкова с небольшими уточнениями. Первое из уточнений относится к тому, что сетевое взаимодействие присуще не только ЭВМ, но и вычислительным сетям, бурно развивающимся в настоящее время. Второе уточнение касается специализации различных видов ЭВМ. Так, мозгоподобные структуры более приспособлены для обработки образов и знаний, включая системы планирования и принятия решений по управлению различными процессами. Третье уточнение касается того, что архитектура будущих вычислительных средств будет комбинированной, в соответствии с принципом смешанного экстремума, так как даже вычислительные средства, предназначенные для вычислений, в основном, будут работать, с одной стороны, в составе вычислительной сети, а, с другой стороны, сетевая архитектура будет необходима для ввода-вывода информации и планирования вычислительного процесса в будущих ЭВМ.

В.М. Глушков затронул тему о роли информации в Природе. Так, в работе [12] "Об информационных возможностях современных электронных вычислительных машин" еще в 1960 году он писал: "Под информацией в современной науке принято понимать меру неоднородности распределения материи и энергии в пространстве и времени. При таком понимании информации оказывается возможным говорить, например, об информации, которую несет солнечный луч, шум горного обвала, шорох листвы и т.п. Во всяком случае при этом необязательно требовать осмысленности, с которой обычно неразрывно связывается понятие информации в ее обычном, житейском понимании".

Данная идея В.М. Глушкова нашла дальнейшее продолжение в работе автора этой статьи "Информация – феномен природы: роль информации в естественной и искусственной природе" [19]. В ней на основе разнообразных фактов из живой и неживой природы, включая искусственную, созданную человеком, сформулирован постулат о роли информации (ее взаимодействии и влиянии) в естественных и искусственных процессах, происходящих в живой, неживой и искусственной природе. На основе сформулированного постулата в

работе предлагается создание новой базовой науки – посткибернетики. Эта наука должна стать правопреемницей ныне существующих наук: кибернетики, информатики, computer science, имеющих своим основным предметом изучения информацию, ее свойства, механизмы взаимодействия и влияния на скорость протекания и направленность в разнообразных процессах и явлениях в живой, неживой природе. Этим самым, по мнению автора, произойдет преодоление противопоставления кибернетики Н. Винера и В.М. Глушкова, а также кризиса, который она переживает [20, 22].

Более подробно остановимся на принципах построения АСУ, предложенных В.М. Глушковым в книге "Введение в АСУ [23]. В 1972 году при появлении эти принципы произвели очень большое впечатление на разработчиков и пользователей АСУ своей комплексностью, продуманностью и фундаментальностью. Но проходит время и кажется, что данные принципы уже не так важны, а, возможно, и устарели. С такой точкой зрения столкнулись авторы работы "Справочник – словарь терминов АСУ" [24]. И стоило больших трудов убедить сомневающихся соавторов в том, что эти принципы носят фундаментальный характер и их можно применять не только к АСУ организационного типа, а и для большинства видов АСУ. Понятно, что при этом требовалось их модернизировать и дополнять новым содержанием. Так, например, принцип согласования пропускных способностей отдельных частей системы. Была сделана привязка принципа к уже известным законам Амдала и Флина, включая и положения самого же В.М. Глушкова, высказанные после опубликования этих принципов (в частности, что основные вычислительные затраты ЭВМ сосредоточены в циклах). Приведем еще один пример. Так, принцип функциональной избыточности в справочнике [24] был дополнен связью с принципом ортогональности Г. Майерса, функциональной ориентацией процессоров, статической и динамической адаптацией. Таким образом, оказалось, что рассматриваемый принцип важен не только в АСУ, но и для обеспечения высокого уровня отказоустойчивости [16].

Предложенные В.М. Глушковым принципы построения АСУ в дальнейшем стали идейной основой для создания основных принципов интенсификации процесса вычислений [14]. Отметим, что последний тринадцатый принцип – единство ближних и дальних целей непосредственно сформулировал В.М. Глушков.

Гносиологически понятие кибернетика тесно связано с управлением человеческим обществом. Так, еще в 1834 году, строя свою всеобъемлющую классификацию наук, известный французский физик Ампер назвал эту науку кибернетикой. Если заглянуть в глубь веков, то ещё древнегреческие мыслители задумывались о принципах построения, в их понимании, справедливого общества. Не обошел вниманием связи кибернетики и общества ее создатель Н. Винер [2]. Зная многогранность Виктора Михайловича как ученого и человека

было бы неестественным, чтобы он не обратил свое внимание на такую животрепещущую тему. Прежде всего В.М. Глушков подходил к ней как кибернетик и ему было понятно, что в централизованном обществе с плановой экономикой невозможно улучшить благосостояние народа без мощных средств учета, контроля и управления. Но без использования средств вычислительной техники и техники связи решить эту проблему эффективно невозможно. Так родилась идея создания ОГАС – общегосударственной автоматизированной системы сбора и обработки информации для учёта планирования и управления народным хозяйством, функционирующей на принципах организационного, методологического и технического единства и единой автоматизированной системы связи [12, 18]. В работе "Социально-экономическое управление в эпоху научно-технической революции", написанной в 1979 году, В.М. Глушков писал [12]: "...слепое копирование механизмов стимулирования, используемых в капиталистической системе, в наших условиях не может дать адекватные результаты. Это относится в полной мере и к таким механизмам, как механизм конкуренции между отдельными предприятиями и связанный с ним рыночный механизм. В лучшем случае подобные механизмы могут позволить взять лишь достигаемые относительно малыми усилиями поверхностные пласты резервов". Вполне понятно, что как кибернетик и пытливый исследователь Виктор Михайлович понимал, что без обратных связей, которые дает конкуренция между предприятиями, нельзя обойтись. Но, с другой стороны, он, естественно, не мог и не хотел выступать против существующей системы. Поэтому предложил промежуточное решение. В той же работе В.М. Глушков пишет [12]: "Как стимулировать процесс полного раскрытия предприятиями своих возможностей? Как уже отмечалось выше, достичь этой цели, используя механизмы конкуренции между предприятиями и рыночными отношениями, в наших условиях невозможно. В 1972 году автору пришла в голову мысль использовать вместо внешней конкуренции, когда каждое предприятие выступает как единое целое, внутреннюю конкуренцию в рамках каждого предприятия, вводя различные системы стимулирования для различных работающих и прежде всего для различных звеньев аппарата управления". Приведенные цитаты показывают, что в рамках тоталитарных систем даже гениальные люди вынуждены вместо прямых путей решения политикоэкономических проблем искать обходные пути.

В работе автора статьи, написанной уже в настоящее время [25], исследованы возможности плановой и рыночной экономики. На основе этих исследований показано, что как плановая, так и рыночная экономика, не являются оптимальными для построения постиндустриального социально-экологического общества. Наиболее близка к оптимальной рыночно-плановая система. О правильности таких выводов служит эволюция передовых государств в этом направлении, а также опыт Китая.

Итак, введение в строй системы ОГАС не могло спасти как плановую, так и рыночную систему. Однако будущее постиндустриальное социально-экологическое общество с рыночно-плановой экономикой [25] открывает новые возможности для возрождения идей и опыта создания нового поколения ОГАС. Этому будет способствовать эффективная инфраструктура, включающая средства коммуникации, средства вычислительной техники и обилие программных продуктов. При этом решение проблем, связанных с созданием оптимального экономического и гражданского обществ в наиболее полном объеме, будет одной из первоочередных задач новой науки посткибернетики [19, 25].

В заключение хочется отметить очень важное качество Виктора Михайловича – умение создавать деловую и демократичную атмосферу при обсуждении самых сложных научно-технических проблем. На этих обсуждениях никому не представлялась возможность "давить" своим авторитетом и создавались максимально комфортные условия для проведения "мозгового штурма" обсуждаемой проблемы. Еще более важно, что такой стиль обсуждения вошел в кровь и плоть тогдашних сотрудников Института кибернетики и передается как эстафетная палочка от одного поколения к следующему, распространяясь на весь ныне существующий Кибернетический центр.

### **3. Послесловие**

Мы должны быть благодарны нашим великим предшественникам, которых В.М. Глушков называл современниками, за их гигантский первооткрывательский труд. Благодаря им мы расширили свой горизонт виденья, и благодаря этому осуществляется непрерывность развития науки.

В связи с этим наследие и результаты творчества В.М. Глушкова надо воспринимать не как догму, а как повод для размышления о том, как его результаты и идеи можно усовершенствовать, исходя из новых знаний и фактов.

В заключение хочу напомнить слова академика В.М. Глушкова, обращенные к нам в беседе с журналистом М. Павленко, автором книги "Академік Глушков: погляд у майбутнє" [3]: "Кібернетика як наука може дати надзвичайно багато, – говорив В.М. Глушков, – натомість вона вимагає захопленості, відданості і готовності трудитися з повною віддачею фізичних і духовних сил. Вона не терпить людей незібраних, білоручок і "вузьких спеціалістів".

Таким был и сам Виктор Михайлович и такими завещал быть будущим кибернетикам.

### **Список литературы**

1. *Винер Н.* Кибернетика или управление и связь в животном и машине: Пер. с англ. – М.: Сов. радио, 1958. – 216 с.
2. *Винер Н.* Кибернетика и общество: Пер. с англ. – М., 1958 – 2000. – 200 с.
3. *Павленко М.* Академік Глушков: погляд у майбутнє. – Київ: Молодь, 1988. – 120 с.

4. Глушков В.М. Топологические локально нильпотентные группы: Дис... д-ра физ.-мат. наук. – Москва, 1955. – 245 с.
5. Синтез электронных вычислительных и управляющих схем: Пер. с англ. – М.: Иностранная литература, 1954. – 358 с.
6. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. – М.: ГИФМЛ, 1962. – 476 с; Вычислительные машины (СЕАК и ДИСЕАК) национального бюро стандартов США: Пер. с англ. – М.: Гос. научно-техническое издательство машиностроительной литературы. – 1958. – 208 с.
7. Мушкетик Ю. На круті гори. Художньо-документальна повість. – Київ: Дніпро, 1976. – 175 с.
8. Боголюбов А.Н. Математики, механики: Библиографический справочник. – Киев: Наукова думка, 1983. – 640 с.
9. Благовещенский Ю.В., Теслер Г.С. Вычисление элементарных функций на ЭВМ. – Киев: техника, 1977. – 208 с.
10. Человек и вычислительная техника / В.М. Глушков, В.Н. Брановицкий, А.М. Довгяло, З.Л. Рабинович, А.А. Стогний. – Киев: Наукова думка, 1971. – 294 с.
11. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации / В.М. Глушков, А.А. Барабанов, Л.А. Калиниченко, С.Д. Михновский, З.Л. Рабинович. – Киев: Наукова думка, 1970. – 280 с.
12. Глушков В.М. Кибернетика, вычислительная техника, информатика: В 3 т. – Киев: Наукова думка, 1990. – Т. 1. – 264 с.; Т. 2. – 268 с.; Т. 3. – 224 с.
13. Глушков В.М. Два универсальных критерия эффективности вычислительных машин // Докл. АН УССР. – 1960. – № 4. – С. 477 – 481.
14. Теслер Г.С. Интенсификация процесса вычислений // Математические машины и системы. – 1999. – № 2. – С. 25 – 37.
15. Теслер Г.С. Принципы смешанного экстремума как основа эволюции вычислительных средств // Математические машины и системы. – 2002. – № 1. – С. 3 – 13.
16. Теслер Г.С. Концепция создания вычислительных средств с высоким уровнем отказоустойчивости // Математические машины и системы. – 2002. – № 2. – С. 176 – 183.
17. Теслер Г.С. Перспективы развития вычислительных средств с сетевым взаимодействием // Математические машины и системы. – 2001. – № 1,2. – С. 3 – 12.
18. Глушков В.М. Кибернетика. Вопросы теории и практики. – М.: Наука, 1986. – 488 с.
19. Теслер Г.С. Информация – феномен природы: роль информации в естественной и искусственной природе // Математические машины и системы. – 2003. – № 1. – С. 155 – 165.
20. Дидук Н.Н., Коваль В.Н. Существует ли наука кибернетика // Проблемы управления и информатики. – 2001. – № 3. – С. 133 – 155.
21. Полонников Р.И., Юсупов Р.И. Воспримет ли кибернетику XXI век // Проблемы управления и информатики. – 2001. – № 6. – С. 132 – 152.
22. Соловьев О.В. Описание случая целенаправленного поведения живой системы, в которой отсутствует противоречие между целенаправленностью (или жива, жива кибернетика) // Проблемы управления и информатики. – 2002. – № 2. – С. 140 – 152.
23. Глушков В.М. Введение в АСУ. – Киев: Техника, 1972. – 312 с.
24. Справочник – словарь терминов АСУ / В.И. Вьон, А.А. Кобозев, Т.А. Паничевская, Г.С. Теслер / Под ред. д.т.н. Ю.Е. Антипова, чл.-корр. АН УССР А.А. Морозова. – М.: Радио и связь, 1990. – 128 с.
25. Теслер Г.С. Концепция построения постиндустриального информационного общества // Математические машины и системы. – 2000. – № 2, 3. – С. 193 – 195.
26. Автоматы: Сб. статей / Под ред. К.Э. Шеннона, Дж. Маккарти: Пер. с англ. – М.: изд-во иностранной литературы, 1956. – 403 с.

Приведены основные аспекты новой кибернетики, являющейся правопреемницей кибернетики Н. Винера, информатики и компьютерной науки на новом этапе их развития. Основное внимание в книге уделено информационному взаимодействию и влиянию в живой, неживой и искусственной природе, а также законам эволюционного развития, которые служат базой для прогнозирования процессов и явлений. Исследованы процессы глобализации общества и предложена концепция построения динамически сбалансированного постиндустриального информационно-социального общества. Подробно описаны процессы эволюционного развития компьютерных средств и интенсификация процесса вычислений. Всеобщность действия законов природы продемонстрирована на примере рассмотрения адаптивных аппроксимаций и вычислений на основе формул с обратной связью.

Основу книги составляют постулат об информационном взаимодействии и влиянии, а также методология исследования эволюционных процессов объектов различной природы.

Рассчитана на инженерно-технических, научных работников и студентов, занимающихся кибернетикой, информатикой, компьютерными науками, а также интересующихся социально-экономическими проблемами.



Теслер Геннадий Семенович, доктор технических наук, кандидат физико-математических наук, главный научный сотрудник Института проблем математических наук НАН Украины, профессор Института новейших технологий Национального авиационного университета. Окончил Киевский государственный университет имени Т.Г. Шевченко, механико-математический факультет по специальности математик-вычислитель.

Кандидатскую диссертацию защитил в Институте кибернетики АН УССР по специальности «Теоретическая кибернетика», а докторскую – в ИПММС НАН Украины по специальности «Математическое и программное обеспечение ЭВМ и систем».

Специалист в области технологий оптимизации вычислений, аппроксимации функций, совершенствования базисов компьютерной техники, системной методологии и компьютерных наук.

Принимал участие в создании более 20 специализированных, проблемно-ориентированных и универсальных ЭВМ и систем.

Автор более 120 научных трудов, в том числе трех монографий и двух справочников.

Gennadiy S. Tesler, Doctor of Technical Sciences, PhD of Physical-Mathematical Sciences, is Chief Scientist at the Institute of Problems of Mathematical Machines and Systems of the National Academy of Sciences of Ukraine, also Professor of the Institute of the Newest Technologies of the National Aviation University. Graduated from the Mechanical-Mathematical Faculty of the T.G. Shevchenko Kiev State University, as a computational mathematician.

Made PhD Dissertation in Theoretical Cybernetics at the Institute of Cybernetics of the Ukrainian Academy of Sciences, and Doctoral Dissertation at IPMMS NAS of Ukraine, in Mathematical and Programming Support of Computers and Systems.

He is a specialist in technologies of optimization of computations, approximation of functions, modernization of the foundations of computer engineering, system methodology, and computer sciences.

Participated in the creation of more than 20 specialized, problem-oriented, and universal computers and systems.

Has authored more than 120 scientific publications, including three monographs and two reference books.

**G.S. TESLER**

# **THE NEW CYBERNETICS**

**Kyiv – 2004**

Basic aspects of the new cybernetics, as a legitimate successor to the cybernetics of N. Wiener, informatics, and computer science, on the new stage of their development, are presented. The main attention in the book is paid to the informational interaction and influence in the living, non-living, and artificial nature, as well as to the laws of evolutionary development, which serve as a basis for the prognosis of processes and events. The processes of globalization of the society are investigated, and a concept of the creation of a dynamically balanced post-industrial information-social society is proposed. The processes of evolutionary development of computer means and intensification of computations are described in detail. The universality of influence of the laws of nature is demonstrated on an example of adaptive approximations and computations based on the formulae with a feedback.

The postulate about information interaction and influence, as well as the methodology of investigation of evolutionary processes in the objects of different natures constitute the basis of the book.

The book is oriented on the engineers, technicians, scientists and students engaged in cybernetics, informatics, and computer science, and who are also interested in social-economic problems.

## Contents

Preface.....	7
<b>Part I. The foundations of the new cybernetic</b>	
<b>Chapter I. Information is phenomenon of the nature</b>	
1.1. Statement of problem.....	13
1.2. Statute.....	14
1.3. Phenomenon of the water and crystalline structure.....	18
1.4. Facts, indicative directly or indirectly about the influence of the information on proceeding in the nature processes.....	21
1.5. Postulate about information interaction and influence.....	23
1.6. Philosophical-semantic approach.....	27
1.7. Information field.....	29
<b>Chapter 2. New cybernetics as the object of researching</b>	
2.1. Crisis of cybernetics.....	36
2.2. N. Wiener's and V. Glushkov's cyberneticses.....	38
2.3. Object of the new cybernetic researching.....	43
<b>Chapter 3. Systems approach when studying evolution processes: forecasting processes of natural and artificial nature</b>	
3.1. State of the problems.....	49
3.2. Forecasting processes of natural and artificial nature.....	51
3.3. General laws of the development and degradation of nature objects.....	53
3.4. System approach and apparatus of forecasting of evolution processes.....	58
3.5. Globalization of the economics.....	66

## Chapter 4. **Principle of mixed extremum as the base of evolution processes**

4.1. State of the problem.....	81
4.2. Evolution of computer means.....	86
4.3. Forecasting form of computer.....	90

## Chapter 5. **Mechanisms of bringing in dynamism in plan economy**

5.1. State of the problem.....	97
5.2. Adaptive control.....	98
5.3. Mechanism of the inverse connections.....	100
5.4. Scheme of monitoring economy of the transition period on the base of standard model and theoretical knowledge about economy.....	102
5.5. Examples of the economical-mathematical models.....	103
5.6. Dynamical model of the marketing.....	104

## Chapter 6. **Postindustrial information social-ecological society**

6.1. State of the problem.....	108
6.2. Critics of Marxism-Leninism in general and K. Marx's economy, in particular.....	111
6.3. Critics of the capitalist economy.....	113
6.4. Conception of building postindustrial information social-ecological society.....	114
6.5. Hierarchy of balances.....	118
6.6. Building the harmonious society.....	120

## Chapter 7. **Basises of the computer technique**

7.1. Algorithmic basis and its classification.....	126
7.2. Analysis of basises of computer technique and its decision of productivity problems.....	132
7.3. Methods and means of the algorithmic basis to fasten the computing processes.....	137
7.4. Adaptation and its role in the process of computing .....	142

7.5. Adaptive approximations and intensification of computing processes.....	145
--	-----

## Chapter 8. **Intensification of computing processes**

8.1. State of the problem.....	150
8.2. Main principles of intensification of the computing process.....	153
8.3. Criteria of indices of quality of computing process intensification.....	156

## Chapter 9. **Comparison of processes evolution development of computer means and vegetable kingdom**

9.1. State of the problem.....	166
9.2. Information and entropy .....	167
9.3. Evolution of the vegetable kingdom.....	171
9.4. Comparison of the evolution processes of the vegetable kingdom and computer means.....	173

## Chapter 10. **Perspectives of the development of the computer means with network interaction**

10.1. State of the problem.....	182
10.2. Evolution of the development of the computer means in live nature and society.....	184
10.3. Role of bio-, neurocomputers and computer networks in the evolution of computer means development.....	187
10.4. Virtual semantic-information networks.....	189

## Chapter 11. **Evolution of the development of the languages and systems of programming**

11.1. The state of the problem.....	195
11.2. Classification and comparison of the languages of programming.....	195
11.3. Evolution development of the languages and systems of programming.....	197
11.4. Structural programming and abstract data types .....	203
11.5. The subsequent ways of the development of languages.....	206

## Chapter 12. **Conception of creating computer systems with high level failure-stability**

12.1. State of the problem.....	213
12.2. Principles of creating high-reliable failure-safe computer systems.....	216
12.3. The role of basis of computer technique and redundancy.....	218

Section II. Adaptation and feedbacks in computing mathematics. Role of mathematics in understanding processes and phenomena, happening in the nature

## Chapter 13. **Adaptive approximation and iterative processes**

13.1. State of the problem.....	224
13.2. Theoretical bases of the iterative processes.....	229
13.3. Expansion of the function on discrepancies as the base of receiving adaptive approximation and iterative functions.....	233
13.4. Recurrence in computer evaluation of mathematical functions and reducing the argument range to a very small interval.....	239

## Chapter 14. **Methods of expansion function on discrepancies**

14.1. Expansion function on discrepancies.....	244
14.2. The direct methods of expansion on discrepancy series.....	246
14.3. Functional transformations for receiving expansions on discrepancy.....	250
14.4. Calculations of the inverse functions.....	255
14.5. Expansion of functions on discrepancy series on Chebeshev's polinominals.....	257
14.6. Methods of getting of rational expansions on discrepancies.....	260
14.7. Methods of economization of expansion on discrepancies.....	268
14.8. Base sequences of IF for computing functions.....	271
14.9. Adaptives on data of computing functions.....	291

14.10. Segmented approximations and tabular methods of computing functions.....	294
---	-----

## Chapter 15. **Adaptive economic asynchronous iterative methods “digit by digit”**

15.1. State of the problem.....	309
15.2. Functional relation for getting adaptive methods “digit by digit ”.....	313
15.3. Computing functions on the base of adaptive methods “digit by digit ”.....	315

## Chapter 16. **Adaptive approximation of function**

16.1. State of the problem.....	322
16.2. Adaptive approximations, based on expansion of function on discrepancy.....	323
16.3. Adaptive on accuracy of approximation of function.....	329

## **Addition**

## **Heritage**

Academician V.M. Glushkov’s Heritage.....	333
---	-----