АВТОМОРФИЗМ ЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

ТРАНСЦЕНДЕНТНОЙ И ДЗЭНСКОЙ ЛОГИК

Ахвледиани Александр Нодарович

В настоящей работе на основе теоретико-множественного топологического метода выдающегося немецкого математика Феликса Хаусдорфа исследуются вопросы соотношения трансцендентной и дзэнской логик. Показано, что в общем топологическом логическом инверсном пространстве классической формальной логики нулевого порядка, на множествах унарных, бинарных и в общем случае n-арных логических операций классической формальной логики нулевого порядка, логические структуры трансцендентной и дзэнской логик являются автоморфными.

«Орифламма»
Донецк, Украина

Научное общество
«INCOL»

Кармиэль, Израиль

alexanderakhvlediany@yandex.ru

2/25/2012

АВТОМОРФИЗМ ЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ТРАНСЦЕНДЕНТНОЙ И ДЗЭНСКОЙ ЛОГИК

А.Н. Ахвледиани

Израиль, г.Кармиэль

Февраль 25, 2012

Аннотация

В настоящей работе на основе теоретико-множественного топологического метода выдающегося немецкого математика Феликса Хаусдорфа исследуются вопросы соотношения трансцендентной и дзэнской логик. Показано, что в общем топологическом логическом инверсном пространстве классической формальной логики нулевого порядка, на множествах унарных, бинарных и в общем случае n-арных логических операций классической формальной логики нулевого порядка, логические структуры трансцендентной и дзэнской логик являются автоморфными.

В работе /1/ на основе теоретико-множественного топологического метода выдающегося немецкого математика Феликса Хаусдорфа было определено общее топологическое инверсное логическое пространство следующим образом.

<u>Определение общего топологического инверсного логического пространства и его элементов</u>

Общее топологическое инверсное логическое пространство SL ***определяется на основании введения операции замыкания на множестве всех логических формул всех*** $n(n=1,...,m,...N)$ ***- арных логических операций классической формальной логики нулевого порядка. Упомянутая операция замыкания определена с помощью логической операции инверсии следующем образом.***

- **a.** ***Каждой логической формуле на каждом множестве*** m ***арных логических операций ставится во взаимнооднозначное соответствие логически инверсная ей формула.***
- **b.** ***Из пункта (a) непосредственно следует, что каждому подмножеству*** L ***логических формул множества*** SL ***всех логических формул классической формальной логики нулевого порядка сответствует его замыкание*** $\overline{L}$ ***.***
- **c.** SL ***- называется общим топологическим инверсным пространством классической формальной логики нулевого порядка.***

- **d.** ***Логические формулы пространства*** SL ***называются его обобщенными логическими точками или по иному – его логическими элементами.***
- **e.** ***Каждое подмножество*** L ***пространства*** SL ***называется точечным логическим множеством.***
- **f.** ***Множество логических формул*** $\overline{L}$ ***называется логическим замыканием*** L***.***
- **g.** ***Обобщенные логические точки (или что то же самое – логические элементы) логического замыкания*** $\overline{L}$ ***называются логическими точками соприкосновения точечного логического множества*** L***.***

Введеное нами определение и построение общего топологического логического пространства SL позволяет рассматривать достаточно широкий спектр вопросов, связанных с изучением логических и топологических свойств классической формальной логики нулевого порядка.

Для дальнейшего изложения нам необходимо рассмотреть понятия изоморфизма и автоморфизма классов и множеств.

Опеределение изоморфизма классов (множеств)

Пусть даны два класса(множества) A и A1 и в каждом из этих классов (множеств) определено по одной (не обязательно одноименной) бинарной операции. Классы (множества) A и A1 называются изоморфными, если между элементами этих классов (множеств) можно установить взаимно однозначное отображение f, сохраняющее бинарную операцию, а именно: если элементы a1,b1 из класса (множества) A1, являются образами элементов a и b из класса (множества) A, то a1b1 есть образ элемента ab.

Известно, что изоморфные классы неотличимы с точки зрения свойств операций – все, что может быть доказано для одного класса с некоторой бинарной операцией на основании свойств этой операции, но без использования природы этого класса, автоматически может быть перенесено изоморфные классы. Вследствие этого понятие изоморфизма позволяет отвлечься от природы элементов классов, обращая основное внимание на на изучение самих бинарных операций.

Опеределение автоморфизма классов (множеств)

Автоморфизмом класса (множества) A называется изоморфизм, отображающий класс (множество) A на себя.

В классической формальной логике нулевого порядка логическая структура формул на множестве унарных логических операций имеет следующий вид:

В таблице (1) унарных операций приняты следующие обозначения: **x** – логическая переменная, **g1(x)** – функция отрицания (негации), **g2(x)** – функция тождества, **g3(1)** – тождественная функция логической единицы, **g4(0)** – тождественная функция логического нуля. **0** и **1** — логические, тождественные нуль и единица соответственно.

Унарные логические операции				
x	**g1(x)Ξ(¬)**	**g2x Ξ(=)**	**g3(1) Ξ (1)**	**g4(0)Ξ (0)**
0	**1**	**0**	**1**	**0**
1	**0**	**1**	**1**	**0**

(1)

Основной задачей логики нулевого порядка является установление истинностного значения формулы, если определены истинностные значения входящих в нее переменных. Истинностное значение формулы в таком случае определяется индуктивно, с шагами, которые использовались при построении формулы с использованием таблиц истинности связок.

Критерий противоречивости и непротиворечивости формул классического исчисления высказываний

Пусть A – некоторая формула классического исчисления высказываний, а $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – перечень входящих в нее переменных. Вычислим $R_{a1,a2,..,an}(A)$ на множестве всех наборов значений $a_1, a_2, \ldots, a_n$ входящих в нее переменных. Если при этом $R_{a1,a2,..,an}(A)=0$, на всех наборах $a_1, a_2, \ldots, a_n$, то формула A – *признается тождественно недоказуемой*.

Если же существует набор значений переменных такой, что условие $R_{a1,a2,..,an}(A)=1$ выполняется хотя бы в одном случае из рассматриваемых, то формула A – *признается выполнимой и непротиворечивой.*

Критерий доказуемости и недоказуемости формул классического формального исчисления высказываний

Пусть A – некоторая формула классического исчисления высказываний, а $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – перечень входящих в нее переменных. Вычислим $R_{a1,a2,..,an}(A)$ на множестве всех наборов значений $a_1, a_2, \ldots, a_n$ входящих в нее переменных. Если при этом $R_{a1,a2,..,an}(A)=1$, на всех наборах $a_1, a_2, \ldots, a_n$, то формула A – тождественно истинна, *такая формула признается доказуемой*.

Если же существует набор значений переменных такой, что условие $R_{a1,a2,..,an}(A)=1$ не выполняется , то формула A – не тождественно истинная, *такая формула признается недоказуемой.*

В работе /2/ было показано, что несмотря на то, что согласно результатам, полученным выдающимся австрийским логиком Куртом Геделем, классическая формальная логика нулевого порядка является глобально непротиворечивой формальной логической системой, тем не менее в ней имеет место явление логической трансценденции, которое выражается доказанными в /2/ следующими теоремами.

Теорема о слабой логической трасценденции (Ахвледиани А.Н. - 2011)

На множестве унарных логических операций классической формальной логики нулевого порядка существуют логически слабо трансендентные формулы G и $\neg G$ по отношению к классической традиционной аристотелевской логике.

Теорема о предельной логической трансценденции (Ахвледиани А.Н. – 2011)

Классическая формальная логика нулевого порядка является логически предельно трансцендентной формальной логической системой. На множестве унарных логических операций выводима по крайней мере одна логически предельно трансцендентная формула.

Кроме этого для формальной классической логико-математической системы, содержащей классическую формальную логику нулевого порядка, «Метод математической индукции» и «Аксиому выбора» была доказана следующая «Теорема о генезисе логической трансценденции в основаниях классической математики».

Теорема о генезисе логической трансценденции в основании классической математики (Ахвледиани А.Н. – 2011)

Конструктивное существование счетного кортежа LCU логического коллапса на множестве унарных логических операций является достаточным условием для генезиса и счетного кортежа истинности $U1$, свидетельствующего о конструктивной осуществимости генезиса логической трансценденции на множестве унарных логических операций в каждой логико-математической формальной или полуформальной теории, содержащей классическую формальную логику нулевого порядка, «Метод математической индукции» и «Аксиому выбора».

Приведенные выше результаты свидетельствуют о том, что глобально непротиворечивая классическая формальная логика нулевого порядка является логически предельно трансцендентной системой и в сочетании с «Методом математической индукции» и «Аксиомой выбора» может приводить к генезису логической трансценденции.

Перейдем к рассмотрению отношений автоморфизма между трансцендентной и дзэнской логиками. Для этого необходимо рассмотреть следующие определения.

<u>Определение дзэн-логического объекта</u>

Дзэн-логическим объектом называется такое утверждение, или логическая формула, для которой имеет место одно из следующих соотношений:

$$Z = \neg Z \tag{2}$$

$$Z \Leftrightarrow \neg Z \tag{3}$$

<u>Определение дзэн-логического класса или множества</u>

Класс или множество ZL ***называется дзэн-логическим, если из его существования следует существование хотя бы одного, связанного с ним дзэн-логического объекта (2) или (3).***

В работе /3/ показано существование в рамках классической теории множеств дзэн-логических классов и дзэн-логических объектов. Именно таким дзэн-логическим классом является R - класс Рассела, которому сответствует дзэн-логический объект, выражаемый «Парадоксом Рассела».

<u>Первая теорема об автоморфных интерпретациях (Ахвледиани А.Н. – 2011)</u>

Каждая логическая формула трансцендентной логики нулевого порядка на множестве унарных логических операций, может быть интерпретирована в терминах дзэнской логики при условии сохранения отношения автоморфизма. Также каждая логическая формула дзэнской логики, определенная на множестве унарных логических операций может быть интерпретирована в терминах трансцендентной логики нулевого порядка.

Доказательство

Для доказательства сформулированной выше теоремы достаточно преобразовать формально логически эквивалентным образом **Таблицу (3)** унарных логических операций классической формальной логики нулевого порядка следующим образом:

Дзэн-логические унарные логические операции				
x	**g1(x)Ξ(¬)**	**g2x Ξ(=)**	**g3(1) Ξ (1)**	**g4(0)Ξ (0)**
$Z = \neg Z$	**1**	**0**	**1**	**0**
$Z = Z$	**0**	**1**	**1**	**0**

(4)

Из сопоставления **Таблицы (4)** с **Таблицей (1)** , мы видим, что множество дзэн-логических унарных операций автоморфно множеству унарных логических операций классической формальной логики нулевого порядка. А это в силу определения и свойств отношений изоморфизма и автоморфизма классов и множеств означает, что каждая логическая формула трансцендентной логики нулевого порядка, определенная на множестве унарных логических операций классической формальной логики нулевого порядка, может быть проинтерпретирована в терминах дзэнской логики, при условии сохранения отношения автоморфизма между самими логическими формулами и их соответственными элементами. На том же самом основании справедливо и обратное, а именно, - каждая логическая формула дзэнской логики нулевого, определенная на множестве унарных логических операций, может быть интерпретирована в терминах трансцендентной логики нулевого порядка, при условии сохранения отношения автоморфизма между самими логическими формулами и их соответственными элементами. Теорема доказана.

Вторая теорема об автоморфных интерпретациях (Ахвледиани А.Н. – 2011)

Каждая логическая формула трансцендентной логики нулевого порядка на множестве бинарных логических операций, может быть интерпретирована в терминах дзэнской логики при условии сохранения отношения автоморфизма. Также каждое утверждение дзэнской логики, определенное на множестве бинарных логических операций может быть интерпретировано в терминах трансцендентной логики нулевого порядка.

Доказательство

Для доказательства сформулированной выше теоремы необходимо рассмотреть сперва множество бинарных логических операций классической формальной логики нулевого

Бинарные логические операции										
x	y		$F_1(x,y)$	$F_2(x,y)$	$F_3(x,y)$	$F_4(x,y)$	$F_5(x,y)$	$F_6(x,y)$	$F_7(x,y)$	$F_8(x,y)$
0	0		0	0	1	0	1	1	1	1
0	1		0	1	0	1	0	1	0	1
1	0		0	1	0	1	1	0	0	1
1	1		1	1	1	0	1	1	0	0
x	y		$F_9(x,y)$	$F_{10}(x,y)$	$F_{11}(x,y)$	$F_{12}(x,y)$	$F_{13}(x,y)$	$F_{14}(x,y)$	$F_{15}(x,y)$	$F_{16}(x,y)$
0	0		0	0	1	1	0	0	1	0
0	1		0	1	1	0	0	1	1	0
1	0		1	0	0	1	1	0	1	0
1	1		0	0	0	0	1	1	1	0

(5)

порядка в соответствии с приведенной ниже таблицей.

x и **y** – логические переменные;

0 и **1** — логические ,тождественные нуль и единица соответственно,

F_1(x, y) — конъюнкция **(F_1(x, y) = x&y = x$\wedge$y = min(x, y)),**

F_2(x, y) — дизъюнкция **(F_2(x, y) = x$\vee$y = max(x, y)),**

F_3(x, y) — эквивалентность **(F_3(x, y) = x$\sim$y = x$\equiv$y = x$\leftrightarrow$y),**

F_4(x, y) — сумма по модулю два **(F_4(x, y) = x$\oplus$y),**

F_5(x, y) — импликация от **y** к **x** **(F_5(x, y)** = **x$\leftarrow$y** = **x$\subset$y),**

F_6(x, y) — импликация от **x** к **y** **(F_6(x, y) = x$\rightarrow$y = x$\supset$y),**

F_7(x, y) — стрелка Пи́рса = функция Да́ггера = функция Ве́бба («антидизъюнкция») **(F_7(x, y) = x$\downarrow$y**).

F_8(x, y) — штрих Ше́ффера («антиконъюнкция») (**F_8(x, y) = x$|$y**),

F_9(x, y), **F_{10}(x, y)** — инверсии импликаций **F_5** и **F_6**,

F_{11}— F_{14} — функции только одного аргумента,

F_{15}(x, y), F_{16}(x, y) — тождества

Теперь преобразуем формально логически эквивалентным образом **Таблицу (5)** унарных логических операций классической формальной логики нулевого порядка с сохранением автоморфизма логических формул следующим образом:

Дзэн-логические бинарные логические операции										
x	**y**		**F_1**	**F_2**	**F_3**	**F_4**	**F_5**	**F_6**	**F_7**	**F_8**
$Z=\neg Z$	$Z=\neg Z$		**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**
$Z=\neg Z$	$Z=Z$		**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
$Z=Z$	$Z=\neg Z$		**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**
$Z=Z$	$Z=Z$		**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
x	**y**		**F_9**	**F_{10}**	**F_{11}**	**F_{12}**	**F_{13}**	**F_{14}**	**F_{15}**	**F_{16}**
$Z=\neg Z$	$Z=\neg Z$		**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**
$Z=\neg Z$	$Z=Z$		**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
$Z=Z$	$Z=\neg Z$		**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**
$Z=Z$	$Z=Z$		**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**

(6)

Из сопоставления **Таблицы (5)** с **Таблицей (6)** , мы видим, что множество дзэн-логических бинарных операций автоморфно множеству бинарных логических операций трансцендентной логики нулевого порядка. А это в силу определения и свойств отношений изоморфизма и автоморфизма классов и множеств означает, что каждая логическая формула трансцендентной логики нулевого порядка, определенная на множестве бинарных логических операций классической формальной логики нулевого порядка, может быть интерпретирована в терминах дзэнской логики, при условии сохранения отношения автоморфизма между самими логическими формулами и их соответственными элементами. Также каждое утверждение аналитической дзэнской логики на множестве бинарных логических операций может быть интерпретировано в терминах трансцендентной логики нулевого порядка. Теорема доказана.

Для дальнейшего изложения нам понадобятся следующие определения и положения.

<u>Определение явной логической формулы</u>

Явной логической формулой на множестве m ***- арных логических операций трансцендентно логики нулевого порядка называется формула вида***

$$G\left\langle x_j \right\rangle \equiv g\left\langle x_1,...,x_j,...x_J \right\rangle \tag{7}$$

в общем случае выражающая логическую функциональную связь между логическими аргументами $\left\langle x_j \right\rangle$ ***и функцией*** $G\left\langle x_j \right\rangle$ ***на основе принятых в классической формальной логике правил применения логических операторов.***

Согласно /4/ известно следующее «Основное правило исчисления высказываний».

<u>Правило исчисления высказываний</u>

Если G ***является*** j ***- арной пропозициональной функцией от логических переменных*** $x_1,...,x_j,...x_J$ ***, и является тождественно доказуемой, то для каждой логической переменной*** x_j ***результат замены ее каким либо суждением не меняеттождественной доказуемости*** G ***.***

Непосредственно из «Основного правила исчисления высказываний» следует справедливость следующей теоремы.

<u>Третья теорема об автоморфных интерпретациях (Ахвледиани А.Н. – 2011)</u>

Каждая тождественно доказуемая j ***- арная логическая формула*** G ***трансцендентной логики нулевого порядка, может быть интерпретирована в терминах дзэнской логики (при условии сохранения отношения автоморфизма между логическими формулами и переменными), путем прямых подстановок дзэн-***

логических объектов (2) или (3) в формулу G***. Также каждое тождественно доказуемое*** j ***- арное утверждение дзэнской логики, может быть интерпретировано в терминах трансцендентной логики нулевого порядка при условии сохранения отношения автоморфизма между логическими формулами и переменными .***

Используемые источники:

1. **Ахвледиани А.Н. Второй принцип логико-математической трансценденции. Энциклопедический Фонд Russika. (стр.8) 2011.**

2. **Ахвледиани А.Н. Исследование логической трансценденции в основаниях формальной логики и теории множеств и логически сингулярное решение «Второй проблемы Гильберта».(стр. 137, 138, 142). Энциклопедический Фонд Russika. 2011.**

3. **Ахвледиани А.Н. Описание основного принципа дзэнской логики и дзэн-логических объектов в классической теории множеств. Энциклопедический Фонд Russika. 2011.**

4. **П.Дж. Коэн. Теория множеств и «Континуум гипотеза». URSS. Москва 2009.**