ПЕРВЫЙ ПРИНЦИП ЛОГИЧЕСКОЙ ТРАНСЦЕНДЕНЦИИ

14 октября 2011 г.

Информационный портал

«Орифламма»

Донецк, Украина

Александр Нодарович Ахвледиани

Международное научно-техническое общество

«INCOL»

Кармиэль, Израиль

ПЕРВЫЙ ПРИНЦИП ЛОГИЧЕСКОЙ ТРАНСЦЕНДЕНЦИИ

А.Н. Ахвледиани

Научно-техническое общество «INCOL» Israel – Georgia

Email – alexanderakhvlediany@yandex.ru

Аннотация

В настоящей работе, в рамках классической формальной логики нулевого порядка сформулирован и доказан «Первый принцип логической трансценденции».

В настоящем работе приведены формулирировка и доказательство **«Первого принципа логической трансценденции»**, свидетельствующего о том, что второй и третий основные законы классической аристотелевской традиционной логики в рамках классической формальной логики нулевого порядка носят частный характер.

Рассмотрим некоторые основные определения классической формальной логики, связанные с понятием доказательства.

<u>Определение формального логического доказательства</u>

В логике и математике, формальным логическим доказательством логической или математической формулы L***, при наперед заданных исходных посылках, называется цепочка логических или математических умозаключений, формально-логически истинно свидетельствующая о том, что при наперед заданном наборе аксиом и правил вывода, а также при заданных исходных посылках, - формула*** L ***выводима из исходных посылок.***

<u>Определение формального вывода</u>

Формальным выводом называется конечное, упорядоченное множество строк, написанных на формальном языке, таких, что каждая из них является либо аксиомой, либо получена из предыдущих строк применением одного из правил вывода.

<u>Определение формального доказательства</u>

Формальным доказательством утверждения или логической формулы называется формальный вывод, последней строкой которого является данное утверждение.

Определение теоремы

Утверждение, имеющее формальное доказательство, называется теоремой.

Определение формальной теории

Множество всех теорем в данной формальной модели, рассматриваемое вместе с алфавитом формального языка, множествами аксиом и правил вывода, называется формальной теорией.

Определение логически сильно трансцендентных утверждения и формулы

Логическое или математическое утверждение, или же формула A называется логически сильно трансцендентной по отношению к классической аристотелевской традиционной логике, если в рамках классической формальной логики нулевого порядка по отдельности непротиворечиво выводимы, как формула A так и формула ⌐A.

Определение логически сильно трансцендентной теории

Формальная или полуформальная теория называется логически сильно трансцендентной, если в ней существуют непротиворечиво выводимые сильно трансцендентные формулы A и ⌐A.

В **Таблице 1** рассматриваются логические формулы, определенные на множестве бинарных логических операций классической формальной логики нулевого порядка.

x и **y** – логические переменные;

0 и **1** — логические ,тождественные нуль и единица соответственно,

$\mathbf{F_1(x, y)}$ — конъюнкция ($\mathbf{F_1(x, y) = x\&y = x \wedge y = \min(x, y)}$),

$\mathbf{F_2(x, y)}$ — дизъюнкция ($\mathbf{F_2(x, y) = x \vee y = \max(x, y)}$),

$\mathbf{F_3(x, y)}$ — эквивалентность ($\mathbf{F_3(x, y) = x \sim y = x \equiv y = x \leftrightarrow y}$),

$\mathbf{F_4(x, y)}$ — сумма по модулю два ($\mathbf{F_4(x, y) = x \oplus y}$),

$\mathbf{F_5(x, y)}$ — импликация от **y** к **x** ($\mathbf{F_5(x, y) = x \longleftarrow y = x \subset y}$),

$\mathbf{F_6(x, y)}$ — импликация от **x** к **y** ($\mathbf{F_6(x, y) = x \longrightarrow y = x \supset y}$),

$\mathbf{F_7(x, y)}$ — стрелка Пи́рса = функция Да́ггера = функция Ве́бба («антидизъюнкция») ($\mathbf{F_7(x, y) = x \downarrow y}$).

Таблица 1. Основные формулы бинарных логических операций.

Бинарные логические операции										
x	**y**		**F_1(x,y)**	**F_2(x,y)**	**F_3(x,y)**	**F_4(x,y)**	**F_5(x,y)**	**F_6(x,y)**	**F_7(x,y)**	**F_8(x,y)**
0	**0**		**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**
0	**1**		**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
1	**0**		**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**
1	**1**		**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
x	**y**		**F_9(x,y)**	**F_{10}(x,y)**	**F_{11}(x,y)**	**F_{12}(x,y)**	**F_{13}(x,y)**	**F_{14}(x,y)**	**F_{15}(x,y)**	**F_{16}(x,y)**
0	**0**		**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**
0	**1**		**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
1	**0**		**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**
1	**1**		**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**

F_8(x, y) — штрих Ше́ффера («антиконъюнкция») (**F_8(x, y) = x**$|$**y**),

F_9(x, y), **F_{10}(x, y)** — инверсии импликаций **F_5** и **F_6**,

F_{11}— F_{14} — функции только одного аргумента,

F_{15}(x, y), F_{16}(x, y) — тождества.

Теперь сформулируем и докажем «Первый принцип логико-математической трансценденции».

<u>Первый принцип логической трансценденции (Ахвледиани А.Н. – Ахвледиани Н.В. – 1990 г)</u>

В классической формальной логике нулевого порядка существуют такие логически сильно трансцендентные формулы А и ⌐А, что по отдельности логически непротиворечиво выводимы, как А так и ⌐А.

Доказательство

Определим формулу A на множестве бинарных логических операций следующим образом:

$$A \equiv (x = 1) \equiv \langle 0,0,1,1 \rangle \tag{1}$$

Покажем, что на множестве бинарных операций существует непротиворечивый формальный вывод формулы (1) такой, что упорядоченное множество строк формального вывода содержит только непротиворечивые логические формулы, и кроме того логический кортеж истинности упомянутого выше формального вывода является тождественно доказуемым. Упомянутый выше формальный вывод основан на свойствах множества бинарных логических операций, приведенных в **Таблице 1.**

С учетом (1) имеет место следующий формальный вывод:

$$\{[(x \vee y) \wedge (x \Leftrightarrow y)] \Rightarrow (x = 1) \equiv [\langle 0,1,1,1 \rangle \wedge \langle 1,0,0,1 \rangle] \Rightarrow \langle 0,0,1,1 \rangle \equiv \langle 0,0,0,1 \rangle \Rightarrow \langle 0,0,1,1 \rangle\} \equiv \langle 1,1,1,1 \rangle \tag{2}$$

Формула (2) показывает, что представленный формальный вывод формулы A, при фиксированных значениях логических аргументов является доказуемым.

Рассмотрим теперь формулу:

$$[\neg A \equiv \neg(x = 1)] \equiv \langle 1,1,0,0 \rangle \tag{3}$$

Покажем, что на множестве бинарных операций существует непротиворечивый формальный вывод формулы (3) такой, что упорядоченное множество строк формального вывода содержит только непротиворечивые логические формулы, и кроме того упомянутый выше формальный вывод является доказуемым.

$$\begin{aligned}&\{[(x \oplus y) \wedge (x \Rightarrow y)] \Rightarrow \neg(x = 1) \equiv [\langle 0,1,1,0 \rangle \wedge \langle 1,1,0,1 \rangle] \Rightarrow \langle 1,1,0,0 \rangle \equiv \langle 0,1,0,0 \rangle \Rightarrow \langle 1,1,0,0 \rangle\} \equiv \\ &\equiv \langle 1,1,1,1 \rangle\end{aligned} \tag{4}$$

Формула (4) показывает, что представленный формальный вывод формулы $\neg A$, является доказуемым при фиксированных значениях логических аргументов.

Итак, тождественно доказуемые формулы (2) и (4) свидетельствуют о том, что формулы A и $\neg A$ выводимы непротиворечиво. Теорема доказана.

Доказанный нами «Принцип логико-математической трансценденции» свидетельствует о том, что глобально непротиворечивая классическая формальная логика нулевого порядка является логически сильно трансцендентной формально-логической теорией.