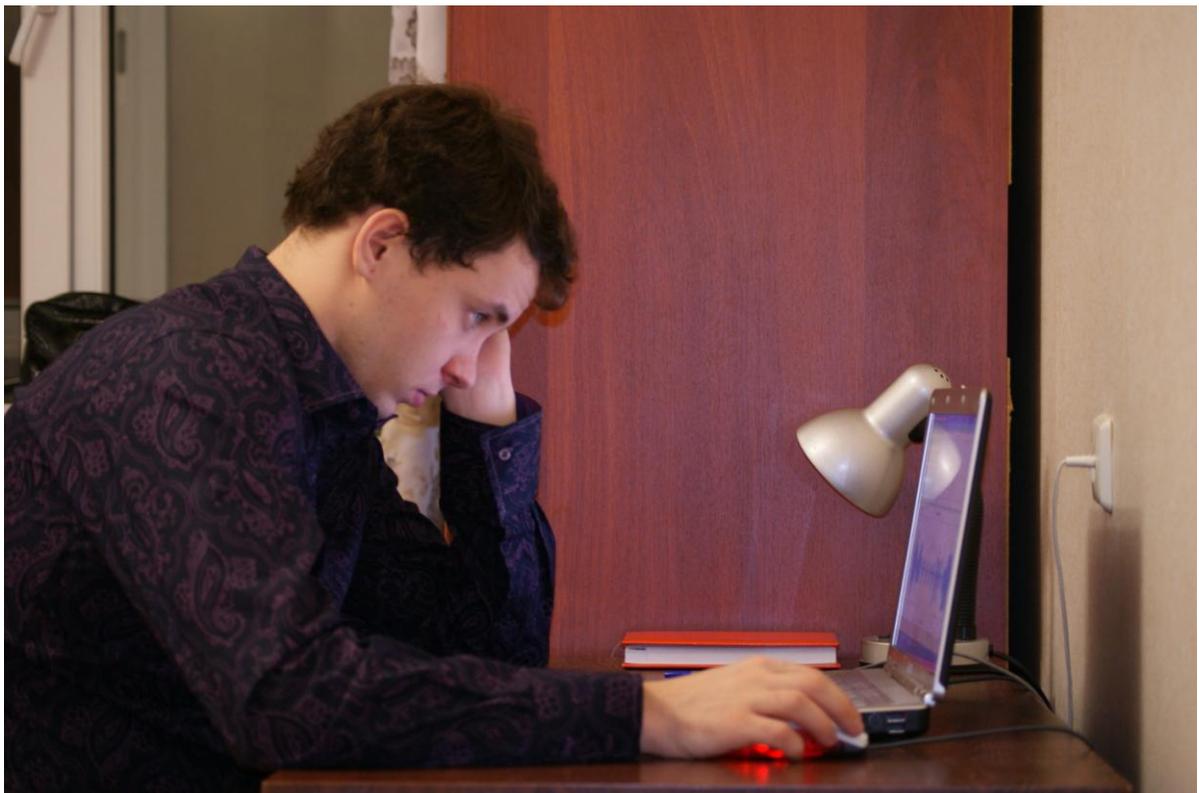


О. Г. Пенский, Ю. А. Шарапов, Н. В. Ощепкова

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
РОБОТОВ  
С НЕАБСОЛЮТНОЙ ПАМЯТЬЮ  
И ПРИЛОЖЕНИЯ МОДЕЛЕЙ**

**МОНОГРАФИЯ**



Пермь 2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**О. Г. Пенский, Ю. А. Шарапов, Н. В. Ощепкова**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РОБОТОВ  
С НЕАБСОЛЮТНОЙ ПАМЯТЬЮ  
И ПРИЛОЖЕНИЯ МОДЕЛЕЙ**

МОНОГРАФИЯ



Пермь 2018

УДК 519.86; 519.87

ББК 22.18

П25

**Пенский О. Г., Шарапов Ю. А., Ощепкова Н. В.**

П25 Математические модели роботов с неабсолютной памятью и приложения моделей: монография / О. Г. Пенский, Ю. А. Шарапов, Н. В. Ощепкова; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2018. – 309 с.

ISBN 978-5-7944-3045-5

Введены математически формализованные понятия эмоции, воспитания робота и другие, основанные на них психологические параметры интеллектуальных машин. Введены безразмерные коэффициенты, характеризующие эмоциональную и информационную память робота, изучено влияние памяти робота на его поведение. Описано поведение групп роботов. Предложено правило принятия роботом альтернативного решения на основе эмоционального выбора. Описаны приложения моделей в психологии человеческого социума. Приведена математическая формализация безопасности роботов для человека.

Издание предназначено для специалистов, занимающихся математическим моделированием и разработкой программного обеспечения эмоциональных роботов и их групп.

**УДК 519.86; 519.87**

**ББК 22.18**

*Печатается по решению кафедры информационной безопасности и систем связи  
Пермского государственного национального исследовательского университета*

*Рецензенты:* д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой «Математическое обеспечение и применение ЭВМ» Пензенского государственного университета **П. П. Макарычев**; д-р техн. наук, проф., профессор кафедры «Автоматика и телемеханика» Пермского национального исследовательского политехнического университета **С. Ф. Тюрин**

© Пенский О. Г., Шарапов Ю. А.,  
Ощепкова Н. В., 2018

© ПГНИУ, 2018

ISBN 978-5-7944-3045-5

## Содержание

|   |    |
|---|----|
| Введение.....   | 8  |
| ЧАСТЬ I. ЭМОЦИОНАЛЬНЫЕ РОБОТЫ С НЕАБСОЛЮТНОЙ<br>ПАМЯТЬЮ .....   | 18 |
| 1. Определение эмоции робота .....  | 18 |
| 2. Воспитание робота .....  | 23 |
| 3. Параметры группы эмоциональных роботов .....   | 31 |
| 4. Дружба роботов .....   | 34 |
| 5. Гипотеза о психологических установках роботов .....  | 36 |
| 6. Эквивалентный воспитательный процесс. ....   | 39 |
| 6.1. Математическая модель эквивалентного<br>воспитательного процесса. ....   | 39 |
| 6.2. Альтернатива целевой функции при совпадении<br>тактов реального и эквивалентного воспитательного процессов. .... | 42 |
| 6.3. Обобщение на случай несовпадения<br>тактов реального и эквивалентного воспитательных процессов. ....             | 45 |
| 7. Способ приближенного определения динамики<br>изменения коэффициентов памяти на одном такте. ....                   | 47 |
| 8. Математическая модель формирования равноценных<br>групп роботов. ....  | 47 |
| 9. Алгоритм формирования равноценных групп роботов. ....  | 50 |
| 10. Применение правил векторной алгебры<br>к исследованию эмоционального состояния группы роботов. ....               | 51 |
| 11. О математической оценке величины достижения<br>поставленной перед роботом цели .....                              | 55 |
| 11.1. Правило вычисления величины достижения<br>поставленной цели .....   | 55 |
| 11.2. Алгоритм формирования равноценных групп<br>роботов по величине достижения поставленной цели .....               | 59 |
| 12. Математическая модель эмоциональных<br>способностей робота .....  | 60 |
| 13. Работа и сила воли эмоционального робота.....   | 63 |
| 14. Математическая модель таланта .....   | 66 |
| 15. Модель темперамента робота .....  | 69 |
| 15.1. Описание модели.....  | 69 |
| 15.2. Программная реализация вычисления темперамента .....  | 71 |
| 15.3. Верификация модели натурными экспериментами.....  | 72 |
| 15.4. Темперамент группы роботов.....   | 72 |
| 16. К исследованию динамики психологических<br>процессов в группе роботов .....                                       | 73 |
| 17. Правила и прогноз эмоционального выбора роботом.....  | 75 |
| 18. Математические модели восприимчивости робота<br>и человека к воспитанию .....                                     | 80 |

|  |     |
|--|-----|
| 19. Алгоритм и программная реализация измерения эмоций абонента мобильного телефона.....   | 85  |
| 19.1. Авторский алгоритм .....   | 86  |
| 19.2. Программная реализации алгоритма .....   | 87  |
| 20. Математические модели психологических характеристик робота с гармоническими эмоциями .....                                   | 89  |
| 21. Математические модели гармонического воспитания робота.....  | 92  |
| 21.1. Математические модели робота с отсутствием памяти .....  | 93  |
| 21.2. Математические модели робота с абсолютной памятью .....  | 95  |
| 21.3. Математические модели робота с неабсолютной памятью .....  | 97  |
| 21.4. Примеры оценки точности моделей.....   | 101 |
| 22. Математическая модель оценки достижения поставленной цели роботом с гармоническими эмоциями .....                            | 102 |
| 23. Обобщение правил эмоционального поведения робота на случай произвольного количества взаимодействующих с роботом игроков..... | 104 |
| 23.1. Первое правило альтернативного выбора .....  | 104 |
| 23.2. Второе правило альтернативного выбора.....   | 105 |
| 23.3. Ортогональность векторов воспитания и эквивалентность правил альтернативного выбора .....                                  | 105 |
| 24. Эмоциональный выбор и конфликт между роботами.....   | 106 |
| 25. Модель амбивалентных эмоций робота.....  | 107 |
| 26. Математические модели и свойства коэффициентов памяти для амбивалентных эмоций робота .....                                  | 110 |
| 26.1. Основные теоремы .....   | 110 |
| 26.2. Связь между коэффициентами памяти .....  | 113 |
| 27. Математические модели злопамятных и незлопамятных роботов .....  | 115 |
| 27.1. Способ определения злопамятных и незлопамятных роботов на основе фиктивных тактов.....                                     | 115 |
| 27.1.1. Способ разложения эмоции на вектор амбивалентных эмоций.....   | 116 |
| 27.1.2. Исследование математической модели.....  | 117 |
| 27.2. Исследование математической модели непрерывного воспитания злопамятных и незлопамятных роботов.....                        | 119 |
| 27.2.1. Описание модели непрерывного воспитания.....   | 119 |
| 27.2.2. Исследование модели .....  | 119 |
| 28. Исследование математической модели эмоционального воспитания робота.....   | 123 |
| 28.1. Критерий сходимости ряда воспитания.....   | 123 |
| 28.2. Характеристики предельного воспитания робота .....   | 126 |
| 28.3. Пример численной реализации критерия сходимости.....   | 127 |

|   |     |
|---|-----|
| 29. Математические модели «психических заболеваний»<br>роботов .....  | 128 |
| 30. Модели комплексных эмоций роботов .....   | 132 |
| 31. Роботы с абсолютной памятью .....   | 136 |
| 32. Алгоритм эмоциональных контактов в группе роботов .....   | 140 |
| 33. Математическая модель плана трансляции передач<br>средств массовой информации .....   | 142 |
| 34. Математическая модель интереса к проектам СМИ .....   | 148 |
| 34.1. Формула интереса .....  | 148 |
| 34.2. Программа реализации модели.....  | 149 |
| 34.3. Способ приближенного определения входных<br>параметров модели и вычислительный эксперимент.....   | 150 |
| 35. Простейшие математические модели пропаганды<br>и контрпропаганды.....   | 151 |
| 35.1. Математическая модель одновременного воспитания<br>группы субъектов .....   | 152 |
| 35.2. Математическая модель групповой памяти .....  | 152 |
| 35.3. Модель пропаганды и контрпропаганды.....  | 153 |
| 36. Математические модели индивидуальной<br>психо-эмоциональной адаптации к спортивным тренировкам<br>детей-инвалидов по зрению .....               | 155 |
| 37. О едином математико-методологическом подходе<br>к решению психологических и экономических задач .....   | 163 |
| 37.1. Интерпретация .....   | 163 |
| 37.2. Пример использования теории эмоций для исследования<br>поведения биржи .....  | 164 |
| 37.2.1. Понятие индекса РТС .....   | 164 |
| 37.2.2. Основные определения экономических эмоций .....   | 165 |
| 37.2.3. Биржевое воспитание.....  | 166 |
| 37.2.4. Темперамент биржи .....   | 167 |
| 37.2.5. Методика определения биржевого темперамента .....   | 169 |
| 37.3. Программа «Exchange emotions» анализа эмоционального<br>поведения и поведения биржи на основе математической<br>теории исчисления эмоций..... | 171 |
| 37.3.1. Выявление наиболее конфликтных валют .....  | 171 |
| 37.3.2. Вычисление биржевого воспитания.....  | 172 |
| 37.3.3. Определение биржевого темперамента .....  | 175 |
| 38. Компьютерная реализация простейшего эмоционального<br>робота .....  | 176 |
| 38.1. Входные параметры программы.....  | 176 |
| 38.2. Алгоритм моделирования мимической эмоциональной<br>реакции робота .....   | 177 |
| 38.3. Архитектура системы SoundBot .....  | 178 |
| 38.4. Основные возможности системы SoundBot .....   | 180 |
| 38.5. Принципы функционирования системы SoundBot.....   | 180 |

|  |     |
|--|-----|
| 38.6. Визуальный интерфейс системы SoundBot .....                    | 182 |
| 39. Аномальное воспитание робота.....                                | 185 |
| 40. Математические модели компьютерной зависимости роботов .....     | 187 |
| 40.1. Определение компьютерной зависимости робота.....               | 188 |
| 40.2. Математические модели компьютерной зависимости<br>робота ..... | 188 |
| 41. Математические модели безопасности роботов для человека .....    | 192 |

## ЧАСТЬ II. ЭМОЦИОНАЛЬНО-ЛОГИЧЕСКИЕ РОБОТЫ С НЕАБСОЛЮТНОЙ ПАМЯТЬЮ .....

195

|   |     |
|---|-----|
| 42. Об информационных аспектах Е-существа.....  | 195 |
| 43. Алгоритм накопления информации роботом .....  | 206 |
| 44. Решение задачи идентификации параметров равномерного<br>многоуровневого процесса накопления информации роботом.....                     | 213 |
| 45. Решение оптимизационной задачи идентификации<br>параметров равномерного многоуровневого процесса<br>накопления информации роботом ..... | 214 |
| 46. Решение задачи генерации всех возможных<br>последовательностей уровней накопления информации<br>и тактов.....                           | 222 |
| 47. Исследование решения задачи идентификации<br>параметров на устойчивость .....   | 230 |
| 48. Программа решения задачи идентификации<br>параметров равномерного многоуровневого процесса<br>накопления информации роботом .....       | 231 |
| 48.1. Архитектура программы для решения задачи<br>идентификации параметров .....  | 231 |
| 48.2. Основные возможности программы для решения<br>задачи идентификации параметров .....   | 232 |
| 48.3. Визуальный интерфейс программы для решения<br>задачи идентификации параметров .....   | 233 |
| 49. Математические модели обобщения алгоритма<br>Д.Н. Узнадзе.....  | 235 |
| 49.1. Математическая модель долговременной памяти<br>робота, зависимой от кратковременной памяти .....                                      | 236 |
| 49.2. Общая математическая модель информационной<br>памяти робота .....   | 238 |
| 49.3. Математическое моделирование процесса<br>накопления логического опыта роботом с учетом смены<br>знака информационной установки .....  | 242 |
| 50. Математическое моделирование процесса эмоционального<br>воспитания робота с учетом смены знака эмоциональной<br>установки. ....         | 248 |

|  |     |
|--|-----|
| 51. Математическая модель принятия решений роботом в зависимости от его эмоционального воспитания и логического опыта.....                 | 256 |
| 52. Исследование соответствия математической теории роботов психологии человека.....   | 259 |
| 53. Измерение коэффициентов кратковременной памяти человека.....   | 260 |
| 53.1. Математическая интерпретация метода Джекобса .....   | 260 |
| 53.2. Измерение коэффициентов кратковременной памяти человека с помощью программы «СMemory» .....  | 263 |
| 53.2.1. Алгоритм работы программы «СMemory» .....  | 263 |
| 53.2.2. Архитектура программы «СMemory» .....  | 265 |
| 53.2.3. Основные возможности программы «СMemory» .....   | 267 |
| 53.2.4. Принципы функционирования программы «СMemory» .....  | 270 |
| 53.2.5. Визуальный интерфейс программы «СMemory» .....   | 271 |
| 54. Исследование зависимости относительной восприимчивости работа к накоплению информации от кратковременной и долговременной памяти ..... | 274 |
| 54.1. Способы определения количественного значения кратковременной и долговременной памяти и внимания.....                                 | 276 |
| 54.2. Результаты проведения исследования .....   | 277 |
| Заключение .....   | 280 |
| Библиографический список .....   | 282 |
| Приложение 1. Психологические методики измерения объема кратковременной и долговременной памяти человека.....                              | 294 |
| Приложение 2. Психологические методики измерения количественных характеристик внимания человека.....                                       | 297 |
| Приложение 3. Попарное сравнение результатов психологических исследований видов памяти и внимания человека .....                           | 300 |

## ВВЕДЕНИЕ

В середине XX в. появились научные работы, посвященные искусственному синтезированию разных аспектов психологии человека. Основателями такого направления стали не психологи, а кибернетики, биокибернетики и математики. Одним из основателей синтетической психологии является Валентино Брайтенберг, профессор Института биологической кибернетики им. Макса Планка в Тюбингене. Его подход заключается в том, что биологическое поведение легче синтезировать, чем анализировать. Используя элементарные механизмы с датчиками и электрические устройства, управляемые простейшими микросхемами, по его мнению, можно имитировать такие чувства, как любовь, агрессия, страх и др. [125; 130]. Технические микросхемы и описание подобных устройств можно найти в статьях [12; 18; 39; 131].

В 1960 – 70-х годах почти всем казалось, что создание мыслящих и исполнительных роботов – дело самого ближайшего будущего. Однако скоро стало ясно, что даже самые простые физические действия, например: взять со стола кружку, ощутить препятствие в пространстве, спланировать маршрут и переместиться по нему, оказались для роботов весьма сложными задачами.

Один из известнейших исследователей Родни Брукс из MIT [122] предложил в области робототехники подход, радикально отличавшийся от остальных. Его вдохновили насекомые и другие существа с маленьким объемом мозга. Он решил создать архитектуру робота, выполняющего свои действия не на построении сложной внутренней модели окружающего пространства, а как непосредственную реакцию на возникающие внешние раздражители. Результаты оказались впечатляющими. Насекомоподобные типы роботов могли сделать почти все, на что были способны роботы, моделирующие внутреннюю модель окружающего пространства. При этом они обладали намного меньшими вычислительными мощностями.

В конце 80-х годов сформировалось направление кибернетических исследований – Искусственная жизнь (Artificial Life). Основной мотивацией исследований искусственной жизни стало желание понять и смоделировать формальные принципы организации биологической жизни. Основное предположение Искусственной Жизни состоит в том, что «логическая форма» организма может быть отделена от материальной основы его конструкции» [12; 78; 90; 91; 131; 160; 161].

Параллельно развивалось такое научное направление, как эволюционная нейрокибернетика. Одной из ее целей является понимание того, как зародилась логика на нашей планете. Исследования используют анализ эволюции наиболее нетривиальных «интеллектуальных» биокибернетических свойств «интеллектуальных изобретений» биологической эволюции (безусловных рефлексов, привыкания, условных рефлексов, цепей условных рефлексов). Исследователи пришли к выводу, что в результате такой эволюции возникла человеческая логика, обеспечивающая научное познание природы [12; 78; 90; 91; 148; 132; 161].

Моделирование человекоподобной памяти всегда притягивало исследователей в области искусственного интеллекта. Однако до конца не выяснено и возникает много споров о том, как именно функционирует человеческая память [130; 146; 169]. Это привело к созданию множества моделей, которые внесли свой вклад в понимание сознания человека [134].

Ученые отмечают, что память является необходимым условием для любой формы обучения. Это утверждение основано на точке зрения Бакстера и Брона [121]: в основе познания лежит память.

У биологических существ даже простое приобретение знаний - это уже форма обучения, т.к. достаточно сложно, если вообще возможно, определить, где заканчивается процесс запоминания и начинается процесс обучения [143].

Несколько лет назад моделирование основных характеристик памяти человека позволило создать программы, которые запоминали информацию о событиях, извлекали из нее некоторые закономерности и правила, сохраняли полученные «умозаключения» в базу данных [145].

Существует много разнообразных эвристических моделей психики и мышления человека, созданных зарубежными и отечественными учеными [4, 7, 30, 36, 79]. На их основе созданы такие программы, как «Композитор» Рейтмана и Санчера [161], воспроизводящая в упрощенном виде творчество композитора; программа Гелентера [136], способная доказывать геометрические теоремы, и др. Однако все вышеперечисленные модели являются узкоспециализированными.

Нейробиологи предлагают множество теорий и моделей, которые, по крайней мере, могут за счет технических средств моделировать познавательные возможности памяти. Например, исследование человеческой памяти может быть разделено на несколько составляющих: строение нервных связей, скорость запоминания, объем запоминаемой информации [148].

В последнее десятилетие под влиянием кибернетики во многих отраслях знания, в том числе и в психологии, получил широкое распространение такой метод научного исследования, как математическое моделирование памяти робота. Для этого математики, кибернетики и робототехники обратились к исследованиям психологов в области памяти человека.

Человеческая память работает благодаря трем процессам [91]:

- 1) Декодирование информации, которая получена от рецепторов.
- 2) Сохранение информации в кратковременной или долговременной памяти.
- 3) Поиск и извлечение (воспоминание) информации из памяти (если она не забыта).

Согласно исследованиям [128; 165], одним из подвидов долговременной памяти человека является эпизодическая память. Она содержит информацию о событиях, которые произошли с человеком в течение его жизни.

В настоящее время одним из актуальных направлений исследований в робототехнике является создание роботов, которые в течение длительного времени могут взаимодействовать с человеком и запоминать события, происходящие в окружающем мире [127]. Такие роботы могут быть и

механическими конструкциями с железными руками и ногами, и виртуальными изображениями, например на экране смартфона.

Однако если робот будет запоминать каждую деталь происходящих событий, со временем произойдет переполнение его памяти. Другой проблемой является адаптация новой информации к уже имеющейся [138], т.е. изучение того, каким образом система будет хранить старую информацию, в условиях поступления новой. В этом случае возникают проблемы предсказания будущего события на основе прошлого опыта и адаптации поведения робота к новым условиям.

В работе [139] для решения этих проблем в память робота добавлены элементы забывания информации. Исследователи предлагают постоянно собирать информацию, попадающую на рецепторы робота (камеры, микрофоны и пр.), оцифровывать ее и сохранять в специальном архиве опыта робота.

Архив опыта робота математически представляет собой мультиграф: вершины – опыт (полученная и обработанная информация), связи – степень «близости» между полученной информацией. «Близость» информации может определяться временем или местом ее получения объектами или людьми, при взаимодействии с которыми она была получена, всем, что может быть общим для порций информации, полученных в результате этой классификации [135, 169].

В такой модели память робота представляет собой линейный список записей о событиях, которые идут от рецепторов робота.

Если робот из внешней среды получает информацию, которая близка по какому-либо параметру к опыту, хранящемуся в его архиве, то полученная информация сохраняется в архиве, а между этими опытами создается связь. С каждым новым появлением «близких» опытов в архиве опытов робота между опытами протягивается очередная связь, т.е. увеличивается ее, так называемая, кратность. Математически это представляется мультиграфом, т.е. графом с кратными дугами.

Технически забывание определяется такой величиной, как вероятность воспоминания. На вероятность влияют следующие факторы:

- 1.Время прошлого обращения.** Вероятность вспомнить конкретный опыт уменьшается по мере того, как увеличивается время с того момента, как был получен этот опыт.
- 2.Количество обращений.** Чем больше было обращений к конкретному опыту, тем выше вероятность найти его в архиве.
- 3.Новизна опыта.** Если опыт впервые получен недавно, то вероятность того, что он будет найден в архиве опытов робота, будет большой.

В архиве робота выстраивается система приоритетов в соответствии с вероятностью воспоминания. Наименее приоритетные «опыты» затираются по мере поступления новой информации.

Еще одним из механизмов забывания в данной модели является «обобщение» опытов. Записи об опытах робота в архиве могут быть объединены в одну обобщающую. «Близкие» опыты могут объединяться, и в памяти остается

только усредненное упоминание. Такое объединение информации в памяти человека называется интерференцией.

Ученые говорят о том, что способность робота обобщать опыт, полученный в результате нескольких идентичных ситуаций, поможет ему выработать определенную модель поведения относительно подобных ситуаций. Следствием создания роботом множества моделей поведения для разных типов ситуаций является появление «манеры поведения» конкретного робота. Это ведет к появлению особенностей, присущих только данному роботу, а следовательно, становлению его «личности» [129].

По словам авторов работы [139], их модель не включает интеллектуальную обработку архива опытов робота, не учитывает эмоциональную составляющую при получении роботом информации и накоплении его опыта. В работе [139] отражена попытка применить для робота алгоритм того, как человек воспринимает информацию и сохраняет ее в памяти.

Работы [141; 147; 168] посвящены моделированию памяти роботов, которые являются собеседниками человека. Однако в отличие от работы [139], моделируется процесс забывания информации на основе методов классификации DataMining, которые помогают также создать механизм обобщения информации.

Исследователи считают, что организация человеческой памяти имеет иерархическую структуру. Большое число деталей событий, происходящих с человеком, сохраняются в этих иерархических структурах [152; 170].

В работе [169], в отличие от работ [141; 147], предлагается использовать иерархические структуры данных для хранения информации в памяти робота. В работе [94] описываются правила предобработки данных в памяти робота, целью выполнения которых является заполнение данными внутренней иерархической структуры. В частности, для этого применяются иерархические методы. Каждая запись о событии представляет собой набор атрибутов, которые являются абстракцией большого количества низкоуровневых данных, полученных рецепторами робота. Для создания записи о событии в памяти робота выделяются следующие атрибуты:

- 1) **Who** – субъект (кто совершает действие).
- 2) **Whom** – объект (на который направлено действие).
- 3) **What** – самое действие.
- 4) **When** – время действия (может иметь разную степень детализации и представляет собой иерархическую структуру).
- 5) **Where** – место, где произошло действие (может иметь разную степень детализации и представляет собой иерархическую структуру).
- 6) **Internal State** – внутреннее состояние робота, связанное с событием (его «эмоциональное» состояние).
- 7) **External State** – внутреннее состояние субъекта («эмоциональное» состояние субъекта).

Атрибуты времени и места являются иерархическими. Рисунок 1 иллюстрирует пример иерархической структуры данных для атрибута места.



Рис. 1. Иерархическая структура данных для атрибута места

В общем случае иерархия может быть сохранена с любой точностью детализации. С одной стороны, это может быть использовано для нахождения в памяти робота событий, близких по времени или месту, в том числе, если информация о них будет сохранена с разной степенью детализации. С другой стороны, иерархия дает возможность вводить элемент забывания. Для событий с более низким коэффициентом важности место в памяти робота может быть освобождено за счет уменьшения глубины иерархии некоторых атрибутов.

В работе [159] моделируется память робота, который распознает лица людей, извлекает из изображения лиц отличительные признаки и сохраняет полученную информацию в памяти. Известные лица, которые участвуют в предварительном обучении робота, классифицируются с помощью машины опорных векторов. Если появляется неизвестный человек, изображения участков его лица используются для создания нового классификатора.

Такой подход требует сохранения всех выделенных участков изображений лиц людей, на которых обучается робот. Это приводит к проблемам переполнения памяти и адаптации информации.

В статье [142] приводится обзор некоторых работ, в которых решаются эти проблемы. Так, проблема переполнения памяти решается за счет использования «самоорганизующейся карты признаков» [126]. Проблема адаптации – за счет обработки биотехнологического иерархического зрительного пути [145].

Однако автор работы [142] ставит задачу не просто решить эти проблемы, а найти подходы, которые позволят в сохраненном массиве информации выделить взаимосвязи и закономерности, а затем применить методы рассуждения в контексте [144].

В работах [140; 144; 163; 164] для хранения информации в памяти используются комбинации подсимвольного и символьного представления данных. В работах [151; 166] используется X-кластеризация для того, чтобы

разбить запоминаемую информацию на части, а потом применить метод рассуждений на высоком уровне.

Работа [142] обобщает подходы, приведенные в [140; 144; 151; 164; 166], и предлагает алгоритм минимизации количества примеров для обучения робота. Таким образом, решаются проблемы переполнения памяти, адаптации новой информации, и предлагаются способы применения методов рассуждения в контексте.

Одним из недавно появившихся научных направлений, связанных с роботами, является робоэтика. Она изучает то, какие конструктивные особенности робота могут быть использованы на благо человека, а какие будут приносить вред; как сконструировать робота, безопасного для человека.

В работе [94] робоэтика рассматривается с точки зрения памяти робота. Поднимаются вопросы, как сделать так, чтобы робот не вышел из-под контроля человека и не навредил ему. По мнению автора, ограничение объема памяти робота и забывание информации, которую робот сохранил, является решением вопросов безопасности.

Ограничение памяти робота используется в контексте его обучения. Под обучением робота понимается следующий процесс. Рецепторы робота фиксируют события, которые происходят с роботом или в окружающем его мире. Информация об этих событиях сохраняется в памяти робота. Также в памяти робота хранится список этических правил. Робот анализирует события, происходящие вокруг него, и на основе списка этических правил совершает некоторые действия. Результаты этих действия также сохраняются в памяти робота.

Если робот делает ошибочное действие, то человек должен поправить его. В результате робот записывает дополнительное правило в список этических правил с учетом контекста произошедшего события. Далее робот будет руководствоваться этим правилом в похожей ситуации. По мнению авторов [94], «вмешательство» человека помогает реализовать механизм забывания ошибочных действий. Новое правило стирает информацию о неправильном действии робота для того, чтобы удовлетворить ожидания человека в следующий раз. Таким образом, автор утверждает, что такой робот всегда будет «другом» для человека. Однако в данной ситуации никто не контролирует то, чему человек будет «обучать» своего робота.

Помимо разработки роботов с забыванием информации еще одним перспективным направлением развития современной робототехники является создание эмоциональных роботов. В основном модели таких роботов основаны на исследованиях эмоций человека.

В работе [97] приведены несколько теорий эмоций человека, а также описаны несколько формальных математических моделей эмоций. Такие модели применяются для определения эмоций в виде, приемлемом для проектирования и создания роботов.

Информационная теория эмоций П.В. Симонова [85 – 89] говорит о том, что эмоции человека появляются от недостатка или избытка информации для удовлетворения потребности. Степень эмоционального напряжения в таком

случае определяется силой потребности и величиной дефицита прагматической информации, необходимой для достижения цели.

Модель KARO [78; 153; 154; 162] описывает качественную и количественную сторону 22 видов эмоций: качественно описывает условия возникновения каждой эмоции, а количественно определяет интенсивность эмоции. Модель KARO базируется на основе формальной логики [172; 183].

Модель ЕМА [137; 149; 162] основана на формальной логике, для описания эмоций использует такие переменные, как полезность, желательность, вероятность события. ЕМА отличается от KARO только выбором используемых переменных.

Модель Affective Computing [97] предоставляет возможность роботу распознавать эмоции человека по лицезовому выражению и типичному поведению. Такая модель позволяет описать внешние выражения эмоций роботом. В модели Affective Computing [158] применяются цепи Маркова для задания переходов из одного эмоционального состояния в другое.

В модели Фоминых-Леонтьева [27; 28; 94; 95] эмоция – это числовая функция (имеющая смысл силы эмоции). Областью определения является некоторый набор параметров, который описывает ситуацию. Для каждого типа эмоций предлагается свой набор параметров. Для каждого агента (человека, животного, робота) и для каждой эмоции представляется возможным предложить свою функцию  $F$ , которая определяет силу эмоции в зависимости от величины аргументов.

Преимущество существующих подходов в том, что они позволяют моделировать различные типы эмоции, на основе представленных знаний в различном виде. Можно описывать новые типы эмоций и новые типы эмоционального поведения роботов. Однако такие модели не универсальны. Они дают адекватные результаты только в рамках конкретных прикладных задач и не учитывают процесс поступления информации и знаний в робота.

Тем не менее, разработка эмоциональных роботов идет большими темпами. Примером такого рода роботов является разработка японских и французских инженеров – робот-гуманоид Pepper [22; 60; 95]. Компании Aldebaran Robotics и SoftBank Mobile впервые представили робота 5 июня 2014 г. на конференции по робототехнике в Японии. Он способен анализировать мимику и тон голоса собеседника, распознавать его эмоции; запрограммирован на обучение и адаптацию к окружающей обстановке, на доброжелательное общение с людьми [133].

Для связи с внешним миром Pepper использует большое число датчиков и микрофонов, расположенных в разных его частях. Вместо ног он использует специальную колесную платформу, а на груди у него 10-дюймовый дисплей для ввода-вывода различной информации. Pepper обучен понимать человеческую речь (в его памяти 4 500 слов), жесты, язык тела, интонацию и настроение человека.

Pepper обучается в процессе общения с людьми, изучая и запоминая их поведение, и постоянно подгружает свой опыт в «облачную» систему искусственного интеллекта, для того, чтобы другие роботы также могли

пользоваться собранной информацией. Робот может использовать опыт прошлых ошибок в общении. Как заявляют создатели робота, это позволит ему очень быстро научиться поведению, которое будет хотя бы отдаленно напоминать то, как ведут себя люди.

В быту Перрег способен выполнять самые различные задачи, от сиделки для ребенка до сторожа дома и собеседника.

Однако Перрег может не только распознавать эмоции, но, как заявляют его создатели, способен сам искусственно генерировать эмоции с помощью «многослойной нейронной сети эндокринного типа» [41]. Когда рядом с роботом находятся уже знакомые ему люди, он спокоен и радуется, если же его ругают или в комнате внезапно гаснет свет – он пугается.

В Японии продажи робота начались с 2014 г., в России его продажи планируется производить в Санкт-Петербурге и Москве. Стоимость одного робота Перрег составляет около \$1,8 тыс.

Для того чтобы оценить объем мирового рынка роботов, обратимся к отчету 2016 г. Международной федерации робототехники (МФР) [133] по продажам персональных роботов.

Так по классификации МФР, персональный робот – это обслуживающий человека робот, используемый не для коммерческих целей обычными людьми, которые не связаны с робототехникой. Примером таких роботов могут быть роботы-собеседники, обучающие роботы для детей, роботы-сиделки для ухода за пожилыми людьми, роботы-помощники для людей-инвалидов, роботы для игры с домашними животными и т.д.

По прогнозам за 2016 – 2019 г.г. продажи персональных роботов будут составлять 11 млн. единиц, что оценивается в 9,1 млрд. долларов США [133]. Таким образом, объем продаж вырастет на 10% по сравнению с 2015 г. Ожидается, что этот рынок будет значительно расти в течение следующих 20 лет. Рисунок 2 отображает данные отчета МФР.

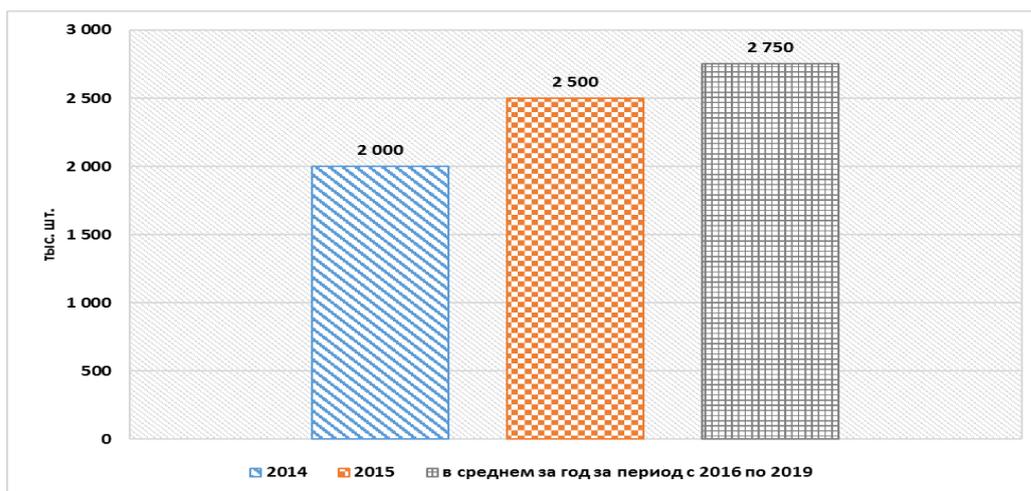


Рис. 2. Прогноз МФР по продажам персональных роботов в 2016-2019 гг. относительно 2014 и 2015 гг.

По мнению руководителя проектов компании «РВОТ» В. Кравцова самым перспективным направлением [в России] пока остается внедрение

робототехники в социальных сферах: медицине, образовании, сфере услуг, работе с клиентами. Такие проекты будут успешно коммерциализованы [13].

Исходя из доступных источников информации, можно сделать следующий вывод: на сегодняшний день не существует роботов, поведение которых управлялось бы на основе анализа роботом накопленного им логического опыта и сгенерированных «эмоций» при условии, что часть накопленного опыта и ранее сгенерированных «эмоций» забываются.

В работе [97] особый акцент сделан на математическое моделирование эмоциональной сферы робота. Введены основные определения, построены математические модели эмоционального воспитания. И частично в монографии [65] затронуты аспекты логического мышления робота при накапливании им информации. Для робота приведен алгоритм, названный именем советского психолога Д.Н. Узнадзе [65]. Этот алгоритм позволяет моделировать значения эмоционального воспитания роботов на основе коэффициента кратковременной памяти робота и относительной восприимчивости робота к накоплению информации.

Однако в работе [65] логическая сторона информации, получаемой роботом, не затронута. В связи с этим, актуальным является обобщение существующей теории эмоциональных роботов [97] и создание общей математической теории, которая описывает поведение робота на основе логического опыта и эмоций в условиях забывания части полученной информации. Является естественным для описания логических и эмоциональных процессов робота применить известные положения, связанные с описанием психологического портрета человека.

В монографии Пенского О.Г. и др. «Гипотезы и алгоритмы математической теории исчисления эмоций» 2009 г. предлагались математические модели, позволяющие оперировать такими понятиями, как “эмоциональное воспитание”, “перевоспитание”, “темперамент”, “конфликт” и т.д.; рассматривались подходы к моделированию эмоционального поведения субъектов, оценки психологического состояния коллективов и т.д.. Однако эта монография вызвала непонимание со стороны психологов, обусловленное, прежде всего, тем, что в ней предлагались упрощенные модели психологии человека.

Авторы настоящей монографии согласны, что компьютерное моделирование эмоций затруднено в связи с неоднозначностью эмоционального поведения живых существ.

Учитывая непонимание психологов, авторы решили адаптировать результаты исследований, приведенных в публикациях 2009 – 2017 гг., на уровне бытовой психологии к математическому моделированию роботов, способных забывать информацию.

Конечно, предлагаемая Вашему вниманию математическая теория роботов с неабсолютной памятью-психологических аналогов человека далека от совершенства. Но авторы не претендуют на глобальность и просят критиков рассматривать книгу, прежде всего, в качестве примера научного поиска для описания «психологии» роботов через описание общей психологии человека.

В монографии помимо результатов исследований ее авторов включены результаты работ П.О.Зоной [20; 56; 57; 60], В.О. Михайлова [33 – 36], А.Е. Шафера [115 – 118], Н.В. Попова [72; 73], К.В. Черникова [97 – 104], Ю.С. Ожгибесовой [49], С.В. Каменевой [52 – 55, 59], А.А. Проничева [61], А.Н. Муравьева [37], выполненные в разные годы под руководством О.Г. Пенского.

Авторы выражают искреннюю благодарность профессору Института технологии Нью-Джерси Александру Александровичу Болонкину (США) за обсуждение книги, постановку задачи, касающейся информационного моделирования Е-существа, и за его руководство в продвижении предлагаемой математической теории роботов для широкого ознакомления научной общественностью.

Авторы благодарят профессора Олега Львовича Фиговского (Израиль) за поддержку и продвижение идей, опубликованных в монографии.

Авторы также благодарят профессора Норвежского университета Естественных наук Аркадия Владимировича Поносова (Норвегия) и кандидата физико-математических наук Татьяну Сергеевну Белозерову (Россия) за ряд ценных замечаний по содержанию книги.

Авторы выражают благодарность профессору Елене Васильевне Левченко (Россия) за ценные консультации по вопросам психологии человека при разработке математических моделей роботов.

# ЧАСТЬ I

## ЭМОЦИОНАЛЬНЫЕ РОБОТЫ С НЕАБСОЛЮТНОЙ ПАМЯТЬЮ

### 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭМОЦИИ РОБОТА

Из теории психологии человека известно, что эмоции являются ответной реакцией организма на некий раздражитель-стимул [9]. Для роботов этот стимул назовем сюжетом и дадим ему следующее определение.

Пусть  $t$  – время.

Определение 1.1. Функцию  $S(t)$  будем называть сюжетом, если она обладает следующими свойствами:

- 1) область определения  $S(t)$ :  $t \in [0, t^*]$ ,  $t^* > 0$ ,  $t^* < \infty$ ;
- 2)  $S(t) > 0$  для любого  $t \in [0, t^*]$ ;
- 3)  $S(t)$  – взаимнооднозначная функция;
- 4)  $S(t)$  – ограниченная функция.

Так как психологические свойства эмоций высших живых существ настолько запутанны и неоднозначны, что мы решили ввести отдельное математическое определение эмоции робота, отвлекаясь от реальных эмоций человека и, в то же время, аккумулируя в этом определении основные свойства эмоций человека и животных. Мы также абстрагируемся от содержательной стороны эмоций.

Определение 1.2. Функцию  $f(t)$ , удовлетворяющую соотношению  $f(t) = a(S(t), t)S(t)$ , где  $a(s(t), t)$  – произвольная функция, назовем функцией внутренних переживаний робота.

Будем говорить, что сюжет  $S(t)$  порождает внутренние переживания робота.

Определение 1.3. Функцию внутренних переживаний робота  $M(t)$  назовем эмоцией робота, если она удовлетворяет условиям:

1. Область определения  $M(t)$ :  $t \in [t_0, T_0]$ ,  $0 \leq t_0 < T_0 < \infty$ .
2.  $M(t)$  – дифференцируемая на  $(t_0, T_0)$ , непрерывная и однозначная функция на  $[t_0, T_0]$ .
3.  $M(t_0) = 0$  и  $M(T_0) = 0$ .
4. В области определения существует единственная точка  $z$ , такая, что:

$$z \neq t_0, \quad z \neq T_0 \text{ и } \frac{dM(z)}{dt} = 0.$$

Предположим, что существует такое число  $J > 0$ , что для любых эмоций робота выполняется условие  $|M(t)| \leq J$ .

Легко видеть что, например, функция  $M(t) = P \sin\left(\frac{\pi}{t^0} t\right)$  для  $t \in [0, t^0]$ ,

$P = const$ , является эмоцией.

Определение 1.4. Функцию  $\bar{M}(t)$  назовем комплексной эмоцией, если ее можно представить в виде вектора, элементами которого являются эмоции, одновременно порожденные одним сюжетом.

Мы не станем акцентировать внимание на содержательном характере эмоций и согласно работе [75] учтем лишь важное для нас:

1. Эмоции имеют знак (положительный или отрицательный).
2. *Количество эмоций субъекта конечно.*

Исходя из п.2, можно сказать, что эмоциональное состояние робота описывается вектором эмоций  $\bar{M}(t)$  с конечным количеством элементов, равным числу  $n$ :

$$\bar{M}(t) = [M_1(t), \dots, M_n(t)].$$

В дальнейшем, если говорим об эмоции одного вида, то опустим соответствующий индекс, знак вектора и использовать обозначение  $M(t)$ .

За нулевую эмоциональную отметку примем такое состояние робота, когда у него эмоции полностью отсутствуют.

Очевидно, что в качестве сюжета могут выступать чисто внешние раздражители, например такие, о которых не содержится информации в памяти робота (см. рисунок 1.1).

В качестве сюжета, порождающего эмоции робота, также могут выступать раздражители, о которых информация частично содержится в памяти робота и частично поступает из внешней среды (см. рисунок 1.2).

И наконец, сюжетом может быть информация, полностью находящаяся в памяти робота. Этот случай соответствует, например тому, когда вызванное у робота воспоминание порождает эмоции (см. рисунок 1.3).

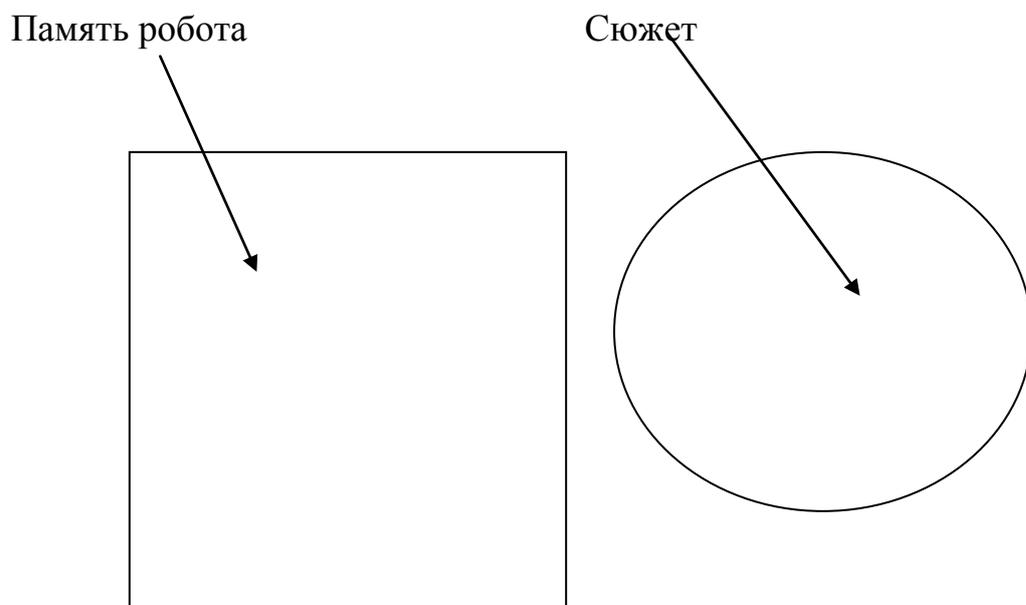


Рис. 1.1. Сюжет – чисто внешний раздражитель

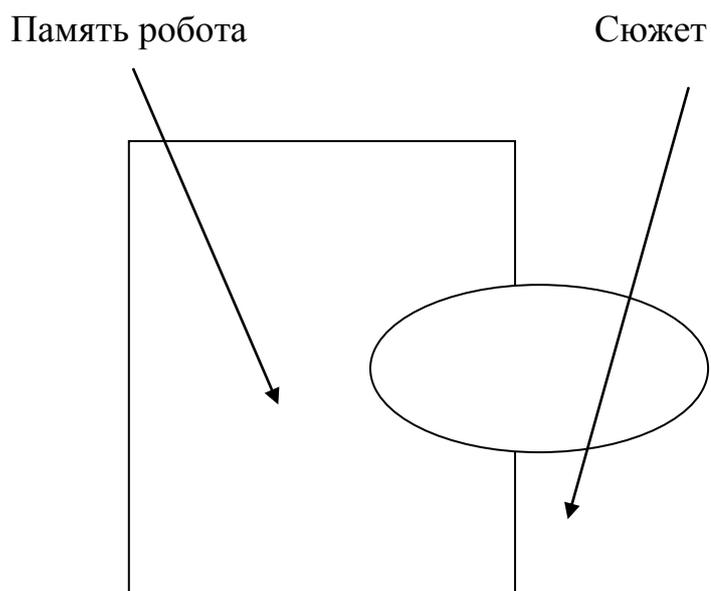


Рис. 1.2. Сюжет – частично внешний раздражитель

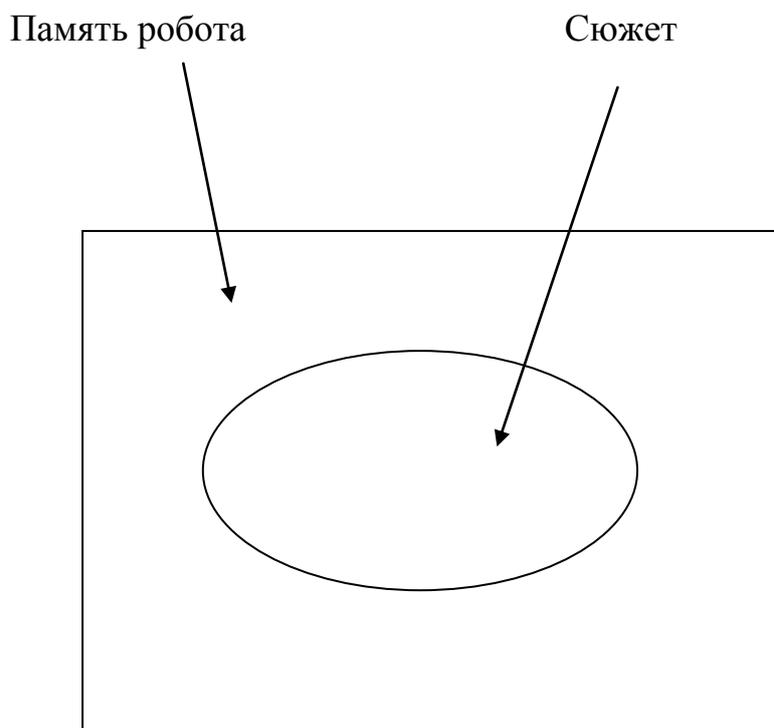


Рис. 1.3. Сюжет – чисто внутренний раздражитель

Рисунки 1.2 и 1.3 частично соответствуют психологической теории С. Шехтера [76], согласно которой "на возникшее эмоциональное состояние помимо воспринимаемых стимулов и порождаемых ими телесных изменений оказывают воздействие прошлый опыт человека и оценка им наличной ситуации..."

Обратим внимание на то, что при описании принадлежности сюжета к памяти робота мы произносили слово "информация", которая, как известно, измеряется битами [6]. Поэтому выдвинем следующую гипотезу: *сюжет также можно измерять битами информации.*

Очевидно то, что различные сюжеты могут порождать одну и ту же эмоцию робота, то есть, нет взаимно однозначного соответствия между сюжетом и эмоцией. Сказанное иллюстрирует рисунок 1.4.

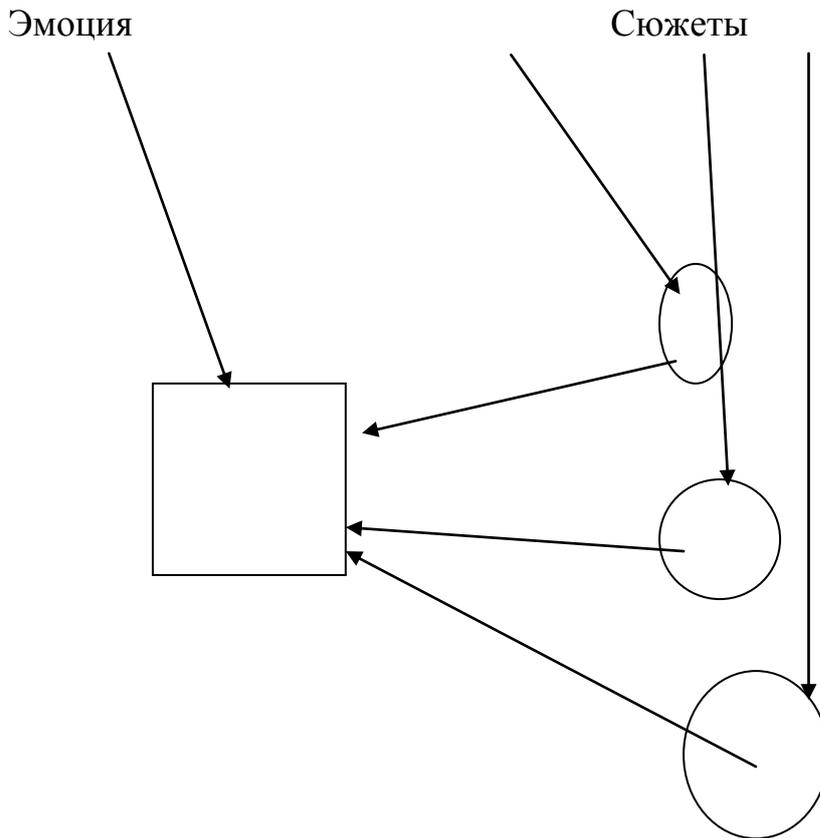


Рис. 1.4. Соответствие между сюжетами и эмоцией

В свою очередь, один и тот же сюжет может спровоцировать различные эмоции робота [3] (см. рисунок 1.5).

Аналогично плотности вещества в физике [8] введем понятие удельной эмоции робота.

Определение 1.5. Удельной  $a(S(t),t)$  эмоцией робота назовем эмоцию, приходящуюся на единицу сюжета.

Очевидно, что удельная эмоция удовлетворяет соотношению

$$a(S(t),t) = \frac{M(S(t),t)}{S(t)}.$$

Легко видеть, что знак эмоции  $M(S(t),t)$  робота определяется знаком удельной эмоции  $a(S(t),t)$ .

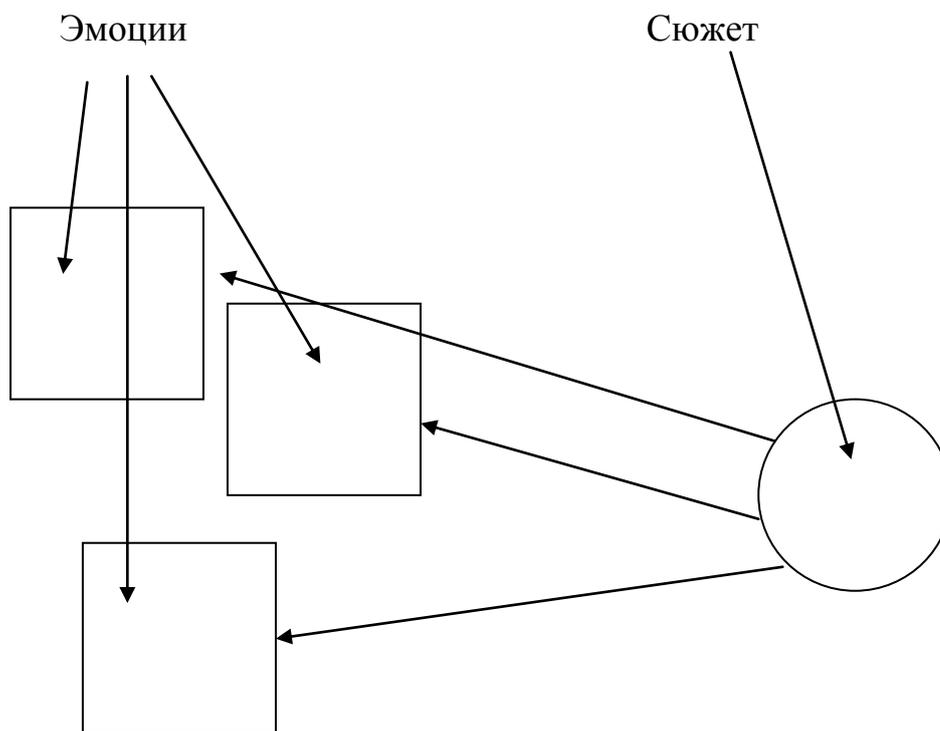


Рис.1.5. Соответствие между эмоциями робота и сюжетом

Математическая теория эмоциональных роботов, описываемая в настоящей монографии, рассматривает случаи, изображенные на рисунках 1.4 и 1.5.

## 2. ВОСПИТАНИЕ РОБОТА

Введем определение эмоционального воспитания робота, отвлекаясь от содержательной части понятия «воспитание», рассматриваемого в психологии.

Определение 2.1. Воспитание (воспитание робота) – это относительно устойчивое отношение робота к сюжету.

Исходя из определения 1.3, следует, что эмоция робота  $M(t)$  является непрерывной функцией на отрезке  $[0, t]$ , а следовательно, интегрируемой на этом отрезке. С учетом этого можем дать следующее определение:

Определение 2.2. Элементарным воспитанием робота  $r(t)$  на сюжетах  $S(t)$  назовем функцию вида

$$r(t) = \int_0^t a(S(\tau), \tau) S(\tau) d\tau. \quad (2.1)$$

Отметим очевидные математические свойства элементарного воспитания:

- 1) если знак удельной эмоции совпадает со знаком сюжета, то воспитание положительно;
- 2) в силу определения 1.3 функция  $r(t)$  является дифференцируемой по параметру  $t$ , поэтому справедливо соотношение  $M(s(t), t) = \frac{dr(t)}{dt}$ .

Будем считать, что с течением времени робот забывает эмоции, которые он когда-то испытывал. Прошлые эмоции все меньше и меньше сказываются

на его текущем воспитании. А вместе с тем забываются и прошлые элементарные воспитания, порождаемые испытываемыми ранее эмоциями робота.

Исходя из этого становится очевидным следующее определение.

Определение 2.3. Воспитанием робота  $R(t)$  (воспитание робота во время действия эмоции) на сюжетах  $S(t)$  назовем функцию вида

$$R_i(t) = r_i(\tau) + \theta_i(t)R_i(t_i), \quad (2.2)$$

где  $t$  – текущее время,  $t > t_i$ ,  $0 \leq \theta_i(t) \leq 1$ . Текущее время удовлетворяет соотношению  $t = \tau + t_i$ , где  $\tau$  – текущее время действия настоящей эмоции от начала ее проявления,  $t_i$  – общее время действия всех предыдущих эмоций,  $R_i(t_i)$  – воспитание, полученное роботом за время  $t_i$ . Для робота с неабсолютной памятью справедливы соотношения  $\theta_i(t_i) = \theta_i \leq 1 - \delta$ ,  $0 \leq \delta = const < 1$ .

Можно дать также следующее словесное определение воспитания: воспитание – это величина, определяющая устойчивость мотивации поведения робота на определенном классе сюжетов.

Определение 2.4. Коэффициенты  $\theta_i(t)$  назовем коэффициентами памяти прошлых событий или коэффициентами памяти робота.

Согласно формуле (2.2) можем записать соотношение, определяющее воспитание в начале действия на робота эмоции с порядковым номером  $i+1$  :

$$R_{i+1}(0) = r(0) + \theta_i(0)R_i(t_i).$$

Легко видеть, что справедливы равенства

$$R_{i+1}(0) = R_i(t_i), \quad r(0) = 0.$$

Следовательно, выполняется соотношение  $\theta_i(0) = 1$ .

Определение 2.5. Тактом назовем время действия одной эмоции.

Из психологической науки известно, что эмоция не может продолжаться более 10 с. Поэтому будем предполагать, что величина такта любой эмоции робота не больше этого числа.

В дальнейшем психологические характеристики роботов, соответствующие текущему действию такта, будем обозначать со скобками после переменной, а значения психологических характеристик, соответствующие концам тактов, – без скобок. Например,  $R_i(t)$  определяет функцию изменения воспитания для текущего времени  $t$  действующего такта  $i$ , а  $R_i$  – значение воспитания в конце такта  $i$ .

Легко видеть, что робот, характеризующийся коэффициентом памяти прошлых воспоминаний, тождественным 1, в деталях помнит все прошлые эмоциональные воспитания. Такого робота можно назвать роботом с абсолютной памятью. Но предположим, что память робота о прошлом стирается, т. е. для забывчивого робота в конце каждого такта справедливо двойное неравенство  $0 \leq \theta_i < 1$ . Таким образом, для этого робота можно сформулировать следующую теорему.

Теорема 2.1. Воспитание только на положительных эмоциях забывчивого

робота имеет пресыщение.

Доказательство

Легко видеть, что соотношение (2.2) эквивалентно равенству

$$R_i = r_i + \theta_i[r_{i-1} + \theta_{i-1}R_{i-2}]. \quad (2.3)$$

Соотношение (2.3) можно записать в следующем виде:

$$R_i = r_i + \theta_i r_{i-1} + \theta_i \theta_{i-1} r_{i-2} + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} r_{i-3} + \dots + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} \dots \theta_1 r_0. \quad (2.4)$$

Так как все эмоции положительны, то и элементарные воспитания положительны; так как эмоции ограничены по величине и время действия эмоции ограничено, то элементарные воспитания также ограничены. Исходя из этого, можно сделать вывод, что для робота неабсолютной памятью существует такие числа  $\theta$  и  $q$ , для которых выполняются неравенства

$$1 > \theta \geq \theta_j, \quad q \geq r_k, \quad q \geq r(\tau), \quad (2.5)$$

где  $j = \overline{1, i}$ ,  $k = \overline{0, i-1}$ .

Благодаря соотношениям (2.4) и (2.5) можно получить верхнюю оценку изменения функции  $R(t)$ . Она будет иметь вид

$$R(t) \leq q + q \sum_{j=0}^{i-1} \theta^j \leq 2q \sum_{j=0}^{i-1} \theta^j. \quad (2.6)$$

Правая часть соотношения (2.6) определяет сумму членов геометрической прогрессии, которая влечет неравенство

$$R(t) \leq 2q \frac{1 - \theta^{i-1}}{1 - \theta}. \quad (2.7)$$

Перейдя в правой части соотношения (2.7) к пределу при  $t \rightarrow \infty$  или  $i \rightarrow \infty$ , получим верхнюю оценку для значения воспитания:

$$R(t) \leq \frac{2q}{1 - \theta}. \quad (2.8)$$

Неравенство (2.8) позволяет сделать вывод о том, что воспитание робота, основанное на положительных эмоциях, ограничено сверху, т. е. имеет пресыщение, что требовалось доказать.

Теорема 2.1 полностью подтверждается психологическими исследованиями, результаты которых говорят о том, что невозможно воспитывать человека до бесконечности: у воспитуемого начиная с какого-то времени наступает пресыщение [4], и он поднимается на новую ступень эмоциональной деятельности.

Определение 2.6. Предельным воспитанием  $U$  назовем величину, соответствующую конечному моменту времени действия эмоций и удовлетворяющую равенству  $U = \frac{q}{1 - \theta}$ .

Определение 2.7. Эмоции, влекущие равные элементарные воспитания, назовем равноценными.

Определение 2.8. Забывчивого робота, у которого все коэффициенты памяти, соответствующие конечному моменту времени каждой эмоции, равны и постоянны, назовем равномерно забывчивым.

Теорема 2.2. Воспитание робота  $R_i$ , основанное на равноценных эмоциях равномерно забывчивого робота, определяется соотношением  $R_i = q \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta}$ , где  $q$  – значение элементарного воспитания,  $i$  – порядковый номер завершенной равноценной эмоции из числа эмоций, на основе которых осуществляется воспитание, к текущему моменту времени.

Доказательство очевидно следует из теоремы 2.1.

Сделаем нижеследующее замечание: при компьютерной реализации эмоций робота в процессе действия сюжета невозможно предсказать продолжительность действия сюжета. Поэтому целесообразно моделировать эмоции после завершения этого действия.

Рассмотрим пример.

Выберем функцию эмоций в виде

$$M(t) = P \sin \left[ \frac{\pi}{t^0 - t^*} (t - t^*) \right], \quad (2.9)$$

где  $P = const$ ,  $t \in [t^*, t^0]$ ,  $t^0$  – фиксированное число, причем  $t^0 \in (t^*, 2t^*]$ .

Заметим, что изменение некоторых условий принадлежности функции внутренних переживаний робота к эмоциям, согласно формуле (2.9), не требует корректировки рассматриваемой в настоящей монографии теории.

Очевидно, что такт  $\tau$  для эмоции (2.9) удовлетворяет соотношению  $\tau = t^0 - t^*$ , а элементарное воспитание  $r$  определяется формулой

$$r = \int_{t^*}^{t^0} P \sin \left[ \frac{\pi}{t^0 - t^*} (t - t^*) \right] dt = 2P \frac{t^0 - t^*}{\pi} = 2P \frac{\tau}{\pi}. \quad (2.10)$$

Легко видеть, что при воспитательном процессе соотношение (2.10) обеспечивает равноценные эмоции при условии  $P\tau = const$ .

Будем предполагать, что все такты равны между собой.

Ниже приведем теорему, которая математически характеризует стирание памяти о прошлых воспитаниях, если эти воспитания не поддерживаются эмоциями с течением времени. В этом случае индекс  $i$  определяется из соотношения  $i = \left\lfloor \frac{t}{\sigma} \right\rfloor$ , где  $t$  – текущее время,  $\sigma$  – время действия первой и единственной эмоции, повлекшей элементарное воспитание  $r_0$ .

Теорема 2.3. У равномерно забывчивого робота первое и единственное элементарное воспитание забывается согласно геометрической прогрессии.

Доказательство. Согласно равенству (2.4) при отсутствии постоянно действующих в течение времени эмоций воспитание к моменту времени  $t$  удовлетворяет соотношению

$$R_i = \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} \dots \theta_1 r_0. \quad (2.11)$$

Так как робот равномерно забывчив, то справедливо равенство  $\theta_j = \theta = const$ ,  $j = \overline{1, i}$ . Следовательно, верна формула  $R_i = \theta^i r_0$ , что и требовалось доказать.

Следующая теорема позволяет оценить сверху текущее воспитание забывчивого робота в том случае, когда он в прошлом получил только единственное элементарное воспитание.

Теорема 2.4. Воспитание забывчивого робота, полученное в результате единственного положительного элементарного воспитания, удовлетворяет неравенству  $R_i \leq \theta^{i-1} r_0$ , где  $\theta \geq \theta_j$ ,  $j = \overline{1, i}$ .

Доказательство очевидно следует из вида формулы (2.11).

Выше была отмечена справедливость соотношения

$$M(t) = \frac{dr(t)}{dt}. \quad (2.12)$$

Пусть для робота элементарные воспитания удовлетворяют неравенству

$$|r_j| \leq q. \quad (2.14)$$

При стремлении значения  $i$  к бесконечности и обратной нумерации элементарных воспитаний соотношение (2.4) примет вид

$$R = \sum_{i=1}^{\infty} r_{i-1} \prod_{j=1}^{i-1} \theta_j. \quad (2.15)$$

Определение 2.9. Воспитание робота, соответствующее формуле (2.15), назовем бесконечным воспитанием.

Заметим, что сходимость бесконечного воспитания определяет перспективы воспитания робота.

Теорема 2.5. Для забывчивого робота бесконечное воспитание, соответствующее концам тактов, сходится.

Доказательство. Покажем, что ряд (2.15) сходится абсолютно.

Так как выполняется неравенство  $0 \leq \theta_i < 1 - \delta$ , то существует такое  $\theta$ , меньшее единицы, что справедливо соотношение  $\theta_i \leq \theta < 1$ , где  $i = \overline{1, \infty}$ .

В силу неравенства (2.14), формулы (2.15) и формулы для определения суммы членов геометрической прогрессии [7] можно записать соотношение

$$\sum_{i=1}^{\infty} |r_{i-1}| \prod_{j=1}^{i-1} \theta_j \leq \sum_{i=0}^{\infty} q \theta^i = \frac{q}{1-\theta} < \infty.$$

Таким образом, ряд (2.15) сходится абсолютно, и, следовательно, ряд сходится.

Теорема доказана.

В силу предыдущей теоремы для конца каждого такта непрерывного воспитательного процесса справедливо соотношение

$$z = \lim_{i \rightarrow \infty} R_i = \lim_{i \rightarrow \infty} r_i + \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i \lim_{i \rightarrow \infty} R_{i-1},$$

которое эквивалентно равенству

$$z = \lim_{i \rightarrow \infty} r_i + \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i z. \quad (2.16)$$

Формула (2.16) позволяет сформулировать следующую теорему:

Теорема 2.6. Элементарное воспитание равномерно забывчивого робота, соответствующее концам тактов, с течением времени непрерывного воспитательного процесса стремится к постоянной величине.

Доказательство

Так как для равномерно забывчивого робота справедливо соотношение  $\theta_i = \theta = \text{const} < 1$ ,  $i = 1, \infty$ , то в силу равенства (2.16) последовательность элементарных воспитаний, соответствующая концам воспитательных тактов, имеет предел.

Теорема доказана.

Следствие 2.6. Для равномерно забывчивого робота справедлива формула  $\lim_{i \rightarrow \infty} r_i = (1 - \theta)z$ .

Доказательство следует из равенства (2.16).

Оценим погрешность величины бесконечного воспитания при условии, когда для оценки суммы ряда (2.15) применяется  $k$  членов ряда.

Легко видеть, что при обратной нумерации элементарных воспитаний погрешность  $b_{k+1} = \left| \sum_{i=k+1}^{\infty} r_i \prod_{j=1}^{i-1} \theta_j \right|$  при конечном суммировании  $k$  членов ряда будет удовлетворять неравенству

$$b_{k+1} \leq \frac{q\theta^k}{1-\theta}.$$

Очевидно, что воспитание не может осуществляться непрерывно: после серии эмоциональных воспитательных воздействий наступает период затишья в воспитании.

Введем дополнительное определение.

Определение 2.10. Полным воспитательным циклом назовем количество тактов, равное сумме количества тактов при воздействии воспитательных эмоций и количества тактов, соответствующих отсутствию воздействий элементарных воспитаний на робота до наступления следующего воспитательного эмоционального воздействия.

Рассмотрим воспитание равномерно забывчивого робота с равноценными эмоциями.

Легко видеть, что согласно теоремам 2.2 и 2.3 воспитание  $F_{j_1, k_1}$  для первого полного воспитательного цикла равномерно забывчивого робота на равноценных эмоциях с равными тактами удовлетворяет соотношению

$$F_{j_1, k_1} = q\theta^{k_1} \frac{1 - \theta^{j_1}}{1 - \theta}, \quad (2.17)$$

где  $j_1$  – количество тактов при наличии воспитательных воздействий на работа,  $k_1$  – количество тактов при их отсутствии.

Очевидно, что воспитание  $F_{j_n, k_n}$ , полученное роботом в результате  $n$  полных воспитательных циклов, определяется равенством

$$F_{j_n, k_n} = \theta^{k_n} \left( q \frac{1 - \theta^{j_n}}{1 - \theta} + \theta^{j_n} F_{j_{n-1}, k_{n-1}} \right). \quad (2.18)$$

Из вида соотношений (2.17) – (2.18) следует, что величина  $\Omega_{j_n, k_n}$ , задаваемая равенством  $\Omega_{j_n, k_n} = \frac{F_{j_n, k_n}}{q}$ , не зависит от  $q$ . Так как справедливо соотношение  $q = \text{const}$ , то  $\Omega_{j_n, k_n}$  является безразмерной мерой воспитания, полученного роботом в результате  $n$  полных воспитательных циклов.

Определение 2.11. Функцию  $\Omega_{j_n, k_n}$  назовем функцией памяти.

Очевидно то, что функция памяти показывает, насколько в процессе воспитания запоминаются роботом равноценные воспитательные эмоции.

Пусть число  $U$  определяет величину, равную наибольшему (пресыщенному) воспитанию. Полагая эмоции равноценными и коэффициенты памяти равными одной и той же константе, перейдем в обеих частях равенства (2.2) к пределу при стремлении количества тактов к бесконечности. В результате этого действия получим соотношение

$$\lim_{i \rightarrow \infty} r(t) = U(1 - \theta) = q.$$

Таким образом, воспитание работа  $R$ , полученное в результате первого полного воспитательного цикла, будет определяться формулой

$$R = \theta^{k_1} (1 - \theta^{j_1}) U.$$

Легко видеть, что функция  $G(k_1, j_1)$ , удовлетворяющая соотношению

$$G(k_1, j_1) = \frac{R}{U} = \theta^{k_1} (1 - \theta^{j_1}), \quad (2.19)$$

определяет отклонение воспитания от его пресыщения: чем ближе при заданных величинах  $k_1$  и  $j_1$  значение  $G(k_1, j_1)$  к единице, тем ближе воспитание работа к пресыщению, и наоборот.

Определение 2.12. Функцию  $G(k_1, j_1)$  назовем индикатором пресыщения.

Легко показать, что индикатор пресыщения для фиксированных  $k_1$  и  $j_1$  имеет максимальное значение при выполнении условия:

$$\theta = \left( \frac{k_1}{j_1 + k_1} \right)^{\frac{1}{j_1}}. \quad (2.20)$$

Подставляя соотношение (2.20) в равенство (2.19), получим формулу, определяющую максимально возможное значение  $G_{\max}$  индикатора пресыщения в конце первого полного воспитательного цикла:

$$G_{\max} = \left( \frac{k_1}{j_1 + k_1} \right)^{j_1} \frac{j_1}{j_1 + k_1}.$$

Определение 2.13. Функцию  $B_{j_n, k_n} = \frac{F_{j_n, k_n}}{U}$  назовем полным индикатором пресыщения.

В заключение этой главы приведем несколько утверждений, касающихся работа с неравноценными эмоциями, не являющегося равномерно забывчивым.

Легко видеть, что для такого работа в конце полных воспитательных циклов, количество которых равно  $n$ , общая функция воспитательного процесса  $V_{l_n, i_n}^{[n]}$ , определяющая воспитание, полученное в результате этих циклов, удовлетворяет соотношению

$$V_{l_p, i_p}^{[p]} = \left( \frac{l_p \approx [p]}{\prod_{k=1} \theta_k} \right) \left[ r_{i_p+1}^{[p]} + \sum_{k=1}^{i_p+1} r_{k-1}^{[p]} \prod_{j=1}^{i_p+1-k} \theta_j^{[p]} + \left( \prod_{i=1}^{i_p} \theta_i^{[p]} V_{l_{p-1}, i_{p-1}}^{[p-1]} \right) \right],$$

$$p = \overline{2, n},$$

$$V_{i_1, l_1}^{[1]} = \left( \frac{l_1 \approx [1]}{\prod_{k=1} \theta_k} \right) \left[ r_{i_1+1}^{[1]} + \sum_{k=1}^{i_1+1} r_{k-1}^{[1]} \prod_{j=1}^{i_1+1-k} \theta_j^{[1]} \right],$$

где  $[i]$  – обозначение переменных, соответствующих воспитательному циклу с номером  $i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $\theta_k$  соответствует коэффициентам памяти цикла с номером  $p$  для тактов без эмоциональных воспитаний,  $k$  – номер такта без эмоциональных воспитаний,  $l_p$  – количество тактов цикла с номером  $p$  без эмоциональных воздействий,  $i_p$  – количество тактов воспитательного цикла с номером  $p$  при непрерывных эмоциональных воспитательных воздействиях.

Очевидно, что для забывчивого работа справедливы неравенства

$$|V_{l_p, i_p}^{[p]}| \leq F_{l_p, i_p}, \quad F_{l_p, i_p} = \theta^{l_p} \left( q \frac{1}{1-\theta} + \theta^{i_p} F_{l_{p-1}, i_{p-1}} \right), \quad p = \overline{2, n},$$

$$|V_{l_1, i_1}^{[1]}| \leq F_{l_1, i_1}, \quad F_{l_1, i_1} = q \theta^{i_1} \frac{1}{1-\theta},$$

где  $\theta = \max(\theta_j \approx [p], \theta_i^{[p]})$ ,  $i = \overline{1, i_p}$ ,  $j = \overline{1, l_p}$ ,  $p = \overline{1, n}$ .

Введем следующие определения:

Определение 2.14. Обобщенной функцией памяти  $W_{l_n, i_n}^{[n]}$  назовем вели-

чину, удовлетворяющую соотношению  $W_{l_n, i_n}^{[n]} \approx [n] = \frac{V_{l_n, i_n}^{[n]}}{q}$

Определение 2.15. Обобщенным индикатором пресыщения воспитания

назовем функцию вида 
$$W_{l_n, i_n}^{[n]} = \frac{|V_{l_n, i_n}^{[n]}| (1 - \theta)}{q}.$$

Исходя из вышеприведенных определений, следует, что обобщенная функция памяти и обобщенный индикатор пресыщения воспитания являются безразмерными функциями.

Очевидно, что обобщенный индикатор пресыщения воспитания удовлетворяет неравенству  $0 \leq W_{l_n, i_n}^{[n]} \leq 1.$

### 3. ПАРАМЕТРЫ ГРУППЫ ЭМОЦИОНАЛЬНЫХ РОБОТОВ

Рассмотрим задачу, связанную с изучением эмоционального состояния группы роботов. Приведенная ниже теория представляет собой одну из попыток математически формализовать решение этой задачи.

Определение 3.1. Будем определять суммарное воспитание группы, состоящей из  $n$  роботов, принадлежащих множеству  $\Omega_n$ , на сюжете  $S(t)$  по формуле

$$W_{\Omega_n} = \sum_{i \in \Omega_n} \int_0^t a_i(S(\tau), \tau) S(\tau) d\tau. \quad (3.1)$$

Пусть мы имеем две группы, насчитывающие  $p$  и  $k$  роботов и составляющие два множества  $\Omega_p$ ,  $\Omega_k$  соответственно, где  $\Omega_p \cup \Omega_k = \Omega_n$ ,  $\Omega_p \cap \Omega_k = \otimes$ ,  $\Omega_p \neq \otimes$ ,  $\Omega_k \neq \otimes$ . Выясним, когда возможен в наибольшей степени психологический конфликт между этими группами на одном классе сюжетов. Очевидно, что, например, ненависть определяется противоположными по знаку суммарными воспитаниями враждующих групп и что для наивысшей конфронтации между группами роботов необходимо выполнение равенства  $\frac{W_{\Omega_k}}{W_{\Omega_p}} = -1$ , где  $W_{\Omega_p} \neq 0$ .

Справедливо *обратное утверждение*: если суммарное воспитание двух групп равно нулю и хотя бы воспитание одного робота не равно нулю, то вероятна наивысшая конфронтация между двумя группами роботов.

Приведем доказательство этого утверждения.

Пусть  $W_{\Omega_n} = 0$ , тогда можно подобрать так числа  $k$  и  $p$ , где  $k+p=n$ , и множества  $\Omega_k$  и  $\Omega_p$ , что будет справедливо равенство

$$W_{\Omega_n} = W_{\Omega_k} + W_{\Omega_p} = 0, \text{ т.е., } \frac{W_{\Omega_k}}{W_{\Omega_p}} = -1$$

при  $W_{\Omega_p} \neq 0$ , что и требовалось доказать.

Исходя из вышеизложенного, следует теорема 3.1. Для наибольшей конфронтации между группами роботов при существовании хотя бы одного

робота с ненулевым воспитанием необходимо и достаточно равно нулю суммарного воспитания этих групп.

Очевидно, что конфронтация будет тем острее, чем больше значение  $|W_{\Omega_k}|$  отличается от нуля.

Сформулированная теорема позволяет определять наиболее враждующие пары роботов или группировки роботов. Для выявления конфликтующих групп достаточно вычислить воспитание каждого робота, а затем, например перебором с помощью компьютера [55] или вручную, получить массив всевозможных суммарных воспитаний. Множества роботов, чьи суммарные воспитания близки к нулю, составят конфликтные группы риска.

Легко видеть, что группа является тем сплоченнее, чем ее суммарное воспитание наиболее отлично от нуля.

Пусть суммарное воспитание членов первой группы роботов, полученное в результате нескольких полных воспитательных циклов  $W^{[1]}$ , удовлетворяет соотношению  $W^{[1]} = \sum_{j=1}^n V_{i_{p_j}, k_{k_{p_j}}}^{[1]}$ , а соответствующее суммарное воспитание

членов второй группы определяется формулой  $W^{[2]} = \sum_{j=1}^m V_{i_{p_j}, k_{k_{p_j}}}^{[2]}$ , где индекс,

написанный в квадратных скобках, определяет принадлежность к первой или второй группе роботов,  $n$  – количество роботов в первой группе,  $m$  – количество роботов во второй группе.

Тогда условие конфликта между группами будет определяться соотношением  $W^{[1]} + W^{[2]} = 0$ , которое эквивалентно равенству

$$\sum_{j=1}^n V_{i_{p_j}, k_{k_{p_j}}}^{[1]} + \sum_{j=1}^m V_{i_{p_j}, k_{k_{p_j}}}^{[2]} = 0.$$

Определение 3.2. Изменение знака воспитания на противоположный назовем перевоспитанием.

Очевидно, что одна группа из  $k$  роботов может перевоспитать другую группу из  $p$  роботов в свою пользу, если к началу перевоспитания будет

выполняться равенство  $\frac{W_{\Omega_k}}{W_{\Omega_p}} = Q$ , где  $Q \neq -1$ ,  $|W_{\Omega_k}| > |W_{\Omega_p}|$ ,  $W_{\Omega_p} W_{\Omega_k} < 0$ . Чем

значительнее величина  $Q$  отличается от  $-1$ , тем наиболее эффективно будет происходить перевоспитание.

Определение 3.3. Будем говорить, что в группе в момент времени  $t_0$  присутствует конфликт по эмоциям, если сумма эмоций каждого члена

группы равна нулю, т. е.  $\sum_{i=1}^n M_i(t_0) = 0$ .

Очевидно, что если в момент времени  $t_0$  суммарные эмоции и воспитания членов группы роботов равны нулю, то налицо угроза открытого конфликта в его наивысшей степени.

Рассмотрим условия конфликта между двумя равномерно забывчивыми роботами с равноценными эмоциями.

Известно, что предельное воспитание первого равномерно забывчивого робота  $U_1$ , воспитанного на равноценных эмоциях, удовлетворяет соотношению  $U_1 = \frac{q_1}{1-\theta_1}$ , а предельное воспитание второго равномерно забывчивого робота  $U_2$ , также воспитанного на равноценных эмоциях, определяется равенством  $U_2 = \frac{q_2}{1-\theta_2}$ , где  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – соответствующие коэффициенты памяти,  $q_1$  и  $q_2$  – значения соответствующих элементарных воспитаний. Предположим, что роботы при бесконечном воспитательном процессе приходят к конфликту по воспитаниям. Тогда следует справедливость формулы  $U_1 = U_2$ , влекущая соотношение

$$\frac{q_1}{1-\theta_1} = \frac{q_2}{1-\theta_2}. \quad (3.2)$$

Равенство (3.2) позволяет определить приближенную зависимость друг от друга коэффициентов памяти двух конфликтующих на равноценных эмоциях равномерно забывчивых роботов:

$$\theta_2 = 1 - (1 - \theta_1) \frac{q_2}{q_1}. \quad (3.3)$$

Очевидно, что если коэффициенты  $\theta_1$  и  $\theta_2$  не будут связаны соотношением (3.3), то никогда в пределе первый и второй роботы не придут к конфликту по воспитаниям.

В разделе 2 было показано, что в результате  $j$  непрерывных воспитательных воздействий на первого робота и  $i$  непрерывных воспитательных воздействий на второго робота, соответствующие воспитания описываются формулами

$$R_j^{[1]} = q_1 \frac{1-\theta_1^j}{1-\theta_1}, \quad R_i^{[2]} = q_2 \frac{1-\theta_2^i}{1-\theta_2}.$$

Тогда условие наступления конфликта между роботами в процессе воспитания будет определять равенство

$$q_1 \frac{1-\theta_1^j}{1-\theta_1} = q_2 \frac{1-\theta_2^i}{1-\theta_2}. \quad (3.4)$$

Но мы можем сказать, что если коэффициенты памяти  $\theta_1$  и  $\theta_2$  не связаны соотношением (3.3), то с течением времени конфликт между роботами в процессе воспитания пройдет сам, то есть, без каких-либо дополнительных эмоциональных воздействий, отличных от воздействия уже существующими равноценными эмоциями.

## 4. ДРУЖБА РОБОТОВ

Изложенное ниже представляет собой попытку ввести понятие «дружба роботов».

Введем несколько определений.

Определение 4.1. Будем говорить, что группа роботов дружна, если индивидуальные воспитания каждого из ее роботов положительны.

Определение 4.2. Если индивидуальные воспитания дружной группы роботов не меньше величины  $P_0 > 0$ , то будем говорить, что группа роботов дружна со значением дружбы  $P_0$ .

Теорема 4.1. Существует такое число  $\xi$ , что дружная группа роботов является дружной со значением дружбы  $\xi$ .

Доказательство. Так как группа дружна, то индивидуальные воспитания  $R_i$  ( $i=1, n$ ) каждого из ее роботов удовлетворяют условию  $R_i > 0$ . Следовательно, существует такое число  $\xi > 0$ , что справедливы неравенства  $R_i \geq \xi$ ,  $i=1, n$ , что и требовалось доказать.

Определение 4.3. Пусть индивидуальные воспитания группы, состоящей из  $n$  роботов, положительны. Суммарным значением дружбы  $n$  роботов назовем сумму всех величин индивидуальных воспитаний роботов этой группы.

Будем предполагать, что совокупность роботов, количество которых равно  $n$ , разделена на две группы. Пусть первая группа, состоящая из  $m$  роботов, является наиболее дружной и значение дружбы равно  $P_0$ . Таким образом, суммарное значение дружбы первой группы  $P$  определяется равенством  $P = mP_0$ .

Пусть вторая группа, состоящая из  $n-m$  роботов, имеет значение дружбы, равное  $R_0$ . Тогда суммарное значение дружбы второй группы удовлетворяет соотношению  $A = (n - m)R_0$ .

Очевидно, что суммарное значение дружбы двух групп  $R$  будет определяться формулой

$$R = P + A = mP_0 + (n - m)R_0. \quad (4.1)$$

Предположим справедливость неравенства  $P_0 > R_0$ .

Пусть члены второй группы являются роботами с равными равноценными эмоциями  $q$  и равномерно забывчивыми с равными коэффициентами памяти  $\theta$ .

Поставим следующую задачу: определить условие воспитания роботов второй группы, при котором становится возможным достижение коэффициента дружбы второй группы, равного или большего значению коэффициента дружбы первой группы в результате воспитания роботов второй группы.

Исходя из соотношения (4.1) следует, что это условие определяется неравенством

$$mP_0 + (n - m)R_* \geq nP_0, \quad (4.2)$$

где  $R_*$  – значение воспитания каждого робота второй группы после начала воспитательного процесса.

Легко видеть, что соотношение (4.2) эквивалентно формуле

$$R_* \geq P_0. \quad (4.3)$$

Будем одновременно воздействовать на каждого робота второй группы равноценными эмоциями, пока не начнет выполняться условие (4.3). Очевидно, что в конце воспитательного процесса должно выполняться соотношение

$$q \frac{1 - \theta^j}{1 - \theta} + \theta^j R_0 \geq P_0,$$

где  $j$  – количество тактов воспитательного процесса для роботов второй группы.

Таким образом, при заданных коэффициентах памяти роботов второй группы для определения наименьшего количества необходимых воспитательных тактов необходимо решить следующую задачу:

$$\text{найти } \min_{j \geq 1} \left( q \frac{1 - \theta^j}{1 - \theta} + \theta^j R_0 - P_0 \right) \quad (4.4)$$

при условии  $q \frac{1 - \theta^j}{1 - \theta} + \theta^j R_0 - P_0 \geq 0$ .

Докажем теорему.

Теорема 4.2. Если справедливо соотношение  $\frac{q}{1 - \theta} + R_0 < P_0$ , то задача (4.4)

не имеет решения.

Доказательство. Так как роботы второй группы равномерно забывчивы, то справедливо двойное неравенство  $0 \leq \theta < 1$ . Таким образом, условие теоремы 4.2 влечет формулу, справедливую для любого значения тактов  $j$ :

$$q \frac{1 - \theta^j}{1 - \theta} + \theta^j R_0 < P_0.$$

Эта формула говорит о том, что ограничивающее условие в задаче (4.4) никогда выполняться не будет. Следовательно, задача (4.4) при условиях теоремы не имеет решения, что и требовалось доказать.

Иными словами, смысл теоремы можно передать так: не всегда воспитательными воздействиями на роботов можно добиться того, чтобы роботы стали одинаково дружны между собой с заданным значением дружбы.

## 5. ГИПОТЕЗА О ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ РОБОТОВ

Советский психолог Д.Н. Узнадзе [93], бывший директор Института психологии АН Грузии, носящего в настоящее время его имя, выдвинул гипотезу о существовании у человека психологических установок. Узнадзе писал, что с течением времени жизни человека установки меняются.

Опишем гипотезу советского психолога языком математики и перенесем ее на математическое описание психологии эмоционального робота.

Согласно работам Д.Н. Узнадзе [93] и его учеников [14] существуют периоды жизни человека, при которых установки не меняются. Поэтому будем считать, что для этих периодов эмоции человека (робота) являются равноценными.

Будем считать, что эмоция  $M_0(t)$ , соответствующая нулевому такту, при котором она появилась у робота в результате первого воздействия на него сюжетом-стимулом, сохраняется в памяти робота постоянно, выступая своеобразным эталоном эмоций этого типа и являясь эталоном эмоций, т.е. эталонной эмоцией. Сказанное можно описать математически следующим образом:

$$M_i(t) = M_0(t) = M(t). \quad (5.1)$$

Так как формула (5.1) справедлива для любого такта  $i$ , то в этом случае можно заключить, что у отдельного робота эталонные эмоции одного типа, вызванные одним и тем же стимулом, равноценны, т.е. справедливо равенство

$$q = \int_{t_{i-1}}^{t_i} M(\tau) d\tau = \text{const}, i > 0.$$

Прежде чем перейти к дальнейшему изложению, отметим, что адекватность определения 2.6, описывающего предельное воспитание, т.е. пресыщение воспитания робота полностью подтверждается психологическими исследованиями. Результаты этих исследований говорят о том, что невозможно воспитывать человека до бесконечности; у воспитуемого, начиная с определенного времени, наступает пресыщение [3; 4], и он поднимается на новую ступень эмоциональной деятельности. Опишем переход на эту новую ступень.

Введем определение уровня воспитания робота.

Определение 5.1. Уровнем воспитания робота назовем количество смен эталонных эмоций (установок) робота к текущему моменту времени воспитательного процесса.

Воспитание, эталонную эмоцию и коэффициенты памяти, соответствующие уровню  $k$ , обозначим  $R_i^{[k]}$ ,  $M^{[k]}(t)$  и  $\theta_i^{[k]}$ .

Пусть робот является равномерно забывчивым с равными коэффициентами памяти для всех уровней, т.е.  $\theta_i^{[k]} = \theta$ . Предположим также, что для всех уровней непрерывного воспитания робота его эмоции положительны, что влечет справедливость неравенства  $q > 0$ .

Исходя из вышеизложенного, можно предложить следующий алгоритм смены эталонных эмоций (установок) робота:

1. Задается эталонная эмоция первого уровня ( $k = 1$ ).
2. Значению такта присваивается номер 1:  $i = 1$ .
3. Воспитательный процесс определяется согласно формуле

$$R_i^{[k]} = q^{[k]} + \theta R_{i-1}^{[k]}.$$

4. Вычисляется предельное воспитание  $U^{[k]}$  для уровня  $k$  по формуле  $U^{[k]} = \frac{q^{[k]}}{1-\theta}$ .
5. Если  $|R_i^{[k]} - U^{[k]}| > \varepsilon$ , то номер такта  $i$  увеличивается на 1 и осуществляется переход к пункту 3.
6. Увеличиваем порядковый номер  $k$  на единицу и осуществляем присваивание  $q^{[k]} = R_i^{[k-1]}$ .
7. Если суммарное время воспитательного робота меньше допустимого, то идем к 2.
8. Конец.

Предложенный алгоритм изменения установок и перехода воспитания робота на более высокий уровень назовем алгоритмом Д.Н. Узнадзе.

Пусть переход с уровня  $k$  воспитательного процесса на уровень  $k+1$  осуществляется при выполнении условия

$$R_i^{[k]} = R^{[k]} = \frac{q^{[k]}}{1-\theta} - \varepsilon^{[k]},$$

где  $0 < \varepsilon^{[k]} < \frac{q^{[k]}}{1-\theta}$ .

Введем определение восприимчивости робота к воспитанию.

Определение 5.2. Обратную величину к величине отклонения предельного воспитания от воспитания, при котором осуществляется переход на новый воспитательный уровень, назовем восприимчивостью робота к воспитанию.

Очевидно, что для уровня  $k$  восприимчивость  $w^{[k]}$  робота к воспитанию определяется формулой  $w^{[k]} = \frac{1}{\varepsilon^{[k]}}$ .

Предположим справедливость равенства  $\varepsilon^{[k]} = \varepsilon = const$  для любого уровня.

Легко показать, что, исходя из алгоритма Д.Н. Узнадзе, в этом случае численное значение итогового воспитания, при котором осуществляется переход с уровня  $k$  воспитательного процесса на уровень  $k+1$ , удовлетворяет соотношению

$$R^{[k]} = \frac{q^{[1]}}{(1-\theta)^k} + \varepsilon \frac{(1-\theta)^k - 1}{\theta(1-\theta)^{k-1}}. \quad (5.2)$$

Формула (5.2) влечет цепочку следующих равенств:

$$R^{[k]} = \frac{q^{[1]}\theta + \varepsilon[(1-\theta)^{k+1} - 1 + \theta]}{\theta(1-\theta)^k} = \varepsilon \left[ \frac{\theta \left( \frac{q^{[1]} + 1}{\varepsilon} \right) - 1}{\theta(1-\theta)^k} + \frac{1-\theta}{\theta} \right]. \quad (5.3)$$

Нетрудно заметить, что при удовлетворении условия  $q^{[1]} = \left(\frac{1}{\theta} - 1\right)\varepsilon$  справедливо равенство  $\lim_{k \rightarrow \infty} R^{[k]} = q^{[1]}$ . Анализируя соотношение (5.3), можно сделать вывод о том, что при выполнении неравенства  $q^{[1]} > \left(\frac{1}{\theta} - 1\right)\varepsilon$  итоговое воспитание стремится к положительной бесконечности при бесконечном увеличении количества уровней; при выполнении неравенства  $q^{[1]} < \left(\frac{1}{\theta} - 1\right)\varepsilon$ , даже при воздействии на робота только положительными эмоциями, справедливо равенство  $\lim_{k \rightarrow \infty} R^{[k]} = -\infty$ . Таким образом, восприимчивость робота к воспитанию и память робота серьезно влияют на результаты его длительного непрерывного эмоционального воспитания.

При компьютерном моделировании непрерывного воспитательного процесса эмоциональных роботов с учетом эталонных эмоций (установок) Д.Н. Узнадзе и предлагаемого нами определения момента для изменения этих установок разработчик-программист может самостоятельно задавать значения коэффициентов памяти и восприимчивости роботов к воспитанию.

Отметим, что при компьютерной реализации алгоритма Д.Н. Узнадзе в качестве одного из входных параметров целесообразнее использовать относительную восприимчивость к воспитанию  $\alpha$ , смысл которой определяется формулой

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{\frac{q^{[1]}}{1-\theta}} = \frac{\varepsilon(1-\theta)}{q^{[1]}}.$$

Таким образом, величина  $\alpha$  показывает часть предельного воспитания, при достижении которой происходит переход от предыдущего уровня итогового воспитания к последующему. Очевидна справедливость двойного неравенства  $0 < \alpha < 1$ .

Легко показать, что при выполнении условия  $\alpha = \theta$  справедлива формула  $\lim_{k \rightarrow \infty} R^{[k]} = q^{[1]}$ , при  $\alpha < \theta$  верно соотношение  $\lim_{k \rightarrow \infty} R^{[k]} = \infty$ , при  $\alpha > \theta$  справедливо равенство  $\lim_{k \rightarrow \infty} R^{[k]} = -\infty$ .

Таким образом, предлагаемый раздел позволяет прогнозировать качественное поведение итогового непрерывного воспитания роботов с учетом

численных значений элементарного воспитания, коэффициента памяти робота и восприимчивости воспитания и дает возможность проводить аналогию между внутренними механизмами психологического поведения робота и человека.

## 6. ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС

Определение 6.1. Эквивалентным воспитательным процессом назовем непрерывный воспитательный процесс, соответствующий воспитанию с равноценными эмоциями, равными коэффициентами памяти, имеющий наименьшее отклонение во всех узловых точках измерения воспитания от значений реального непрерывного воспитательного процесса робота.

### 6.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ВОСПИТАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Пусть значения воспитаний реального непрерывного воспитательного процесса робота в конце каждого такта задаются величинами  $R_j, j = \overline{1, n}$ , где  $n$  – общее количество воспитательных тактов. Пусть также выполняются условия

$$R_{j+1} \geq R_j > 0, j = \overline{1, n-1}. \quad (6.1)$$

Аппроксимируем реальный воспитательный процесс робота эквивалентным воспитательным процессом. Очевидно, что для этого необходимо найти значения переменных  $\theta, q$ , доставляющих минимум целевой функции

$$J(\theta, q) = \sum_{j=2}^n \left( R_j - \theta^{j-1} R_1 - q \frac{1 - \theta^{j-1}}{1 - \theta} \right)^2. \quad (6.2)$$

Таким образом, для построения эквивалентного воспитательного процесса необходимо решить систему уравнений

$$\frac{\partial J(\theta, q)}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial J(\theta, q)}{\partial q} = 0. \quad (6.3)$$

В развернутом виде с учетом соотношения (6.2) система уравнений (6.3) примет вид

$$\sum_{j=2}^n \left( R_j - \theta^{j-1} R_1 - q \frac{1 - \theta^{j-1}}{1 - \theta} \right) (1 - \theta^{j-1}) = 0, \quad (6.4)$$

$$\sum_{j=2}^n \left( R_j - \theta^{j-1} R_1 - q \frac{1 - \theta^{j-1}}{1 - \theta} \right) \left[ (j-1) \theta^{j-2} R_1 - q \frac{1 - \theta^{j-1} - (j-1) \theta^{j-2} (1 - \theta)}{(1 - \theta)^2} \right] = 0 \quad (6.5)$$

Так как решения системы уравнений (6.4) – (6.5) должны удовлетворять условиям

$$0 \leq \theta < 1, q \geq 0, \quad (6.6)$$

то, благодаря проверке справедливости неравенств (6.6), можно оценить адекватность эквивалентного процесса реальному воспитательному процессу.

Найденные из уравнений (6.4) – (6.5) коэффициенты  $\theta, q$  позволяют приближенно найти предельное значение воспитания непрерывного процесса  $Z$ . Очевидно, что величина  $Z$  удовлетворяет соотношению

$$Z = \lim_{j \rightarrow \infty} \left( R_1 \theta^{j-1} + q \frac{1 - \theta^{j-1}}{1 - \theta} \right) = \frac{q}{1 - \theta}.$$

Оценим погрешность вычисления предельного воспитания реального непрерывного процесса роботов через эквивалентный воспитательный процесс.

Согласно формуле непрерывного воспитания реального процесса справедливо соотношение

$$R_j = r_j + \theta_j R_{j-1} + \prod_{k=1}^j \theta_k R_1. \quad (6.7)$$

Перейдем в равенстве (6.7) к пределу при времени, стремящемся к бесконечности:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} R_j = \lim_{j \rightarrow \infty} r_j + \lim_{j \rightarrow \infty} \theta_j \lim_{j \rightarrow \infty} R_{j-1} + \lim_{j \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^j \theta_k R_1. \quad (6.8)$$

Согласно теореме о сходимости воспитания справедливо соотношение  $\lim_{j \rightarrow \infty} R_j = D > 0$ . Исходя из этого, соотношение (6.8) эквивалентно равенству

$$D = \lim_{j \rightarrow \infty} r_j + \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_j D.$$

Таким образом, величина  $D$  удовлетворяет соотношению

$$D = \frac{\lim_{j \rightarrow \infty} r_j}{1 - \lim_{j \rightarrow \infty} \theta_j}. \quad (6.9)$$

Предположим справедливость неравенства

$$\frac{\lim_{j \rightarrow \infty} r_j}{1 - \lim_{j \rightarrow \infty} \theta_j} \geq \frac{q}{1 - \theta}. \quad (6.10)$$

С учетом последнего неравенства и соотношения (6.9) получим следующую формулу:

$$D - Z = \frac{\lim_{j \rightarrow \infty} r_j}{1 - \lim_{j \rightarrow \infty} \theta_j} - \frac{q}{1 - \theta} \leq \frac{M}{1 - \bar{\theta}} - \frac{q}{1 - \theta} = \frac{M - q}{\left(1 - \bar{\theta}\right)\left(1 - \theta\right)} + \frac{q\bar{\theta} - M\theta}{\left(1 - \bar{\theta}\right)\left(1 - \theta\right)}, \quad (6.11)$$

где  $M = \max_j r_j, \bar{\theta} = \max_j \theta_j$ .

Рассмотрим случай, соответствующий неравенству

$$\frac{\lim_{j \rightarrow \infty} r_j}{1 - \lim_{j \rightarrow \infty} \theta_j} < \frac{q}{1 - \theta}.$$

Очевидно, что в этом случае оценка погрешности предельного воспитания будет удовлетворять соотношениям

$$Z - D = \frac{q}{1 - \theta} - \frac{\lim_{j \rightarrow \infty} r_j}{1 - \lim_{j \rightarrow \infty} \theta_j} \leq \frac{q}{1 - \theta} - \frac{M}{1 - \theta} = \frac{q(1 - \theta) - M(1 - \theta)}{(1 - \theta)(1 - \theta)}, \quad (6.12)$$

где  $\underline{M} = \min_{j=1, \infty} r_j$ ,  $\underline{\theta} = \min_{j=1, \infty} \theta_j$ .

Соотношения (6.11) и (6.12) дают возможность вычислить оценку  $X$  погрешности предельного воспитания при аппроксимации реального процесса эквивалентным воспитательным процессом. Очевидно, что в общем случае она будет определяться формулой

$$X \leq \max \left( \left| \frac{M - q}{(1 - \underline{\theta})(1 - \theta)} + \frac{q\underline{\theta} - M\theta}{(1 - \underline{\theta})(1 - \theta)} \right|, \left| \frac{q(1 - \theta) - M(1 - \theta)}{(1 - \theta)(1 - \theta)} \right| \right).$$

Анализ формул (6.11) и (6.12) позволяет утверждать, что погрешность вычисления предельного воспитания будет тем меньше, чем хуже эмоциональная память робота.

Равенства (5.11), (5.12) позволяют для забывчивого робота говорить о справедливости формулы

$$\lim_{j \rightarrow \infty} R_j \approx \frac{q}{1 - \theta}. \quad (6.13)$$

В силу предположения (6.1) соотношение (6.13) помогает приближенно вычислять предельное воспитание робота для реального воспитательного процесса на основе эквивалентного воспитательного процесса.

Легко видеть, что равенство (6.9) влечет соотношение

$$R_j \leq \frac{M}{1 - \theta}, \quad j = 1, \infty,$$

являющееся верхней оценкой величины воспитания реального воспитательного процесса забывчивого робота.

## 6.2. АЛЬТЕРНАТИВА ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ПРИ СОВПАДЕНИИ ТАКТОВ РЕАЛЬНОГО И ЭКВИВАЛЕНТНОГО ВОСПИТАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Введем более простую целевую функцию, минимизация которой также даст нам коэффициенты  $\theta$  и  $q$ , которые определяют эквивалентный воспитательный процесс:

$$J(\theta, q) = \sum_{i=2}^n (R_i - q - \theta R_{i-1})^2.$$

Справедливость данной целевой функции для построения эквивалентного воспитательного процесса следует из формулы воспитания работа с равноценными эмоциями и равными коэффициентами памяти:  $R_i = q + \theta R_{i-1}$ .

Произведем минимизацию данной функции. Для этого необходимо решить следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{\partial J(\theta, q)}{\partial \theta} = 0, \\ \frac{\partial J(\theta, q)}{\partial q} = 0. \end{cases}$$

Найдем соответствующие производные:

$$\begin{cases} \frac{\partial J(\theta, q)}{\partial \theta} = 2 \sum_{i=2}^n (R_i - q - \theta R_{i-1})(-R_{i-1}), \\ \frac{\partial J(\theta, q)}{\partial q} = 2 \sum_{i=2}^n (R_i - q - \theta R_{i-1})(-1). \end{cases}$$

Система примет следующий вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=2}^n (R_i - q - \theta R_{i-1})R_{i-1} = 0, \\ \sum_{i=2}^n (R_i - q - \theta R_{i-1}) = 0. \end{cases}$$

Упростим и получим

$$\begin{cases} \sum_{i=2}^n R_i R_{i-1} - q \sum_{i=2}^n R_{i-1} - \theta \sum_{i=2}^n (R_{i-1})^2 = 0, \\ \sum_{i=2}^n R_i - q(n-1) - \theta \sum_{i=2}^n R_{i-1} = 0. \end{cases}$$

Система является линейной относительно  $\theta$  и  $q$ , поэтому выразим  $\theta$  и  $q$  через  $R_i$ . Из второго уравнения получаем

$$q = \frac{\sum_{i=2}^n R_i - \theta \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{n-1}.$$

Подставим  $q$  в первое уравнение и получим

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=2}^n R_i R_{i-1} - \frac{\sum_{i=2}^n R_i - \theta \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{n-1} \sum_{i=2}^n R_{i-1} - \theta \sum_{i=2}^n (R_{i-1})^2 = 0 \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \sum_{i=2}^n R_i R_{i-1} - \frac{\sum_{i=2}^n R_i \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{n-1} + \theta \frac{\left( \sum_{i=2}^n R_{i-1} \right)^2}{n-1} - \theta \sum_{i=2}^n (R_{i-1})^2 = 0 \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \sum_{i=2}^n R_i R_{i-1} - \frac{\sum_{i=2}^n R_i \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{n-1} - \theta \left( \sum_{i=2}^n (R_{i-1})^2 - \frac{\left( \sum_{i=2}^n R_{i-1} \right)^2}{n-1} \right) = 0, \\
& \theta = \frac{\sum_{i=2}^n R_i R_{i-1} - \frac{\sum_{i=2}^n R_i \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{n-1}}{\left( \sum_{i=2}^n (R_{i-1})^2 - \frac{\left( \sum_{i=2}^n R_{i-1} \right)^2}{n-1} \right)} = \frac{(n-1) \sum_{i=2}^n R_i R_{i-1} - \sum_{i=2}^n R_i \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{(n-1) \sum_{i=2}^n (R_{i-1})^2 - \left( \sum_{i=2}^n R_{i-1} \right)^2}.
\end{aligned}$$

Следовательно,

$$q = \frac{\sum_{i=2}^n R_i - \frac{(n-1) \sum_{i=2}^n R_i R_{i-1} - \sum_{i=2}^n R_i \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{(n-1) \sum_{i=2}^n (R_{i-1})^2 - \left( \sum_{i=2}^n R_{i-1} \right)^2} \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{n-1}.$$

Таким образом, при известных значениях воспитания реального воспитательного процесса  $R_i, i = \overline{1, n}$  получаем единственные значения коэффициентов  $\theta$  и  $q$ , для которых должны выполняться условия  $0 \leq \theta < 1, q \geq 0$ .

Если полученные значения удовлетворяют всем вышеперечисленным ограничениям, то коэффициенты  $\theta$  и  $q$  определяют эквивалентный воспитательный процесс. Если же полученные значения не удовлетворяют ограничениям, то построить эквивалентный воспитательный процесс с выбором тех же тактов воспитания, что и в реальном воспитательном процессе, и соответствующими воспитаниями  $R_i, i = \overline{1, n}$  реального воспитательного процесса невозможно.

Найденные коэффициенты  $\theta$  и  $q$  позволяют приближенно найти предельное значение реального воспитательного процесса. Пусть  $Z$  - предельное значение, тогда

$$Z = \lim_{i \rightarrow \infty} (q + \theta R_{i-1}) = q + \theta Z.$$

Отсюда получаем  $Z = \frac{q}{1 - \theta}$ .

Согласно формуле непрерывного реального воспитательного процесса справедливо соотношение

$$R_i = r_i + \theta_i R_{i-1}.$$

Переходя к пределу в данном соотношении, получим

$$\lim_{i \rightarrow \infty} R_i = \lim_{i \rightarrow \infty} r_i + \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i \lim_{i \rightarrow \infty} R_{i-1}.$$

Согласно теореме 2.1 о сходимости воспитания забывчивого робота на положительных эмоциях справедливо соотношение  $\lim_{i \rightarrow \infty} R_i = D > 0$ . Таким образом, получаем

$$D = \lim_{i \rightarrow \infty} r_i + \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i D,$$

$$D = \frac{\lim_{i \rightarrow \infty} r_i}{1 - \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i}.$$

Пусть  $\frac{\lim_{i \rightarrow \infty} r_i}{1 - \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i} \geq \frac{q}{1 - \theta}$ , тогда получим формулу:

$$D - Z = \frac{\lim_{i \rightarrow \infty} r_i}{1 - \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i} - \frac{q}{1 - \theta} \leq \frac{M_1}{1 - \bar{\theta}_1} - \frac{q}{1 - \theta} = \frac{M_1(1 - \theta) - q(1 - \bar{\theta}_1)}{(1 - \bar{\theta}_1)(1 - \theta)},$$

где  $M_1 = \max_i r_i, \bar{\theta}_1 = \max_i \theta_i, i = \overline{1, \infty}$ .

Рассмотрим случай, когда  $\frac{\lim_{i \rightarrow \infty} r_i}{1 - \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i} < \frac{q}{1 - \theta}$ , тогда получим формулу:

$$Z - D = \frac{q}{1 - \theta} - \frac{\lim_{i \rightarrow \infty} r_i}{1 - \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i} \leq \frac{q}{1 - \theta} - \frac{M_2}{1 - \bar{\theta}_2} = \frac{q(1 - \bar{\theta}_2) - M_2(1 - \theta)}{(1 - \bar{\theta}_2)(1 - \theta)},$$

где  $M_2 = \min_i r_i, \bar{\theta}_2 = \min_i \theta_i, i = \overline{1, \infty}$ .

Полученные соотношения дают возможность вычислить погрешность предельного воспитания при аппроксимации реального воспитательного процесса эквивалентным воспитательным процессом. Погрешность  $X$  будет определяться следующим соотношением:

$$X \leq \max \left( \frac{M_1(1-\theta) - q(1-\bar{\theta}_1)}{(1-\bar{\theta}_1)(1-\theta)}, \frac{q(1-\bar{\theta}_2) - M_2(1-\theta)}{(1-\bar{\theta}_2)(1-\theta)} \right).$$

Из анализа вышеописанного неравенства можно сделать вывод о том, что чем хуже эмоциональная память у робота, тем меньше погрешность вычисления предельного воспитания.

Пример. Рассмотрим пример построения эквивалентного воспитательного процесса:

Пусть реальный воспитательный процесс содержит три такта воспитания  $R_1, R_2, R_3$ , при этом  $R_1 = 1, R_2 = 3, R_3 = 4$ . Используя приведенные формулы для вычисления  $\theta$  и  $q$ , получаем

$$\theta = \frac{2 * 15 - 7 * 4}{2 * 10 - 16} = \frac{1}{2} = 0.5,$$

$$q = \frac{7 - 0.5 * 4}{2} = \frac{5}{2} = 2.5.$$

При этом выполняются ограничения  $0 \leq \theta < 1, q \geq 0$ .

Таким образом, мы получили аппроксимацию реального воспитательного процесса, имеющего три такта воспитания, в которых реальное воспитание  $R_1 = 1, R_2 = 3, R_3 = 4$ , эквивалентным воспитательным процессом с равноценными эмоциями при  $q = 2.5$  и равными коэффициентами памяти  $\theta = 0.5$ .

Исходя из полученных значений, находим приближенное значение предельного воспитания  $Z$ . Несложные вычисления дают следующее соотношение:  $Z \approx \frac{q}{1-\theta} = 5$ .

### **6.3. ОБОБЩЕНИЕ НА СЛУЧАЙ НЕСОВПАДЕНИЯ ТАКТОВ РЕАЛЬНОГО И ЭКВИВАЛЕНТНОГО ВОСПИТАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ**

В качестве обобщения будем предполагать, что количество воспитательных тактов в эквивалентном воспитательном процессе может отличаться от их количества в реальном воспитательном процессе. Например, конец второго такта реального воспитательного процесса может соответствовать концу второго или более такта эквивалентного воспитательного процесса. Несовпадение тактов для воспитательных процессов может быть связано с произвольностью времени измерения воспитаний реального воспитательного процесса. Построение эквивалентного воспитательного процесса может приближенно восстанавливать значения воспитаний реального процесса для каждого такта.

Предполагая непрерывность эквивалентного воспитательного процесса, можно положить, что во время каждого такта эквивалентного воспитательного

процесса на работа действует равноценная эмоция с элементарным воспитанием  $q$ . Легко видеть, что целевая функция может быть представлена следующим образом:

$$J(\theta, q, j_1, \dots, j_n) = \sum_{i=1}^n \left( R_i - q \frac{1 - \theta^{j_i}}{1 - \theta} \right)^2, \quad (6.14)$$

где  $R_i$  - значение воспитания реального воспитательного процесса после такта  $i$ , а  $q \frac{1 - \theta^{j_i}}{1 - \theta}$  характеризует воспитание, полученное в результате эквивалентного воспитательного процесса после такта  $j_i$ .

Таким образом, для построения эквивалентного воспитательного процесса необходимо минимизировать целевую функцию (6.14). Для этого необходимо решить систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\theta, q, j_1, \dots, j_n)}{\partial \theta} &= 0, \\ \frac{\partial J(\theta, q, j_1, \dots, j_n)}{\partial q} &= 0. \end{aligned}$$

Система уравнений для определения величин  $\theta$  и  $q$  примет вид

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \left( R_i - q \frac{1 - \theta^{j_i}}{1 - \theta} \right) \left[ j_i \theta^{j_i - 1} (1 - \theta) + \theta^{j_i} - 1 \right] = 0, \\ \sum_{i=1}^n \left( R_i - q \frac{1 - \theta^{j_i}}{1 - \theta} \right) = 0, \\ 0 < \theta < 1, q > 0 \end{cases}$$

Пример. Полагая справедливость соотношений  $R_1 = 3, R_2 = 6, R_3 = 10$  и используя способ циклического перебора для минимизации целевой функции (6.14) при шаге перебора для  $q$  и  $\theta$ , равным 0.1, для  $j_i$ , равного 1, и интервалах изменений  $q$  в пределах от 0.1 до 2.9,  $\theta$  - в пределах от 0.09 до 0.99,  $j_i$  - в пределах от 1 до 100, получим следующие значения искомым величин:  $q = 0.2, \theta = 0.99, j_1 = 16, j_2 = 35, j_3 = 69$ . Очевидно, что предельное воспитание равно 20. Результаты вычислений показывают, что значение целевой функции (5.14) при найденных параметрах эквивалентного воспитательного процесса равно 0.0056, т.е. построенный эквивалентный воспитательный процесс довольно точно аппроксимирует реальный воспитательный процесс.

## 7. СПОСОБ ПРИБЛИЖЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИКИ ИЗМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПАМЯТИ НА ОДНОМ ТАКТЕ

В разделе 2 для начала каждого такта было доказано равенство

$$\theta_i(0) = 1, i = 1, \dots, n. \quad (7.1)$$

Представим коэффициенты памяти  $\theta_i(t)$  в виде

$$\theta_i(t) = a_i t + b_i,$$

где  $a_i, b_i$  - константы, не зависящие от текущего времени  $t$  действия эмоции.

Согласно равенствам (7.1) и соотношениям для определения коэффициентов  $a_i, b_i$  получим системы уравнений

$$a_i \cdot 0 + b_i = 1, \quad (7.2)$$

$$a_i(t_i - t_{i-1}) + b_i = \theta, \quad (7.3)$$

где  $t_{i-1}, t_i$  - время начала и конца такта с номером  $i$ ,  $\theta$  - коэффициент памяти соответствующего эквивалентного процесса.

Получим соотношения, позволяющие найти неизвестные величины в системе уравнений (7.2) – (7.3) при условии, что параметры эквивалентного процесса находятся согласно целевой функции, приведенной в разделе 6.2.

Легко видеть, что искомые величины определяются явными формулами

$$b_i = 1,$$

$$a_i = \frac{(n-1) \sum_{i=2}^n R_i R_{i-1} - \sum_{i=2}^n R_i \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{(n-1) \sum_{i=2}^n (R_{i-1})^2 - \left( \sum_{i=2}^n R_{i-1} \right)^2} - 1, \quad t_i - t_{i-1}$$

где  $n$  – количество тактов, для которых известны последовательные значения воспитаний робота  $R_i$  и продолжительность тактов, определяемых величинами

$$t_{i-1}, t_i, i = 1, \dots, n.$$

## 8. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ РАВНОЦЕННЫХ ГРУПП РОБОТОВ

Ниже предлагается один из способов формирования групп роботов [51], равных по своим суммарным воспитаниям.

Рассмотрим совокупность, состоящую из  $k$  роботов, каждому из которых присвоен порядковый номер  $i$ , где  $i = 1, \dots, k$ .

Пусть робот  $i$  обладает воспитанием  $R_i$ . Тогда суммарное воспитание совокупности роботов  $A$  будет удовлетворять соотношению  $A = \sum_{i=1}^k R_i$ .

Поставим следующую задачу: из множества  $\Omega$  всех роботов совокупности сформировать группы роботов – не пересекающиеся подмножества  $\Omega_p, p = 1, \bar{n}$  ( $n < k$ ),  $\bigcup_{p=1}^{\bar{n}} \Omega_p = \Omega$ , такие, что полученные группы наименее отличаются друг от друга по значениям суммарных воспитаний.

Дадим следующее определение и докажем вспомогательную теорему.

Определение 8.1. Средним воспитанием  $F_p$  группы  $p$  назовем величину,

удовлетворяющую соотношению  $F_p = \frac{\sum_{j \in \Omega_p} R_j}{N_p}$ , где  $N_p$  – количество роботов во множестве  $\Omega_p$ .

Теорема 8.1. Суммарное воспитание  $A$  удовлетворяет равенству

$$A = \sum_{i=1}^{\bar{n}} N_i F_i.$$

Доказательство

Легко видеть, что справедлива цепочка равенств

$$N_i F_i = N_i \frac{\sum_{j \in \Omega_i} R_j}{N_i} = \sum_{j \in \Omega_i} R_j. \quad (8.1)$$

Суммируя (8.1) по всем значениям  $i$ , получим

$$\sum_{i=1}^{\bar{n}} N_i F_i = \sum_{i=1}^{\bar{n}} \sum_{j \in \Omega_i} R_j = \sum_{s=1}^k R_s = A, \quad \text{т. е.,} \quad \sum_{i=1}^{\bar{n}} N_i F_i = A, \quad \text{что и требовалось}$$

доказать.

Введем целевую функцию в следующем виде:

$$J = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (N_i F_i - N_j F_j)^2.$$

Теперь поставленную задачу можно описать математически следующим образом:

$$\text{найти } \min_{N_i, F_i} J(\bar{N}, \bar{F}) \quad (8.2)$$

при ограничениях  $\sum_{i=1}^{\bar{n}} N_i = k, \quad \sum_{i=1}^{\bar{n}} N_i F_i = A, \quad N_i > 0, \quad i = 1, \bar{n}.$

Задача (8.2) относится к задачам на нахождение условного экстремума функции нескольких переменных, и ее можно решить, например, используя хорошо известный метод Лагранжа.

Применение метода Лагранжа к решению задачи (8.2) приводит к нахождению корней следующей системы уравнений

$$2F_i \sum_{j=i+1}^n (N_i F_i - N_j F_j) - \lambda_1 - \lambda_2 F_i = 0, \quad i = 1, \bar{n} - 1,$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n N_i - k = 0, \\
& 2 \sum_{i=1}^{n-1} (N_i F_i - N_n F_n) + \lambda_2 = 0, \\
& \sum_{i=1}^n N_i F_i - A = 0, \\
& 2 \sum_{j=i+1}^n (N_i F_i - N_j F_j) - \lambda_2 = 0, \quad i = 1, \overline{n-1}, \\
& 2 F_n \sum_{i=1}^{n-1} (N_i F_i - N_n F_n) + \lambda_1 + \lambda_2 F_n = 0,
\end{aligned} \tag{8.3}$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  – вспомогательные переменные метода Лагранжа.

В общем случае ответ на вопрос о существовании и единственности решения нелинейной алгебраической системы уравнений (8.3), а также математических способах его нахождения остается открытым.

Рассмотрим несколько иную задачу, но похожую по своей постановке на задачу (8.2). В новой постановке будем предполагать то, что количество роботов  $N_p$  рассматриваемых групп  $\Omega_p$  задано. Легко видеть, что тогда математическая постановка задачи примет следующий вид:

$$\text{найти } \min_{F_i} J \left( \overline{F} \right) \tag{8.4}$$

$$\text{при ограничении } \sum_{i=1}^n N_i F_i = A.$$

Согласно методу Лагранжа решение задачи (8.4) сводится к нахождению корней системы линейных уравнений

$$\begin{aligned}
& 2 \sum_{j=i+1}^n (N_i F_i - N_j F_j) - \lambda = 0, \quad i = 1, \overline{n-1}, \\
& \sum_{i=1}^n N_i F_i - A = 0, \\
& 2 \sum_{i=1}^{n-1} (N_i F_i - N_n F_n) + \lambda = 0,
\end{aligned} \tag{8.5}$$

где  $\lambda$  – вспомогательная переменная метода Лагранжа.

Легко показать, что главный определитель системы уравнений (8.5), например, при  $n=2$  (этот случай соответствует разбиению совокупности роботов на две группы), отличен от нуля, т.е., система (8.5) при таком  $n$  всегда имеет единственное решение.

Определение 8.2. Группы со значениями  $F_i, i = 1, \overline{n}$ , являющиеся решением задачи (8.4), назовем равноценными.

Определение 8.3. Группы со значениями  $F_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , являющиеся решением задачи (8.4) и обеспечивающие минимум целевой функции  $J$  равный нулю, назовем абсолютно равноценными.

Определим простые условия, при которых формируемые группы являются абсолютно равноценными.

Очевидно, что функция  $J(\overline{F})$  имеет минимум, равный нулю, при справедливости соотношений

$$N_i F_i = N_j F_j, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad j = i + \overline{1, n},$$

$$\sum_{i=1}^n N_i F_i = A.$$

Легко показать, что при  $n=2$  группы становятся абсолютно равноценными при выполнении равенств  $F_1 = \frac{A}{2N_1}$ ,  $F_2 = \frac{A}{2N_2}$ .

Решение задачи (8.2) позволяет найти численные значения абстрактных средних воспитаний, которые могут не совпадать со средними реальными воспитаниями формируемых групп роботов. Это связано с тем, что средние воспитания всех реальных групп являются известными числами и, следовательно, абсолютную равноценность при формировании групп совокупности роботов, исходя из воспитаний отдельных роботов, можно не достичь. По этой же причине не всегда можно разбить совокупность на равноценные группы.

## 9. АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ РАВНОЦЕННЫХ ГРУПП РОБОТОВ

Приведем алгоритм, позволяющий формировать из совокупности реальные группы роботов, наиболее близкие к равноценным:

1. Задаем числа  $N_1, \dots, N_n$ , определяющие количество роботов каждой из

формируемых групп, где  $\sum_{i=1}^n N_i = k$ .

2. Формируем массив  $Z$  всевозможных множеств

$Z = \{\Omega_{N_1, y}, \dots, \Omega_{N_n, y}\}_{y=1}^q$  ( $q$  – количество наборов множеств в массиве  $Z$ ),

таких, что

$$\bigcup_{i=1}^n \Omega_{N_i, y} = \Omega, \quad \Omega_{N_i, y} \cap \Omega_{N_j, y} = \emptyset, \quad i \neq j, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, n}.$$

3. На основе п. 2 вычисляем значения функции  $J\left(\bar{F}\right)$  для каждого из набора множеств  $\Omega_{N_1,y}, \dots, \Omega_{N_n,y}$ .
4. Определяем номера  $y$ , для которых множества, им соответствующие, доставляют минимум значениям функции  $J\left(\bar{F}\right)$ .
5. Выводим на средства обмена информацией между компьютером и пользователем множества  $\Omega_{N_1,y}, \dots, \Omega_{N_n,y}$ , соответствующие минимальным значениям функции  $J\left(\bar{F}\right)$ .

Заметим, что при реализации на ЭВМ п. 2 можно использовать известные компьютерные алгоритмы комбинаторного анализа [51].

После подбора множеств, определяющих наиболее близкие по суммарным воспитаниям группы роботов, можно оценить равноценность этих групп по отношению друг к другу, сравнивая средние воспитания этих групп со значениями  $F_i$ , полученными при решении задачи (8.4). Для определения величины близости  $V$  сформированных групп к равноценным предлагается использовать следующую формулу:

$$V = \max_i \frac{|D_i - F_i|}{F_i}, \quad i = 1, n, \quad D_i - \text{реальные средние воспитания каждой из}$$

сформированных групп. Очевидно, что чем ближе величина  $V$  к нулю, тем ближе друг к другу сформированные группы.

Для выявления подгрупп, состоящих из роботов и объединенных по их уровням воспитаний, из всей рассматриваемой совокупности роботов можно применить известные алгоритмы кластерного анализа [31]. Использование этих алгоритмов, например, позволит выявить роботов, входящих в лидирующие или отстающие по воспитанию подгруппы роботов.

## **10. ПРИМЕНЕНИЕ ПРАВИЛ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ ЭМОЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ГРУППЫ РОБОТОВ**

Здесь и в дальнейшем будем использовать прямоугольную декартову систему координат.

Определение 10.1. Воспитанием робота по  $n$  типам эмоций назовем вектор

$$\bar{R} = (R_1, R_2, \dots, R_j, \dots, R_n),$$

где каждый элемент вектора воспитания по эмоциям одного типа определяется согласно соотношению (2.2).

Введение векторов воспитаний и эмоций позволяет использовать правила векторной алгебры при математических операциях с воспитаниями и эмоциями.

Так, воспитание группы  $R$ , состоящей из  $m$  роботов, можно вычислить по формуле

$$R = \sum_{k=1}^m R_k, \quad (10.1)$$

а эмоцию группы роботов  $M$  – исходя из соотношения

$$M = \sum_{k=1}^m M_k, \quad (10.2)$$

где  $k$  – порядковый номер робота в группе.

Заметим, что вектор групповых эмоций при  $m < n$  содержит как минимум  $n - m$  нулевых элементов.

Введя соотношения (10.1) и (10.2), мы определили правило сложения векторов психологических характеристик роботов.

Ниже приведем результаты теоретических исследований, касающихся пары эмоциональных роботов или их двух групп, каждая из которых характеризуется своими векторами эмоций или воспитаний.

Определение 10.2. Однотипными психологическими векторами роботов будем называть векторы, являющиеся или только векторами эмоций, или только векторами воспитания.

Для унификации записей однотипные психологические векторы обозначим  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

Рассмотрим психологические свойства скалярного произведения векторов эмоций и воспитания роботов.

Пусть вектор  $\vec{a}$  является однотипным психологическим вектором первого робота или группы роботов, а вектор  $\vec{b}$  – тем же однотипным вектором второго робота или второй группы роботов. Оба робота или группы роботов принадлежат общей совокупности роботов.

Аналогично правилам векторной алгебры под скалярным произведением двух однотипных психологических векторов будем понимать величину, удовлетворяющую соотношению

$$(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha,$$

где  $|\vec{a}|$ ,  $|\vec{b}|$  – длины векторов (вычисляются по известным формулам векторной

алгебры),  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ .

Очевидно, что  $\cos(\alpha)$  удовлетворяет равенству

$$\cos(\alpha) = \frac{\begin{pmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \end{pmatrix}}{\begin{matrix} \bar{a} \\ \bar{b} \end{matrix}}.$$

Определение 10.3. Если  $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ , то будем считать, что психологические действия направлены для достижения одной цели, если же  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ , то – на достижение противоположных целей.

Определение 10.3 иллюстрируют рисунки 10.1 и 10.2.

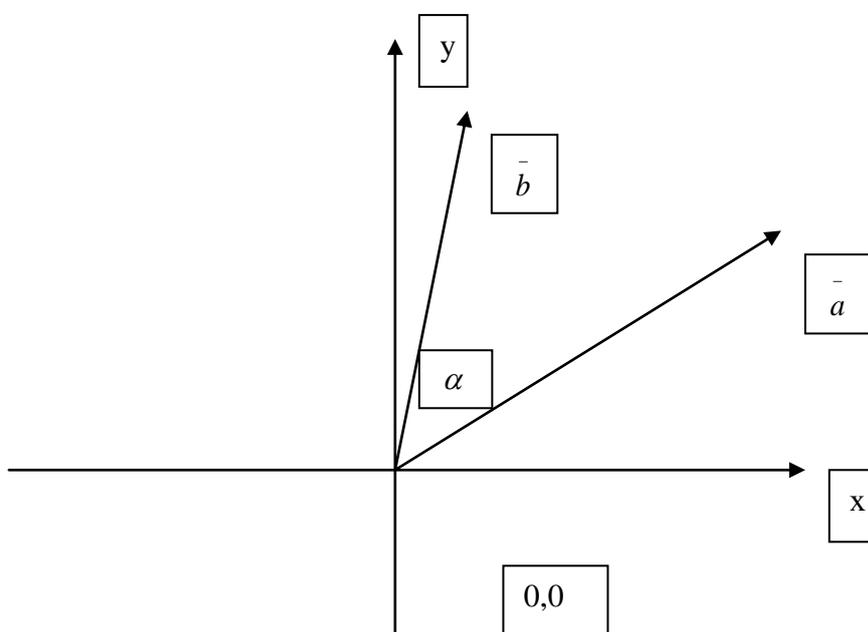


Рис.10.1. Однотипные психологические векторы, направленные для достижения одной цели

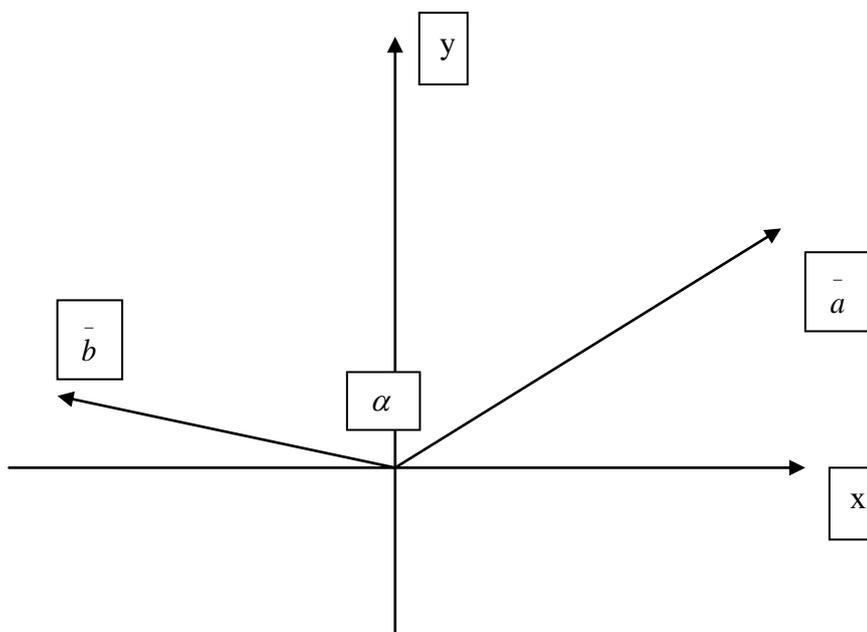


Рис.10.2. Однотипные психологические векторы, направленные для достижения разных целей

Очевидны следующие утверждения.

Теорема 10.1. Если косинус угла между двумя однотипными психологическими векторами положителен, то психологические действия направлены для достижения единой цели.

Следствие 10.1. Если косинус угла между двумя однотипными психологическими векторами равен единице, то психологические действия для достижения единой цели имеют наибольшую эффективность.

Теорема 10.2. Если косинус угла между двумя однотипными психологическими векторами отрицателен, то психологические действия противоречат друг другу и ведут к достижению разных целей.

Следствие 10.2.1. Если косинус угла между двумя однотипными психологическими векторами равен -1, то в совокупности роботов существуют группы с противоположными психологическими характеристиками.

Следствие 10.2.2. Если косинус угла между двумя однотипными психологическими векторами равен -1 и длины этих векторов равны, то в совокупности роботов есть конфликт по психологическим характеристикам, соответствующим рассматриваемым психологическим векторам.

Очевидно, что если выполняется следствие 10.2.2 одновременно для психологических векторов эмоций и воспитаний, то конфликт между двумя группами роботов примет наиболее острую форму. Поэтому можно сформулировать следующую теорему.

Теорема 10.3. Если косинусы углов между векторами воспитаний и векторами эмоций равны -1, длины векторов воспитаний равны, равны длины векторов эмоций, то налицо конфликтная ситуация в наивысшей своей степени.

Теорема 10.4. Если косинус угла между однотипными психологически-

ми векторами равен нулю, то имеет место неустойчивая психологическая ситуация и любая индивидуальная эмоция может привести совокупность роботов либо к его сплочению, либо к разобщению (т.е., либо к достижению одной цели, либо к достижению разных целей).

Доказательство очевидно.

Теорема 10.5. У совокупности эмоциональных роботов одновременно не может быть ситуаций, когда модуль косинуса угла между однотипными психологическими векторами равен единице и совокупность находится в неустойчивой психологической ситуации по этому типу векторов.

Доказательство. Пусть совокупность роботов эмоциональна. Тогда ее однотипный психологический вектор не равен нулю.

Так как модуль косинуса угла между психологическими векторами равен единице, то векторы коллинеарны друг другу. Так как коллектив находится в неустойчивой психологической ситуации, то психологические векторы ортогональны. Но одновременное выполнение обоих случаев возможно только при равенстве нулю хотя бы одного из векторов, что противоречит предположению об эмоциональности совокупности роботов. Таким образом, *теорема доказана* методом от противного.

Следствие 10.5. Теорему 10.5 можно перефразировать так: «Совокупность эмоциональных роботов не может одновременно находиться в состоянии конфликта и психологической неопределенности».

## **11. О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКЕ ВЕЛИЧИНЫ ДОСТИЖЕНИЯ ПОСТАВЛЕННОЙ ПЕРЕД РОБОТОМ ЦЕЛИ**

Пусть воспитатель поставил перед роботом численно выраженную цель воспитания. В некоторых случаях степень приближения робота к конечной цели воспитания в процессе этого воспитания можно оценить численно.

### **11.1. ПРАВИЛО ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ДОСТИЖЕНИЯ ПОСТАВЛЕННОЙ ЦЕЛИ**

Введем следующие определения.

Определение 11.1. Целью будем называть вектор  $A = (a_1, \dots, a_m)$ , характеризующий желаемое конечное состояние робота, достигаемое в результате  $K$

действий (шагов), причем  $\sum_{i=1}^m a_i^2 > 0$ .

Рассмотрим случай, соответствующий ситуации, когда для достижения цели определено заданное количество шагов  $K$ .

Определение 11.2.  $k$ -шагом к цели будем называть вектор  $R_k = (r_{k,1}, \dots, r_{k,m})$ , определяющий состояние робота, полученное в результате одного шага с порядковым номером  $k$  при стремлении к цели.

Определение 11.3. Вектором-состоянием робота  $W_k$  назовем вектор, соответствующий достижению цели в результате всех выполненных шагов

до  $k$ -шага включительно и удовлетворяющий соотношению  $W_k = \sum_{i=1}^k R_i$ .

Очевидно, что уклонение направления  $k$ -шага от направления цели будет характеризовать угол  $\beta_k$ , равный углу между целью и  $k$ -шагом к цели. Косинус этого угла можно вычислить по формуле [2]

$$\cos(\beta_k) = \frac{(A, R_k)}{|A||R_k|}, \quad (11.1)$$

а косинус угла  $\alpha_k$  между вектором-состоянием робота и целью, характеризующий уклонение от направления цели в результате  $k$  шагов, – исходя из соотношения

$$\cos(\alpha_k) = \frac{(A, W_k)}{|A||W_k|}. \quad (11.2)$$

После выполнения заданного количества шагов  $K$ , предусмотренного для достижения цели, можно определить величину  $\delta$ , характеризующую близость к конечной цели. Формула, определяющая значение  $\delta$ , является отношением численного значения проекции вектора  $W_K$  на вектор  $A$  к длине  $A$ .

Таким образом, с учетом (11.2) соотношение для вычисления  $\delta$  примет вид

$$\delta = \frac{|W_K| \cos(\alpha_K)}{|A|} = \frac{|W_K|}{|A|} \frac{(A, W_K)}{|A||W_K|} = \frac{(A, W_K)}{|A|^2}. \quad (11.3)$$

Легко видеть, что величина  $\delta$  может принимать любые значения и цель достигается полностью, если  $\delta \geq 1$ .

Вычислить косинус угла уклонения итогового вектора-состояния от направления цели  $\psi$  можно, используя соотношение

$$\cos(\psi) = \frac{(A, W_K)}{|A||W_K|}. \quad (11.4)$$

Аналогично можно записать формулу, определяющую процентное достижение цели  $\chi_k$  на каждом  $k$ -шаге к цели:

$$\chi_k = \frac{(A, R_k)}{|A|^2}, \quad (11.5)$$

а достижение цели  $\lambda_k$  в результате  $k$  выполненных шагов будет определяться соотношением

$$\lambda_k = \frac{(A, W_k)}{|A|^2}. \quad (11.6)$$

Пусть  $t_k$  – время, необходимое для выполнения  $k$ -шага, тогда можно вычислить полное время  $T$ , затраченное для достижения величины  $\delta$ . Оно

будет определяться формулой  $T = \sum_{k=1}^K t_k$ .

При сравнении членов одной группы роботов можно определить наиболее способного к воспитанию робота по следующему критерию: при равных с остальными роботами положительных величинах  $\delta$  он должен обладать меньшим временем  $T$ .

Для анализа действий робота при достижении цели можно воспользоваться вышеперечисленными формулами: например, если при каких-то значениях  $k$  величины  $\chi_k$  (см. (11.5)) велики и углы  $\beta_k$  близки к нулю (см. (11.1)), то следует говорить о том, что для шага  $k$  выбраны действия робота, обеспечивающие наиболее успешное достижение поставленной цели.

Очевидно то, что успешные действия робота на каждом  $k$ -шаге влекут наибольшие значения величин  $\delta$ ,  $\lambda_k$  (см. (11.3), (11.6)) и значения углов  $\psi$ ,  $\alpha_k$  (см. (11.4), (11.2)), близких к нулю. Иными словами, для успешного достижения конечной цели необходимо на каждом шаге, ведущем к этой цели, получать максимальные результаты.

Рассмотрим вопрос о количественной оценке достижения групповой цели.

Будем считать, что каждый  $j$  член группы имеет индивидуальную цель

$z_j = (h_{j,1}, \dots, h_{j,m})$ , где  $j = 1, L$ ,  $L$  – количество роботов в группе.

В этом случае цель  $A$  всей группы определим согласно соотношению

$$A = \sum_{j=1}^L z_j.$$

Пусть каждый робот группы имеет  $k$ -шаг к своей цели, задаваемый вектором  $f_{j,k} = (s_{j,1,k}, \dots, s_{j,m,k})$ , тогда очевидно суммарный  $k$ -шаг группы к достижению цели определится формулой  $R_k = \sum_{j=1}^L f_{j,k}$ , а вектор-состояние

группы в результате  $k$  – шагов будет удовлетворять соотношению

$$W_k = \sum_{i=1}^k R_i = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^L f_{j,i}.$$

После введенных соотношений можно использовать для численной оценки достижения поставленной групповой цели положения, касающиеся одного робота, подразумевая при этом под роботом целую группу.

Пусть робот, достигнув одной цели, ставит перед собой другую цель. Последующая цель может иметь отличное от предыдущей цели количество компонент. Для определения количественной оценки достижения последующей цели можно применять схему, описанную выше, с соответствующим числом компонент новой цели.

Иногда цель действий робота отчетливо не видна. В этом случае ее можно представить матрицей  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,m} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{q,1} & \dots & a_{q,m} \end{pmatrix},$$

где каждая строка является одной из целей.

Производя по очереди оценку достижения каждой из целей-строк матрицы  $A$  после  $K$ - шагов, можно определить ту цель, которая лучше всего достигнута. Решение этой задачи может, например, предостеречь робота от стремления достичь заведомо не выполнимых целей.

Отдельно рассмотрим более простой случай, соответствующий цели и  $k$ - шагам к цели, являющимся скалярными величинами. Отметим, что в этом случае цель и  $k$ -шаг к цели имеют только два направления: или совпадающее с направлением числовой оси, или противоположное ей. Поэтому соотношения

$$(11.3), (11.5), (11.6) \text{ примут вид } \delta = \frac{W_K}{A}, \quad \chi_k = \frac{R_k}{A}, \quad \lambda_k = \frac{W_k}{A} \text{ соответственно,}$$

где  $A$  – число, определяющее значение цели.

Способ индивидуальной оценки достижения цели можно применять для ранжирования роботов по воспитаниям, например в убывающем порядке. Для правильного ранжирования, прежде всего, необходимо поставить максимально возможную цель и ранжирование производить согласно численным величинам достижения цели. Если эти численные величины для некоторых роботов оказываются равными, то вперед в рейтинге необходимо ставить робота с наименьшим отклонением от направления цели. Описанный способ ранжирования воспитаний назовем ранжированием по цели.

Рассмотрим случай, когда численные значения элементов вектора цели неизвестны, но необходимо ранжировать векторы воспитаний согласно достижению этой цели в порядке близости к ней. Не нарушая общности, будем предполагать, что целью действий робота является получение наилучших результатов. Тогда цель  $A$  можно охарактеризовать вектором с  $m$  единичными элементами:  $A = (1, \dots, 1)$ . Дав каждому элементу набора векторов воспитаний номер, соответствующий его близости к единице, получим для каждого

воспитания вектор  $B_j = (b_{1,j}, \dots, b_{m,j})$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

Легко видеть, что в этом случае величины проекций  $\delta_j$  каждого вектора  $B_j$  на вектор цели  $A$  будут удовлетворять соотношению

$$\delta_j = \frac{\sum_{i=1}^m B_{i,j}}{\sqrt{m}}, \quad (11.7)$$

а угол отклонения от достижения цели  $\Psi_j$  определится из формулы

$$\cos \Psi_j = \frac{\sum_{i=1}^m B_{i,j}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m B_{i,j}^2} \cdot \sqrt{m}}.$$

Согласно формуле (11.7) векторы  $B_j$  будут тем ближе к цели, чем меньше величина  $\delta_j$ . Поэтому эти векторы можно ранжировать в порядке возрастания  $\delta_j$ . Если при этом окажется  $\delta_i = \delta_k$ ,  $i \neq k$ , то вперед необходимо ставить вектор, соответствующий большему значению  $\cos \Psi_j$ .

Учтем одно замечание.

Иногда робот достигает конечную цель поэтапно: от достижения одной части цели – к другой.

Пусть конечная цель робота определяется вектором

$$\bar{A} = (a_1, \dots, a_{k_1}, a_{k_1+1}, \dots, a_{k_j}, \dots, a_{k_{j+1}}, a_{k_{j+1}+1}, \dots, a_{k_{j+1}}, \dots, a_{k_n+1}, \dots, a_m),$$

где  $n$  – количество элементов вектора конечной воспитательной цели.

Не нарушая общности, предположим, что на этапе  $i$  роботом достигнуто воспитание

$$\bar{W}_i = (R_1, \dots, R_{k_1}, \dots, R_{k_i}, \dots, R_{k_{i+1}}, 0, \dots, 0).$$

Тогда в формуле (11.3) вектор  $W_i$  будет удовлетворять соотношению  $W_i = \bar{W}_i$ ,

где  $i = 1, s$ ,  $s$  – общее количество этапов достижения цели.

## 11.2. АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ РАВНОЦЕННЫХ ГРУПП РОБОТОВ ПО ВЕЛИЧИНЕ ДОСТИЖЕНИЯ ПОСТАВЛЕННОЙ ЦЕЛИ

На основании правила вычисления достижения поставленной цели, приведенного в разделе 11.1, можно предложить следующий алгоритм формирования двух равноценных групп, если цели каждого робота равны и количество членов каждой группы четно:

- 1) формируем общий одномерный массив, элементами которого являются величины достижения поставленной цели каждым роботом;
- 2) определяем номера роботов, соответствующие наибольшей и наименьшей величинам достижения поставленной цели, в общем массиве;
- 3) направляем роботов с этими номерами в первую группу;
- 4) удаляем из общего массива элементы, соответствующие наибольшей и наименьшей величинам достижения поставленной цели;
- 5) если полученный общий массив не пустой, то идем к п. 6, иначе – к п.10;

- б) определяем номера роботов, соответствующие наибольшей и наименьшей величинам достижения поставленной цели, в полученном общем массиве;
- 7) направляем роботов с этими номерами во вторую группу;
- 8) удаляем из общего массива элементы, соответствующие наибольшей и наименьшей величинам достижения поставленной цели;
- 9) если полученный общий массив не пустой, то идем к п. 2, иначе – к п.10;
- 10) конец.

## 12. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭМОЦИОНАЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ РОБОТА

В предыдущем разделе предложены соотношения, позволяющие вычислять величину достижения роботом поставленной перед ним воспитательной цели и основанные на методах проективной теории ранжирования векторов.

Выдвинем гипотезу о том, что наиболее способный робот лучше всего поддается воспитанию, т. е. к моменту времени  $t$  имеет большую среднюю величину достижения поставленной воспитательной цели, приходящуюся на единицу времени. Исходя из этой гипотезы, можно предложить соотношение, определяющее способности  $F$  робота:

$$F(t) = \frac{d \left( \frac{\int_0^t \delta(\tau) d\tau}{t} \right)}{dt} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^m a_i R_i(t)}{\sum_{i=1}^m a_i^2} t - \frac{\int_0^t \sum_{i=1}^m a_i R_i(\tau) d\tau}{\sum_{i=1}^m a_i^2}}{t^2}. \quad (12.1)$$

Таким образом, способности робота измеряются в единицах, обратных времени.

На основе раздела 2 можно получить оценку способностей робота, не обладающего абсолютной памятью. Эта оценка имеет вид

$$|F(t)| \leq \frac{4q \sum_{i=1}^m |a_i| \frac{1 - \theta_i^{j_i}}{1 - \theta_i}}{t \sum_{i=1}^m a_i^2},$$

где  $q = \max_i |r_i|$ ;  $\theta_i$  – значения максимальных коэффициентов памяти робота, соответствующие воспитанию с номером  $i$ ;  $j_i$  – порядковый номер воспитательного такта воспитания с номером  $i$ , зависящего от времени воспитания  $t_k$ .

Сформулируем и докажем следующую теорему.

Теорема 12.1. Способности  $F_k$  забывчивого робота в конце каждого такта  $k$  ограничены.

Доказательство. Пусть  $\theta = \max_{i=1, n} \theta_i$ ,  $\tau$  – минимальное значение из всех

тактов. Тогда справедливо неравенство

$$|F_k| \leq \frac{4q \sum_{i=1}^m |a_i| \frac{1 - \theta_i^{j_i}}{1 - \theta_i}}{t_k \sum_{i=1}^m a_i^2} \leq \frac{4 \frac{q}{1 - \theta} \sum_{i=1}^m |a_i|}{\tau \sum_{i=1}^m a_i^2},$$

что требовалось доказать.

Соотношение (12.1) позволяет выявлять наиболее способного из группы роботов, ранжировать роботов согласно их способностям и выявлять роботов с наибольшими склонностями к тем или иным сферам деятельности, определяемым подмножествами элементов вектора воспитания.

Предложим следующий алгоритм выявления сфер деятельности, к которым робот имеет наибольшие склонности (наибольшие способности):

1. В качестве входного параметра алгоритма ставится общая воспитательная цель-вектор  $A = (a_1, \dots, a_m)$ .
2. В результате воспитательного процесса к контрольному моменту времени  $t$  вычисляется вектор общего воспитания  $R = (R_1(t), \dots, R_m(t))$ .
3. Из вектора цели  $A$  последовательно выбираются векторы-подцели, являющиеся подмножествами-сочетаниями из множества элементов вектора цели по одному, двум ...  $m$  элементам.
4. Вычисляются величины способности для каждого из этих множеств-сочетаний при условии, что рассматриваемые воспитания соответствуют номерам элементов векторов подцелей.
5. Выбираются максимальные значения способностей, соответствующие каждому из подмножеств-сочетаний.
6. Определяются номера элементов целей подмножеств-сочетаний, соответствующие этим максимальным значениям способностей. Этим номерам соответствуют виды воспитаний, по которым робот является наиболее успешным, т.е. наиболее способным.

Очевидно, что количество основных операций  $N$ , которое необходимо выполнить при компьютерной реализации алгоритма, будет определяться

соотношением 
$$N = \sum_{i=1}^n C_n^i.$$

При изучении способностей робота необходимо ввести понятие широты способностей, определяющее количество воспитаний, соответствующее заданной величине способности. Можно сделать вывод о том, что робот при равных величинах способности будет тем талантливее, чем шире его

способности. Следовательно, общие способности робота определяются парой  $B$ , удовлетворяющей равенству  $B = (p, F)$ , где  $p$  – широта способностей,  $F$  – величина способности.

Теорема 12.2. В одномерном случае при бесконечном возрастании времени способности забывчивого робота при достижении цели стремятся к нулю.

Доказательство. Так как для воспитательных циклов, количество которых равно  $n$ , справедливы соотношения

$$V_{l_p, i_p}^{[p]} = \left( \prod_{k=1}^{l_p} \theta_k \right)^{\approx [p]} \left[ r_{i_p+1}^{[p]} + \sum_{k=1}^{i_p+1} r_{k-1}^{[p]} \prod_{j=1}^{i_p+1-k} \theta_j^{[p]} + \left( \prod_{i=1}^{i_p} \theta_i^{[p]} V_{l_{p-1}, i_{p-1}}^{[p-1]} \right) \right],$$

$$p = \overline{2, n},$$

$$V_{l_1, i_1}^{[1]} = \left( \prod_{k=1}^{l_1} \theta_k \right)^{\approx [1]} \left[ r_{i_1+1}^{[1]} + \sum_{k=1}^{i_1+1} r_{k-1}^{[1]} \prod_{j=1}^{i_1+1-k} \theta_j^{[1]} \right], \quad (12.2)$$

то для забывчивого робота верны неравенства

$$|V_{l_p, i_p}^{[p]}| \leq F_{l_p, i_p}, \quad F_{l_p, i_p} = \theta^{l_p} \left( q \frac{1}{1-\theta} + \theta^{i_p} F_{l_{p-1}, i_{p-1}} \right), \quad p = \overline{2, n},$$

$$|V_{l_1, i_1}^{[1]}| \leq F_{l_1, i_1}, \quad F_{l_1, i_1} = q \theta^{i_1} \frac{1}{1-\theta}, \quad (12.3)$$

где  $\theta = \max(\theta_j^{\approx [p]}, \theta_i^{[p]})$ ,  $i = \overline{1, i_p}$ ,  $j = \overline{1, l_p}$ ,  $p = \overline{1, n}$ .

В свою очередь, формулы (12.3) влекут цепочку соотношений

$$|V_{l_n, i_n}^{[n]}| \leq \sum_{i=1}^{n+1} \theta^{i-1} q \frac{1}{1-\theta} \leq \sum_{i=1}^{\infty} \left( q \frac{1}{1-\theta} \right) \theta^{i-1} = \frac{q}{(1-\theta)^2}. \quad (12.4)$$

В силу определения способности робота для одномерного случая можем записать формулы

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |Z(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} \left| \frac{d \left( \frac{\int_0^t V_{l_n, i_n}^{[n]}(\tau) d\tau}{|A|t} \right)}{dt} \right| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4 \frac{q}{(1-\theta)^2} t}{|A| t^2} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4 \frac{q}{(1-\theta)^2}}{|A| t} = 0.$$

таким образом,  $\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t) = 0$ , что требовалось доказать.

Теорема 12.3. В многомерном случае при стремлении времени к бесконечности способности забывчивого робота стремятся к нулю.

Доказательство. Так как для каждой  $j$  – компоненты воспитания значения

$$\left| V_{l_{nj}, i_{nj}}^{[n_j]} \right| \text{ удовлетворяют соотношениям } |V_{l_{nj}, i_{nj}}^{[n_j]}| \leq F_{l_{nj}, i_{nj}},$$

(где  $j = \overline{1, m}$ ,  $m$  – количество компонент векторов цели и текущего воспитания,  $n_j$  – количество полных воспитательных циклов, соответствующих компоненте вектора воспитания с номером  $j$ ) и неравенствам (12.4), то справедливы соотношения

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |Z(t)| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4 \frac{q}{(1-\theta)^2} \sum_{i=1}^m |a_i|}{t \sum_{i=1}^m a_i^2} = 0, \text{ следовательно, } \lim_{t \rightarrow \infty} Z(t) = 0.$$

Таким образом, теорема доказана.

Следствие 12.3. Если бы забывчивый робот существовал бесконечно длительное время, то с течением времени его способности стремились бы к нулю, т. е. пропадали.

### 13. РАБОТА И СИЛА ВОЛИ ЭМОЦИОНАЛЬНОГО РОБОТА

Легко видеть, что в одномерном случае (цель  $A$  определяется одним числом) величина достижения цели к концу полного воспитательного цикла с номером  $n$  удовлетворяет соотношению

$$\delta(t) = \frac{V_{l_n, i_n}^{[n]}(t)}{A}.$$

Введем следующие определения.

Определение 13.1. Работой воспитательного процесса при достижении цели  $A$  назовем функцию  $X(t) = \int_0^t \delta(\tau) d\tau$ , где подынтегральная функция – это функция величины достижения цели  $A$ .

Определение 13.2. Силой воли робота при достижении цели  $A$  назовем функцию  $Y(t) = \frac{\int_0^t \delta(\tau) d\tau}{t}$ .

Легко видеть, что работа измеряется в единицах времени, а сила воли – безразмерная величина.

Сформулируем простые теоремы, доказательство которых с очевидностью следует из формул (12.3).

Теорема 13.1. В одномерном случае работа воспитательного процесса забывчивого робота при достижении цели удовлетворяет неравенству

$$|X(t)| \leq \frac{2q}{|A|(1-\theta)^2} t.$$

Теорема 13.2. В одномерном случае сила воли забывчивого робота при достижении цели удовлетворяет неравенству  $|Y(t)| \leq \frac{2q}{|A|(1-\theta)^2}$ .

Теорема 13.3. В многомерном случае (цель является вектором) работа воспитательного процесса забывчивого робота при достижении цели удовлетворяет соотношению

$$|X(t)| \leq \frac{2 \frac{q}{(1-\theta)^2} \sum_{i=1}^m |a_i|}{\sum_{i=1}^m a_i^2} t.$$

Теорема 13.4. В многомерном случае сила воли забывчивого робота при достижении цели удовлетворяет соотношению

$$|Y(t)| \leq \frac{2 \frac{q}{(1-\theta)^2} \sum_{i=1}^m |a_i|}{\sum_{i=1}^m a_i^2}. \quad (13.1)$$

Следствие 13.4. Не существует забывчивого робота с неограниченной силой воли.

Доказательство. В силу справедливости неравенства (13.1) сила воли забывчивого робота ограничена. Следовательно, следствие доказано.

Предположим, что сила воли человека аналогично силе воли робота описывается определением 13.2.

Введем следующее определение.

Определение 13.3. Будем говорить, что робот опасен для человека, если модуль его силы воли асимптотически (при времени, стремящемся к бесконечности) становится больше модуля силы воли человека в любой момент времени жизни человека.

Теорема 13.5. Робот с абсолютной памятью и равноценными положительными эмоциями опасен для обычного человека.

Доказательство. Так как робот с абсолютной памятью имеет все коэффициенты памяти, равные единице, то для равноценных положительных эмоций робота, с учетом соотношений (11.3), сила воли робота в результате бесконечного количества воспитательных циклов будет равна бесконечности, то есть, удовлетворять соотношению

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\int_0^t \delta(\tau) d\tau}{t} = \infty.$$

Обычный человек, даже при всех положительных эмоциях, не обладает абсолютной памятью, его эмоции ограничены [9], поэтому согласно теореме

13.4 сила воли человека ограничена, а значит, меньше асимптотической силы воли робота с абсолютной памятью и равноценными положительными эмоциями, что и требовалось доказать.

Так как отдельный человек по своей природе не может существовать вечно, то его сила воли всегда является конечным числом. В компьютерную память нового робота при прекращении существования робота-предтечи, можно записать информацию о численных значениях воспитаний предыдущих «поколений» роботов. Это обеспечивает непрерывное существование интеллекта отдельного робота при времени, стремящемся к бесконечности. В результате непрерывного существования поколений роботов и передачи им равноценных положительных эмоций предшественников при абсолютной памяти всегда наступит момент, когда робот будет опасен для обычного человека. Исходя из сказанного следует вывод о том, что во избежание возникновения опасных ситуаций в отношениях робота и человека, необходимо, по крайней мере, проектировать забывчивых роботов (роботов не с абсолютной памятью).

Пусть справедливо соотношение

$$\rho(\bar{\theta}_{\max}, t) = \max_{\bar{\theta}} \left| \int_0^t \delta(\bar{\theta}, \tau) d\tau \right|, \quad (13.2)$$

где  $\bar{\theta}$  – всевозможные наборы коэффициентов памяти,  $\bar{\theta}_{\max}$  – вектор коэффициентов памяти, обеспечивающий максимум функции  $\left| \int_0^t \delta(\bar{\theta}, \tau) d\tau \right|$ .

Исходя из определения 13.1 и формулы (13.2), можно ввести следующее определение.

Определение 13.4. Коэффициентом полезного действия (КПД)  $\mu(t)$  воспитательного процесса робота назовем величину, удовлетворяющую соотношению

$$\begin{aligned} \mu(t) &= \frac{X(t) \operatorname{sign} \left[ \int_0^t \delta(\bar{\theta}_{\max}, \tau) d\tau \right]}{\rho(\bar{\theta}_{\max}, t)} = \\ &= \frac{\int_0^t \delta(\tau) d\tau \operatorname{sign} \left[ \int_0^t \delta(\bar{\theta}_{\max}, \tau) d\tau \right]}{\max_{\bar{\theta}} \left| \int_0^t \delta(\bar{\theta}, \tau) d\tau \right|}. \end{aligned}$$

Легко видеть, что КПД воспитательного процесса является безразмерной величиной и для него выполняется условие  $\mu(t) \in [-1, 1]$ . Очевидно, что чем больше значение  $\mu(t)$  при заданных коэффициентах памяти робота, тем ближе робот к наиболее эффективному воспитанию.

При выполнении условия  $\text{sign}[X(t)] \text{sign}[\int_0^t \delta(\theta_{\max}, \tau) d\tau] > 0$  величина  $\mu(t)$  будет удовлетворять соотношению  $\mu(t) \in (0, 1]$ , что говорит о совпадении направлений реального и эффективного воспитательных процессов.

Следует отметить, что коэффициент полезного действия позволяет оценивать «природные» характеристики робота (коэффициенты памяти) с точки зрения обеспечения эффективности воспитательного процесса.

## 14. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТАЛАНТА

Выдвинем гипотезу о том, что более талантливый субъект (робот) лучше всего поддается воспитанию, т. е. к моменту времени  $t$  имеет большую среднюю величину достижения поставленной воспитательной цели, приходящуюся на единицу времени. Исходя из этой гипотезы, можно предложить соотношение, определяющее талант  $F$  субъекта [68]:

$$F(t) = \frac{\int_0^t \delta(\tau) d\tau}{t^2} = \frac{\int_0^t \sum_{i=1}^n A_i R_i(\tau) d\tau}{t^2 \sum_{i=1}^n A_i^2}. \quad (14.1)$$

Таким образом, талант измеряется в единицах, обратных времени.

На основе работы [3] можно получить оценку таланта для субъекта, не обладающего абсолютной памятью. Эта оценка имеет вид

$$|F(t)| \leq \frac{q \sum_{i=1}^n |A_i| \frac{1 - \theta_i^j}{1 - \theta_i}}{t \sum_{i=1}^n A_i^2},$$

где  $q = \max_i |R_i|$ ;  $\theta_i$  – значения максимальных коэффициентов памяти субъекта [65], соответствующие воспитанию с номером  $i$ ;  $j$  – порядковый номер воспитательного такта, зависящего от текущего времени воспитания (само-воспитания)  $t$  [65].

Соотношение (14.1) позволяет выявлять наиболее талантливого субъекта из группы индивидуумов, ранжировать членов группы согласно их талантам и выявлять субъектов с наибольшими склонностями к тем или иным сферам деятельности, определяемым подмножествами элементов вектора воспитания.

Предложим следующий алгоритм выявления сфер деятельности, к которым субъект имеет наибольшие склонности (наибольший талант).

1. В качестве входного параметра алгоритма ставится общая воспитательная цель-вектор  $A = (A_1, \dots, A_n)$ .
2. В результате воспитательного процесса к контрольному моменту времени  $t$  вычисляется вектор общего воспитания  $R = (R_1(t), \dots, R_n(t))$ .

3. Из вектора цели  $A$  последовательно выбираются векторы-подцели, являющиеся подмножествами-сочетаниями из множества элементов вектора цели по одному, двум, ...,  $n$  элементам.

4. Вычисляются величины талантов для каждого из этих множеств-сочетаний при условии, что рассматриваемые виды воспитания соответствуют номерам элементов векторов подцелей.

5. Выбираются максимальные значения талантов, соответствующие каждому из подмножеств-сочетаний.

6. Определяются номера элементов целей подмножеств-сочетаний, соответствующие этим максимальным значениям талантов. Этим номерам соответствуют виды воспитаний, по которым субъект является наиболее успешным, т.е. наиболее талантливый и имеющим наибольшие склонности.

Очевидно, что количество основных операций  $N$ , которое необходимо выполнить при компьютерной реализации алгоритма, будет определяться соотношением  $N = \sum_{i=1}^n C_n^i$ .

Следующий пример иллюстрирует описанный выше алгоритм.

Пусть по окончании семестра, длящегося четыре месяца ( $t=4$  мес.), робот-студент первого курса по результатам экзаменационной сессии, получил оценки, приведенные в табл.1.

Таблица 14.1.  
Результаты экзаменационной сессии робота-студента

| №<br>п/п | Дисциплина            | Экзаменационная оценка |
|----------|-----------------------|------------------------|
| 1        | Математический анализ | 4                      |
| 2        | Математическая логика | 5                      |
| 3        | Программирование      | 5                      |

Будем предполагать, что оценка на экзамене является численным значением воспитания (самовоспитания) робота-студента при освоении дисциплины во время семестра. Таким образом, вектор воспитания  $R$  примет вид  $R = (4, 5, 5)$ , где порядковые номера элементов соответствуют наименованиям дисциплин, приведенным в табл.14.1.

Пусть общая цель  $A$ , установленная деканатом факультета для каждого робота-студента, сдающего сессию, определяется отличными оценками по всем предметам, т.е.  $A = (5, 5, 5)$ .

Для вычисления таланта робота-студента по полному вектору цели  $A$ , определяемого соотношением (14.1), применим формулу правых прямоугольников [25]. Тогда равенство (14.1) примет вид

$$F(t) \approx \frac{\sum_{i=1}^3 A_i R_i}{4 \sum_{i=1}^3 A_i^2} \quad (14.2)$$

Аналогично соотношению (14.2) будут выглядеть равенства, позволяющие вычислять значения таланта студента по векторам подцелей для каждого из множеств-сочетаний.

В табл. 14.2 приведены подцели, соответствующие множествам-сочетаниям, и значения вычисленных талантов робота-студента.

Таблица 14.2.  
Расчетные значения алгоритма

| № п/п | Множество-сочетание | Вектор подцели | Вектор воспитания | Талант (мес <sup>-1</sup> ) |
|-------|---------------------|----------------|-------------------|-----------------------------|
| 1     | 1                   | 5              | 4                 | 0,200                       |
| 2     | 2                   | 5              | 5                 | 0,250                       |
| 3     | 3                   | 5              | 5                 | 0,250                       |
| 4     | 1, 2                | 5, 5           | 4, 5              | 0,225                       |
| 5     | 1, 3                | 5, 5           | 4, 5              | 0,225                       |
| 6     | 2, 3                | 5, 5           | 5, 5              | 0,250                       |
| 7     | 1, 2, 3             | 5, 5, 5        | 4, 5, 5           | 0,233                       |

Анализ табл. 14.2 позволяет утверждать, что робот-студент является наиболее талантливым в области прикладных наук, т.е. математической логики и программирования, так как его талант  $F$  в этих науках равен наибольшему из рассматриваемых значений:  $F=0,250$  мес<sup>-1</sup>. При освоении всего комплекса дисциплин семестра талант робота-студента оказался ниже, он равен  $0,233$ мес<sup>-1</sup>.

При изучении таланта субъекта необходимо ввести понятие широты таланта, определяющее количество воспитаний, соответствующее заданной величине таланта. В рассмотренном выше примере (см. табл. 14.2) таланты, соответствующие строкам 2 и 3, равны таланту строки 6. Поэтому при заданной величине  $F$ , равной  $0,250$  мес<sup>-1</sup>, широта таланта индивидуума будет равна 2. Можно сделать вывод о том, что субъект при равных величинах таланта будет тем талантливей, чем шире его талант. Следовательно, общий талант индивидуума определяется парой  $B$ , удовлетворяющей равенству  $B = (p, F)$ , где  $p$  – широта таланта,  $F$  – талант.

В работе [65] введено соотношение, определяющее воспитание как функцию верхнего предела от эмоции субъекта, поэтому талант является следствием проявляемых субъектом эмоций.

В контексте создания эмоциональных роботов можем сказать, что разработчик программного обеспечения эмоционального робота может самостоятельно задавать вид функций эмоции и коэффициентов памяти робота в зависимости от времени. Это позволяет проектировать роботов с заданным общим талантом и другими психоэмоциональными характеристиками [68].

## 15. МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАМЕНТА РОБОТА

Попытаемся дать математическую интерпретацию темперамента робота [20; 69].

Определение 15.1. Элементарным темпераментом  $w_i(t)$  назовем производную от функции модуля моментальных эмоций  $M_i(t)$  по времени  $t$ , т.е.  $w_i(t) = \frac{d|M_i(t)|}{dt}$ , где  $i$  – номер робота в группе,  $\frac{d|M_i(t)|}{dt} > 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $n$  – количество роботов в группе.

Из психологической науки известно, что люди, аналоги роботов, с ярко выраженным темпераментом одного типа встречаются довольно редко, поэтому очевидно будет введение следующего определения.

### 15.1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Определение 15.2. Темпераментом  $L_i$  робота  $i$  назовем величину, удовлетворяющую соотношению

$$L_i = \frac{1}{a} \max_t \left| \frac{dM_i(t)}{dt} \right|, \quad (15.1)$$

где  $a = \max_{i,t} \left| \frac{dM_i(t)}{dt} \right|$ ,  $i \in [1, n]$ .

Легко видеть, что определение 15.2 позволяет вычислять темперамент отдельного робота только относительно группы роботов.

Результаты исследований, проведенные при вычислении значений темпераментов людей [20, 69], очевидно, можно перенести на роботов (см. табл. 15.1).

Таблица 15.1.

Интервалы изменения значений темперамента роботов

| Вид темперамента робота | Интервалы изменения численного значения темперамента |
|-------------------------|--|
| Меланхолик              | (0; 0,25)  |
| Флегматик               | (0,25; 0,5)  |
| Сангвиник               | (0,5; 0,75)  |
| Холерик                 | (0,75; 1)  |

Интервалы темпераментов, приведенные в табл.15.1, позволяют ввести понятие темперамента группы роботов.

В разделе 2 был приведен пример, так называемой, гармонической эмоции, которая описывается функцией  $M(t) = P \sin\left(\frac{\pi}{t^0} t\right)$ , где  $P = const$ ,  $t^0$  – продолжительность такта.

Аналогично этому примеру определим эмоции, каждая из которых для робота  $j$  представима на такте  $i$  в виде

$$M_{j,i}(t) = A_{j,i} \sin\left(\frac{\pi}{t_{j,i}^0} t\right),$$

где  $A_{j,i} = \text{const}$ ,  $t_{j,i}^0$  – продолжительность такта  $i$ ,  $i = 1, n$ .

Легко видеть, что в этом случае темперамент робота  $L_i$  будет вычисляться по формуле

$$L_{l,i} = \frac{\frac{|A_{l,i}|}{t_i - t_{i-1}}}{\max_{l=1, n} \frac{|A_{l,i}|}{t_i - t_{i-1}}}. \quad (15.2)$$

Очевидно, что темперамент робота является безразмерной величиной, принадлежащей отрезку  $[0,1]$ .

В разделе 2 дано определение элементарного воспитания робота  $r_{l,i}$  на такте  $i$ :

$$r_{l,i} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} M_{l,i}(\xi) d\xi.$$

Очевидно, что элементарное воспитание робота  $l$ , основанное на гармонической эмоции, имеет вид

$$r_{l,i} = \frac{2}{\pi} A_{l,i} \tau_i, \quad (15.3)$$

где  $\tau_i = t_i - t_{i-1}$  - продолжительность такта  $i$ .

Рассмотрим задачу вычисления темперамента робота, когда его гармонические эмоции зависят от звукового сигнала, поступающего на аудиовход робота через микрофон.

Выдвинем гипотезу о том, что элементарное воспитание робота, при гармонических эмоциях эквивалентно интегральной характеристике от амплитуды  $S_{l,i}(t)$  звуковой волны, поступающей на аудиовход робота  $l$  для каждого такта  $i$ . В этом случае справедливо соотношение

$$r_{l,i} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} S_{l,i}(\xi) d\xi. \quad (15.4)$$

Приравнивая правые части соотношений (15.3) и (15.4) друг другу, получим равенство

$$\frac{2}{\pi} A_{l,i} \tau_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} S_{l,i}(t) dt,$$

из которого следует формула

$$A_{l,i} = \frac{2\pi}{\tau_i} \int_{t_{i-1}}^{t_i} S_{l,i}(t) dt. \quad (15.5)$$

При  $i = 1$  с учетом соотношения (15.5), формула (15.2) примет вид:

$$L_{l,i} = \frac{\int_{t_{i-1}}^{t_i} S_{l,i}(t) dt}{\max_{l=1, \bar{n}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} S_{l,i}(t) dt}. \quad (15.6)$$

## 15.2. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТЕМПЕРАМЕНТА

Для вычисления значений темперамента работа при реализации модели темперамента для гармонической эмоции была разработана компьютерная программа для ОС Windows 7. Работа программы основывается на обработке голоса человека, поступающего на аудиовход персонального компьютера через микрофон.

Темперамент работа рассчитывается на основе единственного такта при  $i = 1$  длительностью 5с.

Для вычисления интегралов от амплитуды звуковой волны  $S_{l,1}(t)$  в формуле (15.6) используется метод прямоугольников [25].

Применение этого метода обуславливается тем, что в персональном компьютере звуковая волна представляется в виде ступенчатой функции [43] с шагом дискретизации, равным характеристикам записывающего устройства. Именно этот шаг выбирается в качестве шага  $h$  численного интегрирования при вычислении интегралов в формуле (15.6). Согласно работе [25] погрешность замены амплитуды звуковой волны  $S_{l,1}(t)$  при её численном интегрировании равна  $O(h)$ .

Таким образом, приближенная расчетная формула для вычисления темперамента имеет вид:

$$L_{l,1} = \frac{h \sum_{j=1}^m S_{l,1}(x_j)}{\max_{l=1, \bar{n}} h \sum_{j=1}^m S_{l,1}(x_j)} = \frac{\sum_{j=1}^m S_{l,1}(x_j)}{\max_{l=1, \bar{n}} \sum_{j=1}^m S_{l,1}(x_j)}, \quad (15.7)$$

где  $x_j = jh$ ,  $m = \frac{t_1 - t_0}{h}$ ,  $j = 1, \bar{m}$ .

### 15.3. ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ НАТУРНЫМИ ЭКСПЕРИМЕНТАМИ

Для определения соответствия предлагаемой математической модели темперамента робота преобладающему типу темперамента человека были проведены эксперименты с использованием описанной выше программы.

В качестве эталона совокупности преобладающих типов темпераментов человека использовалась база данных голосов при различных эмоциях, аудиозаписи которых приведены на сайте [123].

Так как вычисляемое значение темперамента очень сильно зависит от амплитуды звуковой волны, поступающей на аудиовход персонального компьютера через микрофон, то перед проведением экспериментов определялось расстояние от рта до микрофона следующим образом: эксперт-психолог, который знает свой преобладающий тип темперамента, изменяет расстояние от своего рта и микрофона; при этом эксперт периодически повторяет нормальным голосом любую фразу в течение 5 сек.; расстояние от микрофона до рта человека считается пригодным для экспериментов, если вычисленный компьютером темперамент совпадает с реальным преобладающим типом темперамента эксперта. После определения необходимого расстояния до микрофона запускается на выполнение программа. Для определения преобладающего типа темперамента исследуемый человек произносит любую фразу нормальным голосом также в течение 5 сек. Программа возвращает значение темперамента исследуемого, согласно которому и табл.15.1 определяется преобладающий темперамент человека.

В экспериментах приняли участие 68 человек. В качестве экспертов, определяющих соответствие преобладающего типа темперамента человека вычисленному с помощью программы темпераменту привлекались преподаватели кафедры общей и клинической психологии Пермского государственного национального исследовательского университета.

На основе компьютерных экспериментов и экспертных оценок специалистов исследования показали, что в 84% вычисленный темперамент соответствует преобладающему типу темперамента исследуемых людей.

Это говорит об адекватности математической модели темперамента робота и правильности выбора диапазонов изменения величин  $L_{i,1}$ , соответствующих каждому из преобладающих типов темперамента человека.

### 15.4. ТЕМПЕРАМЕНТ ГРУППЫ РОБОТОВ

Определение 15.3. Темпераментом  $N$  группы роботов назовем средний темперамент роботов, принадлежащих этой группе.

Исходя из определения для вычисления значения  $N$ , можно использовать формулу

$$N = \frac{\sum_{j=1}^n L_j}{n}. \quad (15.8)$$

Зная величину  $N$ , вычисленную исходя из соотношения (15.8), можно, ставя в соответствие значения из правого столбца табл. 15.1 левому столбцу, определить вид темперамента: в зависимости от интервала, которому принадлежит величина  $N$ , группа роботов может быть или меланхолична, или флегматична, или сангвиническая, или холерическая.

## 16. К ИССЛЕДОВАНИЮ ДИНАМИКИ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ГРУППЕ РОБОТОВ

Рассмотрим случаи, когда в группе роботов во времени происходят какие-либо эмоциональные процессы. Условные обозначения, используемые в этой главе, аналогичны обозначениям раздела 10.

Очевидны следующие утверждения.

Теорема 16.1. Если с течением времени  $\cos(\alpha(t)) \xrightarrow{t \rightarrow t_0} 0$ , то группа роботов стремится к неустойчивой эмоциональной ситуации.

Теорема 16.2. Если с течением времени  $\cos(\alpha(t)) \xrightarrow{t \rightarrow t_0} 1$ , то эмоциональная деятельность в группе роботов ведет к сплочению группы.

Теорема 16.3. Если с течением времени  $\cos(\alpha(t)) \xrightarrow{t \rightarrow t_0} -1$ , то эмоциональная деятельность в группе роботов ведет к разобщению группы.

Следствие 16.3.1. Если  $\cos(\alpha(t)) \xrightarrow{t \rightarrow t_0} -1$  и  $\left\| \begin{matrix} \bar{a}(t) \\ \bar{b}(t) \end{matrix} \right\| \xrightarrow{t \rightarrow t_0} 0$ ,  $|a(t)|$  велико, то налицо угроза наступления конфликтной ситуации в группе роботов в наиболее острой форме.

Заметим, что точка  $t_0$ , упоминаемая в теоремах 16.1–16.3 и следствии 16.3.1, будет временным значением, соответствующим определяемым событиям в вышеприведенных формулировках.

Следствие 16.3.2. Если выполняются условия следствия 16.3.1 одновременно для векторов эмоций и воспитаний, то существует угроза наступления конфликтной ситуации в группе роботов в наивысшей степени (т.е. одновременно по эмоциям и воспитаниям).

Исходя из вышенаписанного, можно ввести следующее определение.

Определение 16.1. Мерой взаимоотношений между группами совокупности роботов по воспитаниям или эмоциям назовем безразмерные величины

$$\gamma(t), \varphi(t), \text{ удовлетворяющие соотношениям } \gamma(t) = \cos \left( \begin{matrix} \bar{a}(t) \\ \bar{b}(t) \end{matrix} \right),$$

$$\varphi(t) = \cos \left( \begin{matrix} \bar{x}(t) \\ \bar{y}(t) \end{matrix} \right), \text{ где в первом случае векторы являются векторами воспита-}$$

ний, а во втором случае – векторами эмоций.

Таким образом, эмоциональное состояние совокупности из двух групп роботов можно описать вектором  $\bar{c} = (\gamma(t), \varphi(t))$ .

Легко видеть, что если в момент времени  $t$  выполняются соотношения  $\gamma(t) \in (0,1]$  или  $\varphi(t) \in (0,1]$ , то в совокупности есть дружба между группами по воспитаниям или эмоциям соответственно, и, наоборот, если  $\gamma(t) \in [-1,0)$  или  $\varphi(t) \in [-1,0)$ , то в совокупности присутствует вражда по воспитаниям или эмоциям соответственно. Случаи  $\gamma(t) = 0$  или  $\varphi(t) = 0$  отвечают за пограничные ситуации между враждой и дружбой по воспитаниям или моментальным эмоциям. Случай, соответствующий неравенству  $\gamma(t)\varphi(t) < 0$ , определяет дружбу по воспитаниям и вражду по эмоциям или наоборот.

Очевидно, что чем больше  $\gamma(t)$  или  $\varphi(t)$  при их положительных значениях, тем благоприятнее атмосфера в совокупности роботов в целом, а чем они меньше при их отрицательных значениях, тем больше вражды среди роботов.

Справедливо утверждение о том, что если  $\gamma(t) < 0$  и  $\left| \bar{a}(t) \right| > \left| \bar{b}(t) \right|$ , то возможно перевоспитание группы, воспитание которой описывает вектор  $\bar{b}(t)$ , в пользу группы с воспитанием  $\bar{a}(t)$ .

Сформулируем теорему 16.4:

При  $n$ , равном 2 или 3, если  $\cos\left(\bar{a}, \bar{b}\right) = -1$  и  $\left| \bar{a} \right| = \left| \bar{b} \right|$ , то  $\bar{a} = -\bar{b}$ .

Доказательство. Так как выполняется первое условие теоремы, то в дву- или трехмерном пространстве векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  коллинеарны, т.е.,  $\bar{a} = k\bar{b}$ . В силу второго условия коэффициент  $k$  удовлетворяет равенству  $k = \pm 1$ , а так как  $\cos\left(\bar{a}, \bar{b}\right) = -1$ , то  $k = -1$ , следовательно  $\bar{a} = -\bar{b}$ .

Очевидно, что при условии  $\bar{a} = -\bar{b}$  следует справедливость соотношений  $\cos\left(\bar{a}, \bar{b}\right) = -1$  и  $\left| \bar{a} \right| = \left| \bar{b} \right|$ .

Вышеизложенное позволяет сформулировать теорему 16.5 для дву- или трехмерных векторов: для того чтобы  $\bar{a} = -\bar{b}$ , необходимо и достаточно одновременное выполнение условий  $\cos\left(\bar{a}, \bar{b}\right) = -1$  и  $\left| \bar{a} \right| = \left| \bar{b} \right|$ .

Теорема 16.5 позволяет обобщить теорему 16.4: при размерности векторов воспитаний или эмоций, менее четырех, для наивысшей конфронтации в

совокупности роботов с ненулевыми векторами психоэмоциональных состояний необходимо и достаточно равенство суммарного вектора эмоций или воспитаний вектору со всеми нулевыми компонентами.

В заключение этой главы отметим, что теоремы 16.1, 16.3 и следствия 16.3.1, 16.3.2 позволяют оценить стремление совокупности роботов к критическим эмоциональным ситуациям и обосновывают в случае нежелательности наступления этих ситуаций необходимость воздействия на роботов сюжетами, способными устранить это стремление.

## 17. ПРАВИЛА И ПРОГНОЗ ЭМОЦИОНАЛЬНОГО ВЫБОРА РОБОТОМ

Используя математические определения рассматриваемых в монографии психологических характеристик робота, попытаемся описать один из алгоритмов его эмоционального поведения.

Пусть перед роботом возникает проблема эмоционального выбора: он должен принять в зависимости от воспитания решение в пользу первого или второго игрока (воспитателя).

Ниже предлагаются правила принятия эмоционального решения такими роботами. Будем предполагать, что у робота возникают только положительные эмоции. Пусть его коэффициенты памяти  $\theta_{i,j}$  удовлетворяют соотношению

$0 \leq \theta_{i,j} \leq 1$ , где  $i = 1, \infty$ , равенство  $j = 1$  отвечает коэффициентам памяти робота для первого игрока, соотношение  $j = 2$  – коэффициентам памяти робота для второго игрока.

Предложим первое правило альтернативного выбора, основанное на эмоциональном выборе. Это правило можно легко реализовать на компьютере при моделировании эмоционального поведения робота.

Пусть на робота не одновременно воздействуют два игрока, вызывающие у него эмоции. Первый игрок порождает в момент времени действия стимула (сюжета)  $t_i$  эмоцию  $M_{1,i}$ , которая влечет элементарное воспитание  $R_{1,i}$ ,

равное  $\int_0^{t_i} M_{1,i}(\tau) d\tau$ , и воспитание  $\bar{B}_1 = (R_1, 0)$ , где, например, для абсолютной

памяти робота, справедлива формула  $R_1 = \sum_{k=1}^l \int_0^{t_k} M_{1,k}(\tau) d\tau$ , а

второй игрок в это время порождает нулевую эмоцию. Во время  $t_j$  второй игрок порождает у робота эмоцию  $M_{2,j}$ , влекущую элементарное воспитание

$R_{2,j} = \int_0^{t_j} M_{2,j}(\tau) d\tau$ , где  $i \neq j$ , и воспитание второго игрока  $\bar{B}_2 = (0, R_2)$ ,

где, например, для абсолютной памяти робота справедлива формула

$R_2 = \sum_{k=1}^l \int_0^{t_k} R_{2,k}(\tau) d\tau$ , а эмоция, порождаемая при этом первым игроком, равна нулю.

Введем вектор общего воспитания  $\bar{V}$ , равный  $(R_1, R_2)$ , где компоненты вектора – суммарные воспитания, получаемые за все время  $t$  действия сюжетов первого и второго игроков, где  $t = \sum_{k=1}^l t_k$ , а  $l$  – общее количество эмоциональных воздействий сюжетами обоих игроков на робота.

При введенных обозначениях правило принятия эмоционального решения роботом в пользу первого или второго игрока можно сформулировать следующим образом: если угол между вектором  $\bar{V}$  и вектором  $\bar{B}_1$  меньше угла между  $\bar{V}$  и  $\bar{B}_2$ , то решение роботом принимается в пользу первого игрока; если первый угол больше второго, то решение принимается в пользу второго игрока; при равенстве углов между векторами выбор вообще не осуществляется.

Описанное выше первое правило нетрудно распространить на количество игроков большее двух. В этом случае при реализации правила, например для моделирования эмоционального поведения робота, достаточно ввести количество моментальных, суммарных воспитаний, равное количеству игроков, увеличивая при этом количество компонент в векторе общего воспитания. Наименьший угол между общим воспитанием и вектором воспитаний каждого из игроков определит альтернативный выбор робота в пользу того или иного игрока.

Отметим, что первое правило справедливо не только для скалярных величин суммарных воспитаний и эмоций, но и для случаев, когда они имеют векторную форму.

Определение 17.1. Угол между вектором воспитания и вектором общего воспитания, определяющий неопределенность робота в принятии решения в пользу первого или второго игрока, назовем критическим углом альтернативного выбора.

Приведем второе правило альтернативного выбора, основанное на сравнении длин векторов суммарных воспитаний  $\bar{R}_1$  и  $\bar{R}_2$ . Это правило можно сформулировать следующим образом: если выполняется неравенство

$|\bar{R}_1| > |\bar{R}_2|$ , то решение принимается в пользу первого игрока; если  $|\bar{R}_1| < |\bar{R}_2|$ , то решение принимается в пользу второго игрока; если  $|\bar{R}_1| = |\bar{R}_2|$ , то никакое решение не принимается.

Теорема 17.1. Первое и второе правила принятия альтернативного вы-

бора эквивалентны друг другу.

Доказательство. Пусть  $\alpha$  – угол между векторами  $\bar{B}_1$  и  $\bar{V}$ , а  $\beta$  – угол между векторами  $\bar{B}_2$  и  $\bar{V}$ . Тогда согласно правилам векторной алгебры справедливы соотношения

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{2n} B_{1,i}^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n R_{1,i}^2 + \sum_{i=n+1}^{2n} R_{2,i}^2}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n R_{1,i}^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n R_{1,i}^2 + \sum_{i=n+1}^{2n} R_{2,i}^2}} = \frac{|\bar{R}_1|}{|\bar{V}|}, \quad (17.1)$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{2n} B_{2,i}^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n R_{1,i}^2 + \sum_{i=n+1}^{2n} R_{2,i}^2}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n R_{2,i}^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n R_{1,i}^2 + \sum_{i=n+1}^{2n} R_{2,i}^2}} = \frac{|\bar{R}_2|}{|\bar{V}|}. \quad (17.2)$$

Очевидно, что, если  $\alpha > \beta$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ , то  $|\bar{R}_1| < |\bar{R}_2|$ ;

если  $\alpha < \beta$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ , то  $|\bar{R}_1| > |\bar{R}_2|$ ; если  $\alpha = \beta$ , то  $|\bar{R}_1| = |\bar{R}_2|$ .

Таким образом, мы доказали, что первое правило влечет выполнение второго правила.

Докажем, что второе правило влечет первое правило.

Пусть справедливо неравенство  $|\bar{R}_1| < |\bar{R}_2|$ . Тогда в силу формул (17.1) и

(17.2) неизбежно следует неравенство  $\alpha > \beta$  при  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ .

Аналогично доказывается справедливость утверждений: если  $|\bar{R}_1| > |\bar{R}_2|$ ,

то  $\alpha < \beta$  при  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ; если  $|\bar{R}_1| = |\bar{R}_2|$ , то  $\alpha = \beta$ ,

что и требовалось доказать.

Теорема 17.2. Если два вектора не имеют ненулевых общих координат, то эти векторы ортогональны.

Доказательство. Так как по условию теоремы векторы не имеют ненулевых общих координат, то, не нарушая общности, эти векторы можем представить в виде

$$\bar{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n, 0, 0, \dots, 0), \quad \bar{b} = (0, 0, \dots, 0, b_{n+1}, b_{n+1}, \dots, b_m).$$

Очевидно, что скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равно нулю.

Следовательно, векторы ортогональны, что и требовалось доказать.

Следствие 17.2. Векторы  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  ортогональны.

Доказательство. Так как векторы  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  согласно введенным обозначениям первого правила не имеют ненулевых общих координат, то в силу теоремы 17.2 эти векторы ортогональны.

Докажем одно из свойств альтернативного эмоционального выбора.

Теорема 17.3. Критический угол альтернативного выбора равен  $\frac{\pi}{4}$ .

Доказательство. Отметим справедливость равенства  $\vec{V} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ . Согласно правилу параллелограмма сложения двух векторов, вектор  $\vec{V}$  является диагональю параллелограмма со смежными сторонами  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$ . В силу следствия 17.2 эти стороны ортогональны, поэтому справедливо равенство  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ . По определению 18.1 и в силу первого правила принятия альтернативного решения, выполняется равенство  $\alpha = \beta$ , т. е. критический угол альтернативного выбора равен  $\frac{\pi}{4}$ .

Определение 17.2. Состояние неопределенности робота при эмоциональном выборе назовем ступором.

Предположим, что воздействия первого и второго игроков на робота соответствуют равноценным эмоциям, влекущим элементарное воспитание  $R_0$ . Пусть коэффициенты памяти робота, соответствующие конечным моментам времени эмоций, проявляемым в результате действий первого игрока, постоянны и равны величине  $\theta_1$ , а соответствующие эмоциональным воздействиям второго игрока –  $\theta_2$ . Предположим также, что

$\theta_i \in [0, 1)$ ,  $i \in \{1, 2\}$  и эмоциональная память робота о действиях первого игрока полностью сохраняется во время действий второго игрока и наоборот.

Тогда согласно главе 3 и второму правилу альтернативного выбора, очевидно равенство

$$R_0 \frac{1 - \theta_1^j}{1 - \theta_1} = R_0 \frac{1 - \theta_2^q}{1 - \theta_2}, \quad (17.3)$$

где  $j, q$  – количество воздействий на робота эмоциями, следующими от действий первого и второго игроков соответственно.

Соотношение (17.3) эквивалентно равенству

$$\frac{1 - \theta_1^j}{1 - \theta_1} = \frac{1 - \theta_2^q}{1 - \theta_2}. \quad (17.4)$$

Легко видеть, что при вышеперечисленных предположениях формула (17.4) определяет необходимое и достаточное условие наступления ступора, возникающего под действием эмоции одного типа. Это условие можно легко обобщить на случай, когда рассматриваются эмоции и воспитание, определяемые векторами (при этом необходимо рассматривать всевозможные пары коэффициентов  $\theta_{1,k}$  и  $\theta_{2,k}$ , где индекс  $k$  отвечает за порядковый номер эмоции в векторе эмоций робота).

Очевидна теорема 17.4. Если робот обладает только равноценными эмоциями и постоянными коэффициентами памяти, соответствующими каждому из двух игроков, и для каждого воспитания справедливо соотношение (17.4), то робот находится в ступоре по всем имеющимся у него эмоциям.

Очевидно, что робот никогда не придет в ступор, если при любых значениях  $j$  и  $q$  ( $j > 1$ ,  $q > 1$ ) и заданных  $\theta_1$  и  $\theta_2$  равенство (17.4) не будет справедливым.

Введем следующее определение.

Определение 17.3. Коэффициенты памяти  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , для которых при любых целых значениях  $j$  и  $q$  ( $j > 1$ ,  $q > 1$ ) равенство (17.4) не становится справедливым, назовем антиступорными коэффициентами памяти.

Теорема 17.5. Антиступорные коэффициенты памяти существуют.

Доказательство. Покажем, что существуют коэффициенты памяти  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , не являющиеся решениями уравнения (17.4) при любых целых значениях  $j$  и  $q$  ( $j > 1$ ,  $q > 1$ ).

Очевидно, что уравнение (17.4) эквивалентно соотношению

$$\theta_2^j(1 - \theta_1) - \theta_2(1 - \theta_1^q) + (\theta_1 - \theta_1^q) = 0. \quad (17.5)$$

Пусть выполняются равенства

$$\theta_1 = \frac{1}{2}, \quad \theta_2 = \frac{1}{3}. \quad (17.6)$$

Подставляя соотношения (17.6) в равенство (17.5) и выполняя преобразования, получим уравнение

$$3^j(2^{q-1} - 1) + 3^{j-1}(1 - 2^q) + 2^{q-1} = 0. \quad (17.7)$$

С учетом обозначения  $y = 3^{j-1}$  соотношение (17.7) примет вид

$$3y(2^{q-1} - 1) + y(1 - 2^q) + 2^{q-1} = 0. \quad (17.8)$$

Разрешив (17.8) относительно  $y$ , получим формулу  $y = -\frac{2^{q-1}}{2^{q-1} - 2}$ , которая

эквивалентна равенству

$$3^{j-1} = -\frac{2^{q-1}}{2^{q-1} - 2}. \quad (17.9)$$

Так как по условию теоремы справедливо неравенство  $j > 1$ , то для любых этих значений  $j$  и любых  $q > 2$ , положительное число, находящееся в левой части (17.9), оказывается равным отрицательному числу, стоящему в правой части равенства (17.9). Таким образом, мы получили противоречие. Следовательно,  $\theta_1 = \frac{1}{2}, \theta_2 = \frac{1}{3}$  не являются корнями уравнения (17.4) при любых значениях  $j > 1$  и  $q > 2$ .

Рассмотрим случай, соответствующий равенству  $q = 2$ .

Легко видеть, что уравнение (17.8) примет вид  $2 = 0$ , то есть, оно при коэффициентах памяти  $\theta_1 = \frac{1}{2}, \theta_2 = \frac{1}{3}$  не имеет решения.

Таким образом, при любых  $j > 1, q > 1$  существуют такие значения коэффициентов памяти, при которых равенство (17.4) не имеет смысла. Следовательно, антиступорные коэффициенты памяти существуют, что и требовалось доказать.

Следствие 17.5. Для двух игроков коэффициенты памяти  $\theta_1 = \frac{1}{2}, \theta_2 = \frac{1}{3}$  являются антиступорными коэффициентами памяти.

Доказательство следует непосредственно из хода рассуждений в доказательстве теоремы 17.5.

Соотношение (17.4) и следствие 17.5 позволяют делать прогноз поведения робота, определяющий, например, возможность наступления у робота эмоционального ступора.

На основе вышеизложенного можно сказать, что решительным роботом можно назвать машину, для которой никогда угол альтернативного выбора не равен  $\frac{\pi}{4}$ , или не выполняется соотношение (17.4), или коэффициенты ее памяти являются антиступорными, и она не впадает в ступор по всем компонентам вектора воспитания.

## 18. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВОСПРИИМЧИВОСТИ РОБОТА И ЧЕЛОВЕКА К ВОСПИТАНИЮ

Будем предполагать, что для равноценных эмоций равномерно забывчивого робота в конце каждого такта справедливы соотношения

$$r_i(t_i) = q = const, \theta_i(t_i) = \theta, i = \overline{1, \infty}.$$

Тогда согласно формуле суммы  $i$  членов ряда геометрической прогрессии справедливо равенство

$$R_i(t_i) = q \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta}. \quad (18.1)$$

Очевидна справедливость формулы

$$\lim_{i \rightarrow \infty} q \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta} = \frac{q}{1 - \theta}. \quad (18.2)$$

Понятно, что равенства (18.1) и (18.2) справедливы лишь в том случае, когда робот испытывает эмоции непрерывно: одну за другой. Но в испытывании эмоций робота могут наступать перерывы. В этом случае робот забывает прошлое воспитание.

Легко видеть, что реальный воспитательный процесс робота можно аппроксимировать процессом воспитания равномерно забывчивого робота с равноценными эмоциями.

Приведем пример этого.

Пусть известны значения воспитаний робота  $R_1(t_1), R_2(t_2), \dots, R_n(t_n)$  в конце каждого такта и фиктивного такта и коэффициент памяти робота  $\theta$ .

Для нахождения параметра  $q$  воспитательного процесса равномерно забывчивого робота с равноценными эмоциями достаточно решить следующую оптимизационную задачу:

$$\text{найти } \min_q \sum_{i=1}^n (R_i(t_i) - q - \theta R_{i-1}(t_{i-1}))^2, \quad (18.3)$$

где  $R_0(t_0) = R_0(0) = 0$ .

Применяя методы определения экстремума функции одной переменной, получим равенство

$$q = \frac{\sum_{i=1}^n R_i(t_i) - \theta \sum_{i=1}^n R_{i-1}(t_{i-1})}{n},$$

являющееся решением задачи (18.3).

Для чередования тактов серии: «такты - фиктивные такты - такты» - формула воспитания равномерно забывчивого робота с равноценными эмоциями  $R_{i+j+k}(t_{i+j+k})$  примет вид

$$R_{i+j+k}(t_{i+j+k}) \approx q \frac{1 - \theta^k}{1 - \theta} + \theta^{j+k} q \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta}, \quad (18.4)$$

где  $i$  - количество первых тактов в серии,  $j$  - количество фиктивных тактов в серии,  $k$  - количество тактов в третьей очереди серии.

В работе [3] впервые введены модели восприимчивости к воспитанию  $\varepsilon$  и относительной восприимчивости к воспитанию  $\alpha$  робота.

Если выполняется условие  $q > 0$ , то согласно [64] восприимчивость к воспитанию  $\varepsilon$  равномерно забывчивого робота с равноценными эмоциями удовлетворяет соотношению

$$\varepsilon = \frac{q}{1 - \theta} - R_L(t_L), \quad (18.5)$$

где  $q$  - элементарное воспитание робота с равноценными эмоциями,  $q > 0$ ,  $\theta$  - коэффициент памяти робота,  $R_L(t_L)$  - воспитание робота, при котором робот

прочно запомнил прошедшее воспитание, которое определяется близостью к предельному воспитанию.

Согласно работе [64] относительную восприимчивость к воспитанию робота можно записать в виде равенства

$$\alpha \approx \frac{\varepsilon}{\frac{q}{1-\theta}} = \frac{\varepsilon(1-\theta)}{q}. \quad (18.6)$$

Легко видеть, что относительная восприимчивость к воспитанию робота  $\alpha$  является безразмерной величиной,  $\alpha \in (0, 1]$  и, чем меньше значение  $\alpha$ , тем хуже восприимчивость робота к воспитанию.

Предположим, что робот в третьей очереди серии тактов и фиктивных тактов (второй серии тактов) прочно запомнил полученное прошедшее воспитание.

Используя формулы (18.2) и (18.5), получим соотношение

$$\varepsilon \approx \frac{q}{1-\theta} - q \frac{1-\theta^k}{1-\theta} - \theta^{j+k} q \frac{1-\theta^i}{1-\theta}. \quad (18.7)$$

Применяя формулу (18.6) для вычисления относительной восприимчивости  $\alpha$  к воспитанию с учетом соотношения (18.7), получим равенство

$$\alpha \approx \theta^k \left( 1 - \theta^j + \theta^{i+j} \right). \quad (18.8)$$

Анализируя равенство (18.8), можно сделать вывод о том, что при больших значениях  $i$  и  $j$  величинами  $\theta^j$  и  $\theta^{i+j}$  можно пренебречь и вычислять относительную восприимчивость к воспитанию по формуле

$$\alpha \approx \theta^k.$$

Опишем практическое применение полученных выше соотношений.

Остановимся на определении коэффициентов памяти человека, аналогом которого является эмоциональный робот. Для этого можно использовать известную программную систему Vibraimage 7 (Система Виброизображения) предприятия "ЭЛСИС" (г. Санкт-Петербург, Россия) [120]. Программная система Vibraimage 7 – это система анализа психофизиологического и эмоционального состояния человека. Программная система позволяет на основе микровибраций головы человека, снимаемых с web-камеры, подключенной к программе, определять его эмоциональное состояние, выраженное величиной с диапазоном значений от 0 до 100.

Для измерения коэффициентов памяти человека, испытуемый помещается в изолированную комнату с web-камерой. Сама программная система установлена на компьютере, который находится в другой комнате. Испытуемого помещают напротив web-камеры, дают инструкции по поведению во время эксперимента, просят расслабиться и ни о чем не думать. Инструкции по поведению во время эксперимента очень просты – испытуемому человеку необходимо смотреть в web-камеру в течение примерно 2 мин., пока будет работать программа и пока проводящий эксперимент человек не скажет, что эксперимент окончен. После того, как испытуемый подтверждает, что он готов к началу эксперимента, руководитель экспери-

мента дает испытуемому команду о начале эксперимента, удаляется из комнаты с web-камерой и включает работу программной системы Vibraimage 7. Таким образом, испытуемый в течение времени работы программной системы находится в изолированной комнате без внешних раздражителей. Эксперимент продолжается 2 мин. и с интервалом в 1 мин. снимаются показания эмоционального состояния человека, находящегося перед web-камерой. После того, как программная система завершает свою работу, руководитель эксперимента приходит в комнату к испытуемому и оповещает последнего об окончании эксперимента. Таким образом, во время эксперимента осуществляется два измерения значений воспитания испытуемого человека, которые отражают эмоциональное состояние испытуемого, меняющееся с течением времени.

Будем считать, что эквивалентом эмоционального состояния человека, измеряемого при помощи программной системы Vibraimage 7, является воспитание робота. Таким образом, в ходе эксперимента получаем два значения воспитания:  $R_1(t_1), R_2(t_2)$ . Учитывая то, что на испытуемого человека во время работы программной системы, не оказывалось никакого воздействия, на основе первых двух значений  $R_1(t_1), R_2(t_2)$  и модели воспитания (2.2) при  $r_i(\tau) \equiv 0$  можно вычислить коэффициент памяти

$$R_2(t_2) = \theta R_1(t_1), \Rightarrow \theta = \frac{R_2(t_2)}{R_1(t_1)}.$$

Пусть необходимо промоделировать эмоциональное поведение робота при взаимодействии с ним человека, который оказывает влияние на робота путем подачи некоторого звукового сигнала, например посредством встроенного в робота микрофона. Будем считать, что эмоциональным стимулом для робота является такая характеристика звука, как громкость [84, 99]. Таким образом, необходимо некоторым образом определить зависимость между возникающими у робота эмоциями в процессе взаимодействия с человеком и громкостью звукового сигнала, издаваемого человеком и оказывающего воздействие на робота.

Для определения эмоциональной зависимости человека от громкости звукового сигнала была разработана компьютерная программа, описывающая следующую ситуацию: во взаимодействие вовлечен лишь один робот и один человек. Робот должен эмоционально реагировать на звуковые воздействия со стороны человека.

В работе [97] приведено описание программы SoundBot [100], моделирующей мимическую эмоциональную реакцию робота на звуковые стимулы. Согласно описанию функциональных возможностей этой программы, она может использоваться при постановке голоса оратора.

Можно считать, что в качестве потенциального слушателя выступлений оратора выступает робот с неабсолютной памятью [65], который способен проявлять свою эмоциональную реакцию на выступление оратора, подобную эмоциональной реакции человека-слушателя.

Таким образом, методика постановки голоса сводится к следующим шагам:

1. Задаются верхний и нижний пороги положительной эмоции робота, определяющие диапазон громкости голоса, в который происходит постановка голоса.
2. Осуществляется процесс обучения оратора, в результате которого оказываются воздействия на робота звуковыми стимулами до момента выработки только  $i$  положительных последовательно идущих друг за другом эмоций робота.
3. Осуществляется перерыв во взаимодействии человека с роботом, равный по продолжительности  $j$  фиктивным тактам.
4. Осуществляется тестирование постановки голоса оратора до выработки первой положительной эмоции робота, что соответствует  $k$  тактам.

На основе вышеописанной методики проведена серия экспериментов по постановке голоса ораторов-испытуемых людей, коэффициенты памяти которых определены ранее. Результаты экспериментов и соответствующие значения относительных восприимчивостей  $\alpha$  роботов к воспитанию, представлены в табл.18.1

Таблица 18.1.  
Коэффициенты памяти и относительные  
восприимчивости к воспитанию

| №п/п | $\theta$ | $i$ | $j$ | $k$ | $\alpha$ |
|------|----------|-----|-----|-----|----------|
| 1    | 0,7      | 20  | 20  | 2   | 0,49     |
| 2    | 0,9      | 20  | 20  | 1   | 0,89     |
| 3    | 0,7      | 20  | 20  | 3   | 0,34     |
| 4    | 0,9      | 20  | 20  | 1   | 0,89     |
| 5    | 0,6      | 20  | 20  | 1   | 0,59     |
| 6    | 0,9      | 20  | 20  | 3   | 0,73     |
| 7    | 0,8      | 20  | 20  | 3   | 0,51     |
| 8    | 0,9      | 20  | 20  | 2   | 0,81     |

Анализируя таблицу, можно сделать вывод о том, что большему коэффициенту памяти робота соответствует большая относительная восприимчивость к воспитанию (за исключением строки 5).

Согласно работе [97] психологические параметры, описываемые выше для роботов, можно принять в качестве приближенных психологических характеристик человека, поэтому относительную восприимчивость к воспитанию робота можно при первом приближении принять равной относительной восприимчивости к воспитанию человека. Это может помочь при моделировании роботов-гуманоидов, являющихся психологическими аналогами человека.

## 19. АЛГОРИТМ И ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЭМОЦИЙ АБОНЕНТА МОБИЛЬНОГО ТЕЛЕФОНА

На современном этапе развития информационных технологий разработка методов автоматического определения эмоционального состояния человека по голосу является актуальной задачей, позволяющей решить ряд экономических, социальных и бытовых проблем и, кроме того, играющей важную роль в вопросах безопасности [80; 81]. Эмоциональный речевой сканер может найти широкое применение в различных транспортных и диспетчерских учреждениях, для ограничения или полного запрета доступа к выполнению служебных обязанностей лиц, находящихся в неустойчивом или неадекватном эмоциональном состоянии. Подобные системы контроля позволят также проводить дополнительную проверку пассажиров авиарейсов в рамках мероприятий по противодействию терроризму [81]

В настоящее время программных продуктов, которые распознают эмоций по голосу практически не существует, в основном это экспериментальные программы, хотя есть множество алгоритмов, имеющих свои недостатки и достоинства. Рассмотрим, некоторые из существующих алгоритмов. Недавно разработан алгоритм под названием «Классификация эмоционально окрашенной речи с использованием метода опорных векторов» (И.Э. Хейдоров, ЯньЦзинбинь, Уши, А.М. Сорока, А.А. Трус, 2012)

Авторы рассматривая опорные вектора для распознавания эмоций, пришли к выводу о том, что применение метода опорных векторов для решения задач классификации эмоционально окрашенной речи позволяет получить высокую точность обученной модели. В сравнении с традиционными статистическими методами классификации [95] влияние методов извлечения векторов признаков на точность классификации обученной модели позволяет предположить, что модернизация этих методов является одним из путей дальнейшего увеличения точности рассмотренного в статье [95] классификатора.

В работе [95] рассмотрены проблемы классификации эмоционально окрашенной речи, извлечения векторов признаков, предварительной обработки обучающих выборок, выбора параметров алгоритма и оценки свойств полученного классификатора на основе метода опорных векторов (МОВ).

Согласно исследованиям авторов алгоритма «Классификация эмоционально окрашенной речи с использованием метода опорных векторов» точность классификации при правильном выборе оптимальных параметров алгоритма и ядерной функции составляет 96,2%. Сложность выбора параметров является одним из минусов алгоритма, так как в алгоритме отсутствует численное значение некоторой характеристики, которое ставится в соответствие значениям эмоции.

Опишем достоинства и недостатки алгоритма «Автоматическое определение изменений эмоционального состояния по речевому сигналу» (Лукияница А.А., Шишкин А.Г., 2012).

Авторы этого алгоритма описали технику отделения речи от пауз, а затем рассмотрели способы вычисления признаков, основанные на определении частоты основного тона, значениях трёх первых формант, а также на вычислении кепстра [29].

Исследования, проведённые авторами алгоритма, показали большую эффективность метода определения изменений в эмоциональном состоянии человека на основе анализа речевого сигнала. Достоинством этого алгоритма является высокая точность его работы (97.2%), к недостаткам алгоритма можно отнести сложность настройки алгоритма (так как алгоритм опирается на базы данных с примерами эмоциональных состояний и зависимость от языка абонента, у которого опознается эмоциональное состояние) и невозможность вычислить с помощью алгоритма численное значение амплитуды эмоции.

### 19.1. АВТОРСКИЙ АЛГОРИТМ

Для устранения недостатков вышеописанных алгоритмов предлагается авторский алгоритм определения эмоционального состояния абонента мобильного устройства. Этот алгоритм легко настраивается на абонента и дает возможность возвращать численное значение определяемой эмоции.

Одним из источников эмоций, анализируемых алгоритмом, является речевой сигнал [80, 81]. При изменении эмоционального состояния в человеческом организме происходят сложные процессы, которые в конечном итоге находят отражение в виде мышечных сокращений, в том числе и в голосовом тракте. Это даёт возможность бесконтактного определения эмоционального состояния человека по изменениям в системе речеобразования. Авторский алгоритм основывается на оценке амплитуды звуковой волны и на гипотезе, говорящей о том, что при изменении амплитуды звуковой волны, меняется эмоциональное состояние абонента.

Приведем шаги авторского алгоритма, определяющего численные характеристики эмоций мобильного устройства:

- Звуковая волна, поступающая в мобильное устройство через микрофон, разбивается на такты равные 1 сек.
- На каждом такте вычисляется максимальное по модулю отклонение от начального значения амплитуды звуковой волны.
- Если отклонение отрицательное, то эмоции приписывают отрицательное значение, иначе – положительное. Формула для определения численного значения амплитуды  $C_t$  эмоции на такте  $[t, t+1)$  описывается

формулой  $C_t = \frac{P_t - A_t}{\Delta t}$ , где  $P_t$  – максимальное по модулю значение амплитуды звукового сигнала на такте  $[t, t+1)$ ,  $A_t$  – амплитуда звукового сигнала на такте  $[t-1, t)$ ,  $\Delta t$  – такт времени.

В результате расчетов, основанных на алгоритме, строится эмоциональная кривая, которая характеризует эмоциональное состояние мобильного устройства. Одним из достоинств алгоритма является возможность определения численного значения эмоции устройства в зависимости от звуковых

характеристик голоса абонента и независимость значения эмоций мобильного устройства от языка абонента.

Полученное численное значение эмоции можно использовать для определения воспитания мобильного устройства, применяя при этом математические модели теории эмоциональных роботов с неабсолютной памятью [64].

Используя эти модели, введем соотношения, определяющие эмоцию мобильного устройства, элементарное воспитание и воспитание мобильного устройства [64] в виде  $M_t = C_t * \sin(\frac{\pi}{t_0}t)$ , где  $M_t$  – эмоция мобильного устройства для текущего времени  $t$ , отсчитываемого от начала проявления

эмоции устройством;  $r_t = 2C_t \frac{\tau}{\pi}$  – элементарное воспитание ( $\tau$  – такт, равный 1

секунде),  $R_i = \frac{2C_t \tau}{\pi} \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta}$  – воспитание мобильного устройства,  $\theta$  – коэффициент памяти устройства,  $i$  – порядковый номер воспитательного такта [64].

## 19.2. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА

Опишем программу, основанную на применении описанного алгоритма и позволяющую определять значение испытываемых мобильным устройством эмоций по звуковой волне, поступающей в устройство через микрофон [35].

Для работы программы в качестве входных параметров необходимо задать следующие параметры:

1. Файл с расширением \*.wav (11025 Hz, 8bit, Mono), содержащий голосовую запись абонента.
2. Коэффициент памяти  $\theta$  для робота (по умолчанию программа устанавливает коэффициент памяти, равный 0,5).

Программа вычисляет и визуализирует:

1. Эмоциональную кривую абонента, построенную для данного звукового файла, отображается синим цветом (измеряется в бит/с).
2. Эмоциональную кривую робота, промоделированную на основе эмоциональной кривой абонента; отображается красным цветом (измеряется в бит/с).
3. Кривую воспитания робота, промоделированную на основе эмоциональной кривой робота; отображается черным цветом (измеряется битами информации).

На основании авторского алгоритма были проведены эксперименты по измерению эмоций абонента по голосу.

В качестве входных данных использовались записи голосов различных людей (как мужчин, так и женщин), которые, находясь в состоянии злости или страха, произносили некоторую фразу. Записи файлов брались из публичной базы данных EmoDB.

На рисунке 19.1 приведен результат действия программы на примере

измерения эмоций абонента мужского пола, произносящего фразу в состоянии злости.

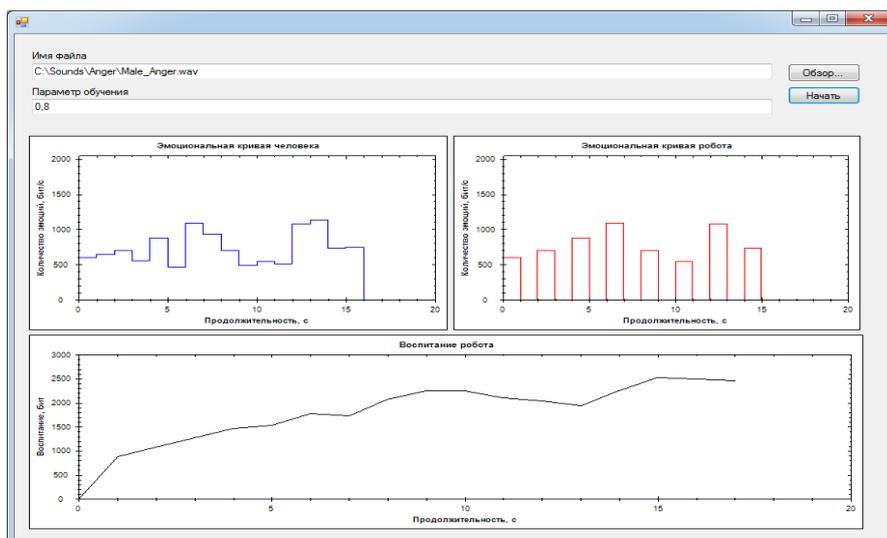


Рис. 19.1 Результат действия программы для звукового файла male\_Anger.wav с параметром обучения равным 0.8.

**Примечание.** Результатами программы являются эмоциональная кривая человека (синий цвет), максимальная амплитуда эмоций робота (красный цвет), кривая воспитания робота (черный цвет)

Для сравнения эмоциональных кривых абонента, произносящего одинаковую фразу в разных состояниях, рассмотрим результат измерения эмоций человека (из эксперимента представленного выше), произносящего фразу в состоянии страха. Соответствующие графические зависимости приведены на рисунке 19.2.

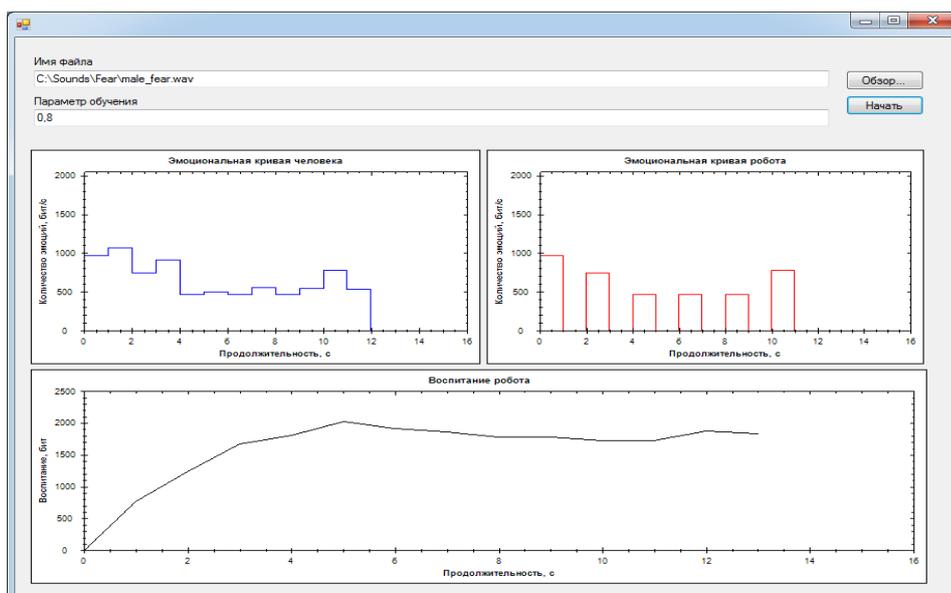


Рис. 19.2. Результат действия программы для звукового файла male\_Fear.wav с параметром обучения равным 0.8.

**Примечание.** Результатами программы являются эмоциональная кривая человека (синий цвет), максимальная амплитуда эмоций (красный цвет), кривая воспитания робота (черный цвет)

В результате проведенных экспериментов, удалось установить следующее:

- Для каждого эмоционального состояния характерна своя эмоциональная кривая.
- Для каждого человека характерна своя эмоциональная кривая для определенного эмоционального состояния.

Программа предназначена для использования на персональных компьютерах IBM с операционными системами: Windows 7x64, WindowsXPSP3 x86. Для написания программы использовался язык программирования с++. Объем загрузочного модуля 1.67 Мб.

На основании описанного выше алгоритма была реализована программа [35], измеряющая численное значение эмоции абонента по голосу человека, записанного в звуковой файл. Результатом программы являются эмоциональная кривая состояния человека, произносящего фразу, эмоциональная кривая мобильного устройства, полученная на основе эмоциональной кривой человека, кривая значений воспитания мобильного устройства.

Недостатком описанного алгоритма является то, что он измеряет численное значение эмоции, но не распознает ее тип. К достоинствам представленного алгоритма можно отнести следующее: алгоритм является достаточно простым (настройка происходит автоматически), результаты работы алгоритма не зависят от языка произнесенных человеком фраз, алгоритм возвращает численное значение эмоций мобильного устройства и человека, что является его несомненным преимуществом по отношению к известным алгоритмам.

## **20. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РОБОТА С ГАРМОНИЧЕСКИМИ ЭМОЦИЯМИ**

При разработке мобильных устройств связи, являющихся аналогами психологического поведения человека, возникают задачи разработки наиболее простых математических моделей психологических характеристик устройства, требующих минимального времени проведения необходимых вычислений.

В разделе 19 описан алгоритм, позволяющий определять численное значение эмоции человека и возможное применение этого значения в моделировании доэмоций роботов. В настоящем разделе рассмотрены роботы с гармонической эмоцией [41] и свойства психологических характеристик робота, в зависимости от различных моделей реакции робота на воздействия человека.

Прежде чем перейти к описанию психологических характеристик робота, основанных на его эмоции, опишем две модели ответной реакции робота на

действия человека:

1. Модель моментальной реакции робота при такте, на котором на робота оказывается воздействие сюжетом.
2. Модель реакции робота с запаздыванием на один такт, при которой реакция робота во время текущего такта осуществляется как отклик на воздействие на робота во время предыдущего такта.

Согласно работе [35] вместо константы  $A$  будем использовать численное значение эмоций человека, определенных на такте с порядковым номером  $i$ . Рассмотрим функцию гармонических эмоций роботов. Эта функция определяется соотношением.

$$M_i(t) = A_i \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right),$$

где  $A_i$  – численное значение амплитуды эмоции на такте с порядковым номером  $i$ .

Нетрудно заметить, что элементарное воспитание  $r_i(t)$  удовлетворяет равенству

$$r_i(t) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} A_i \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) dt,$$

преобразовывая которое получим

$$r_i = 2A_i \frac{t_i - t_{i-1}}{\pi} \quad (20.1)$$

В работе [65] введено понятие равноценных эмоций. Очевидно, что для равноценности гармонических эмоций в воспитательном процессе робота, необходимо выполнение равенства

$$A_i \frac{t_i - t_{i-1}}{\pi} = A_{i-1} \frac{t_{i-1} - t_{i-2}}{\pi}$$

Выделим параметр окончания такта  $t_i$  с порядковым номером  $i$  следующим образом

$$t_i = t_{i-1} + \frac{A_{i-1}}{A_i}(t_{i-1} - t_{i-2}),$$

где  $t_0, t_1$  – границы первого такта, которые задаются разработчиками робота,  $i = \overline{1, n}$ .

Известно, [65], что воспитание робота  $R_i$  определяется формулой

$$R_i = r_i + \theta R_{i-1}, \quad (20.2)$$

где  $\theta \in [0,1]$  – константа.

Будем полагать, что для равноценных гармонических эмоций справедливы соотношения

$$R_0 = 0.$$

На основе равенства (20.1) и (20.2) становится очевидна формула

$$R_1 = \frac{2A_1\tau_1}{\pi} = S,$$

$\tau_i$  – такт с порядковым номером  $i$ ,  $\tau_i = t_i - t_{i-1}$ , где  $\tau_0 = 0$ .

Так как гармонические эмоции робота равноценны, то справедлива цепочка равенств

$$A_1\tau_1 = A_2\tau_2 = \dots = A_i\tau_i = P = const.$$

Легко видеть, что воспитание в терминах гармонической эмоции будут удовлетворять формулам

$$\begin{aligned} R_2 &= S + \theta S, \\ R_3 &= S + \theta S + \theta^2 S. \\ R_i &= S(1 + \theta + \theta^2 + \dots + \theta^{i-1}) = S * \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta} \end{aligned} \quad (20.3)$$

Учитывая (20.1) и (20.3), получим равенство

$$R_i = \frac{2}{\pi} A_i (t_i - t_{i-1}) * \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta}$$

$R_i$  – воспитание робота на такте с порядковым номером  $i$  при равноценных гармонических эмоциях.

Вычислим предельное воспитание робота, основанное на гармонических эмоциях. Справедлива следующая цепочка равенств:

$$R_i = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{2}{\pi} A_i (t_i - t_{i-1}) * \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta} = \frac{2P}{\pi(1 - \theta)},$$

где  $A_i\tau_i = P = const$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Опишем воспитание для равномерно забывчивого робота:

$$R_i = \theta^i \frac{2\tau_1 A_1}{\pi}.$$

Согласно [65], с учетом фиктивных воспитательных циклов, воспитание  $F_{j_n, k_n}$  робота с гармоническими эмоциями удовлетворяет формуле

$$F_{j_n, k_n} = \theta^{k_n} \left( \frac{2}{\pi} A_{j_n} \tau_{j_n} \frac{1 - \theta^{j_n}}{\theta} + \theta^{j_n} F_{j_{n-1}, k_{n-1}} \right).$$

В работе [65] введено понятие функция памяти  $\Omega_{j_n j_k}$  робота, очевидно, что функция памяти  $\Omega_{j_n j_k}$  для роботов с гармоническими эмоциями определяется соотношением

$$\Omega_{j_n j_k} = \frac{F_{j_n k_n}}{\frac{2}{\pi} A_{j_n} \tau_{j_n}}.$$

Рассмотрим функцию эмоций для второй модели реакции роботов. Эта функция определяется соотношением

$$M_i(t) = A_{i-1} \sin \left( \frac{\pi}{t_i - t_{i-1}} (t - t_{i-1}) \right),$$

где  $A_{i-1}$  – численное значение эмоции на такте с порядковым номером  $i - 1$ .

Опишем психологические характеристики робота для второй модели.

Для этого, основываясь на работе [65] выполним несложные вычисления. Нетрудно заметить, что элементарное воспитание  $r_i(t)$  удовлетворяет равенству

$$r_i(t) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} A_{i-1} \sin\left(\frac{\pi}{t_i - t_{i-1}}(t - t_{i-1})\right) dt,$$

преобразовывая которое получим

$$r_i = 2A_{i-1} \frac{t_i - t_{i-1}}{\pi}. \quad (20.4)$$

В работах [65, 97] введено понятие равноценных эмоций. Очевидно, что для равноценности гармонических эмоций в воспитательном процессе робота, необходимо выполнение равенства

$$A_{i-1} \frac{t_i - t_{i-1}}{\pi} = A_{i-2} \frac{t_{i-1} - t_{i-2}}{\pi}.$$

Выделим параметр окончания такта  $t_i$  с порядковым номером  $i$  следующим образом

$$t_i = t_{i-1} + \frac{A_{i-2}}{A_{i-1}}(t_{i-1} - t_{i-2}),$$

где  $t_0, t_1$  – границы первого такта и начальное числовое значение амплитуды эмоции  $A_0$  задаются разработчиками робота,  $i = \overline{1, n}$ .

Очевидно, что отличительной особенностью моделирования гармонических эмоций и вычисления психологических характеристик, основанных на них, является необходимость малого машинного времени. Этот вывод обусловлен тем, что все психологические характеристики определяются явными аналитическими соотношениями, требующими минимальных вычислительных затрат.

## 21. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГАРМОНИЧЕСКОГО ВОСПИТАНИЯ РОБОТА

При разработке мобильных устройств связи, являющихся аналогами психологического поведения человека, возникают задачи разработки наиболее простых математических моделей гармонического воспитания робота и психологических характеристик устройства, требующих минимального времени проведения необходимых вычислений.

В настоящем разделе рассмотрены алгоритмы определения оптимального значения такта, коэффициента памяти [73], амплитуды гармонической эмоции робота в зависимости от эмоций абонента, общающегося по мобильному устройству.

Пусть значения воспитаний абонента в конце каждого такта задаются величинами  $R_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  - общее количество воспитательных тактов.

Аппроксимируем реальный процесс воспитания человека гармоническим воспитанием робота.

В общем виде минимизируемая функция будет выглядеть следующим образом:

$$J = \sum_{i=2}^n (R_i - \theta^{j-1} R_1 - \frac{2}{\pi} A_i \tau_i * \frac{1-\theta^i}{1-\theta})^2$$

## 21.1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РОБОТА С ОТСУТСТВИЕМ ПАМЯТИ

Рассмотрим робота с отсутствием памяти, т.е.  $\theta = 0$ .

*Модель I*

Пусть значения эмоций задаются в конце каждого такта величинами  $A_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  - общее количество воспитательных тактов. Необходимо найти оптимальную продолжительность такта  $\tau$ , при которой функция  $J$  будет достигать минимума.

$$J(\tau) = \sum_{i=2}^n (r_i - \frac{2A_i\tau}{\pi})^2$$

Таким образом, для нахождения оптимального  $\tau$  необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial J}{\partial \tau} = 0$$

В результате решения уравнения, получаем  $\tau_{opt}$ :

$$\tau_{opt} = \frac{\pi \sum_{i=2}^n r_i A_i}{2 \sum_{i=2}^n A_i^2}$$

Нетрудно видеть, что удовлетворяется условие минимума функции

$$\frac{\partial^2 J}{\partial^2 \tau}(\tau_{opt}) > 0$$

т.к. справедливо неравенство

$$\frac{\partial^2 J}{\partial^2 \tau} = \sum_{i=2}^n (\frac{8A_i^2}{\pi^2}) > 0$$

Очевидно соотношение

$$J(\tau_{opt}) = \sum_{i=2}^n (r_i - A_i \frac{\sum_{j=2}^n r_j A_j}{\sum_{j=2}^n A_j^2})^2$$

## Модель 2

Пусть продолжительности тактов задаются величинами  $\tau_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  - общее количество воспитательных тактов. Необходимо найти оптимальное значение  $A$ , при котором функция  $J$  будет достигать минимума, где

$$J(A) = \sum_{i=2}^n \left( r_i - \frac{2A\tau_i}{\pi} \right)^2 .$$

Таким образом, для нахождения оптимального  $A$  необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial J}{\partial A} = 0 .$$

В результате решения уравнения, получаем  $A_{opt}$

$$A_{opt} = \frac{\pi \sum_{i=2}^n r_i \tau_i}{2 \sum_{i=2}^n \tau_i^2} .$$

Нетрудно видеть, что удовлетворяется условие минимума функции

$$\frac{\partial^2 J}{\partial^2 A} (A_{opt}) > 0 ,$$

т.к. верно неравенство

$$\frac{\partial^2 J}{\partial^2 A} = \sum_{i=2}^n \left( \frac{8\tau_i^2}{\pi^2} \right) > 0 .$$

Очевидно соотношение

$$J(A_{opt}) = \sum_{i=2}^n \left( r_i - \tau_i \frac{\sum_{j=2}^n r_j \tau_j}{\sum_{j=2}^n \tau_j^2} \right)^2 .$$

## Модель 3

Необходимо найти оптимальные  $A$  и  $\tau$ , при которых функция  $J$  будет достигать минимума, где

$$J(A, \tau) = \sum_{i=2}^n \left( r_i - \frac{2A\tau}{\pi} \right)^2 .$$

Таким образом, для нахождения оптимального  $A$  и  $\tau$  необходимо решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial J}{\partial A} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial \tau} = 0 \end{cases} .$$

В результате решения системы уравнений получаем, что явно выразить оба параметра нельзя, они зависят друг от друга.

$$A_{opt} \tau_{opt} = \frac{\pi}{2(n-1)} \sum_{i=2}^n r_i .$$

Нетрудно видеть, что удовлетворяется условие минимума функции:

$$\forall A \neq A_{onm}; \forall \tau \neq \tau_{onm},$$

$$\sum_{i=2}^n (r_i - \frac{2A\tau}{\pi})^2 > \sum_{i=2}^n (r_i - \frac{2A_{onm}\tau_{onm}}{\pi})^2.$$

Подставим в вышеприведенную формулу полученные значения  $\tau_{onm}$  и  $A_{onm}$ :

$$\left( A\tau - \frac{\pi}{2(n-1)} \sum_{i=2}^n r_i \right)^2 > 0$$

Справедливо соотношение

$$J(A_{onm}, \tau_{onm}) = \sum_{i=2}^n (r_i - \frac{\sum_{j=2}^n r_j}{n-1})^2.$$

## 21.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РОБОТА С АБСОЛЮТНОЙ ПАМЯТЬЮ

Рассмотрим робота с абсолютной памятью, т.е.  $\theta = 1$ .

*Модель 4*

Пусть значения человеческих эмоций задаются в конце каждого такта величинами  $A_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  - общее количество воспитательных тактов. Необходимо найти оптимальное  $\tau$ , при котором функция  $J$  будет достигать минимума:

$$J(\tau) = \sum_{i=2}^n (R_i - R_1 - (i-1) \frac{2A_i\tau}{\pi})^2.$$

Таким образом, для нахождения оптимального  $\tau$  необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial J}{\partial \tau} = 0$$

В результате решения уравнения, получаем:

$$\tau_{onm} = \frac{\pi}{2} \frac{\sum_{i=2}^n (i-1)R_i A_i - R_1 \sum_{i=2}^n (i-1)A_i}{\sum_{i=2}^n (i-1)^2 A_i^2}.$$

Нетрудно видеть, что удовлетворяется условие минимума функции:

$$\frac{\partial^2 J}{\partial^2 \tau}(\tau_{onm}) > 0,$$

так как справедливо соотношение

$$\frac{\partial^2 J}{\partial^2 \tau} = \sum_{i=2}^n \left( \frac{8(i-1)^2 A_i^2}{\pi^2} \right) > 0.$$

Очевидно равенство

$$J(\tau_{onm}) = \sum_{i=2}^n \left( R_i - R_1 - (i-1)A_i \left( \frac{\sum_{j=2}^n (j-1)R_j A_j - R_1 \sum_{j=2}^n (j-1)A_j}{\sum_{j=2}^n (j-1)^2 A_j^2} \right) \right)^2$$

### Модель 5

Пусть продолжительность такта задаются величинами  $\tau_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  - общее количество воспитательных тактов. Необходимо найти оптимальное  $A$ , при котором функция  $J$  будет достигать минимума.

$$J(A) = \sum_{i=2}^n (R_i - R_1 - (i-1) \frac{2A\tau_i}{\pi})^2$$

Для нахождения оптимального  $A$  необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial J}{\partial A} = 0$$

В результате решения уравнения, получаем:

$$A_{pnm} = \frac{\pi \sum_{i=2}^n (i-1)R_i\tau_i - R_1 \sum_{i=2}^n (i-1)\tau_i}{2 \sum_{i=2}^n (i-1)^2 \tau_i^2}$$

Нетрудно видеть, что удовлетворяется условие минимума функции:

$$\frac{\partial^2 J}{\partial^2 A}(A_{onm}) > 0$$

т.к. справедливо неравенство

$$\frac{\partial^2 J}{\partial^2 A} = \sum_{i=2}^n \left( \frac{8(i-1)^2 \tau_i^2}{\pi^2} \right) > 0$$

Очевидна формула

$$J(A_{onm}) = \sum_{i=2}^n \left( R_i - R_1 - (i-1)\tau_i \left( \frac{\sum_{j=2}^n (j-1)R_j\tau_j - R_1 \sum_{j=2}^n (j-1)\tau_j}{\sum_{j=2}^n (j-1)^2 \tau_j^2} \right) \right)^2$$

### Модель 6

Необходимо найти оптимальные  $A$  и  $\tau$ , при которых функция  $J$  будет достигать минимума:

$$J(A, \tau) = \sum_{i=2}^n (R_i - R_1 - (i-1) \frac{2A\tau}{\pi})^2$$

Таким образом, для нахождения оптимального  $A$  и  $\tau$  необходимо решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial J}{\partial A} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial \tau} = 0 \end{cases}$$

В результате решения системы уравнений получаем, что явно выразить оба параметра нельзя, они зависят друг от друга:

$$A_{onm} \tau_{onm} = \frac{3\pi}{(n-1)n(n+\frac{1}{2})} \left( \sum_{i=2}^n (R_i(i-1)) - R_1 \frac{n(n-1)}{2} \right)$$

Нетрудно видеть, что удовлетворения условия минимума функции должны выполняться соотношения

$$\forall A \neq A_{onm}; \forall \tau \neq \tau_{onm},$$

$$\sum_{i=2}^n (R_i - R_1 - (i-1) \frac{2A\tau}{\pi})^2 > \sum_{i=2}^n (R_i - R_1 - (i-1) \frac{2A_{onm}\tau_{onm}}{\pi})^2$$

После несложных преобразований получим

$$\left( A\tau - \frac{3\pi}{2(n-1)n(n+\frac{1}{2})} \left( \sum_{i=2}^n (R_i(i-1)) - R_1 \frac{n(n-1)}{2} \right) \right)^2 > 0$$

Очевидна следующая формула:

$$J(A_{onm}, \tau_{onm}) = \sum_{i=2}^n \left( R_i - R_1 - \frac{6(i-1)}{(n-1)n(n+\frac{1}{2})} \left( \sum_{j=2}^n (R_j(j-1)) - R_1 \frac{n(n-1)}{2} \right) \right)^2$$

### 21.3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РОБОТА С НЕАБСОЛЮТНОЙ ПАМЯТЬЮ

Рассмотрим робота с неабсолютной памятью, т.е.  $0 < \theta < 1$ .

*Модель 7*

Пусть значения амплитуд эмоций задаются в конце каждого такта величинами  $A_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  - общее количество воспитательных тактов. Необходимо найти оптимальное  $\tau$  и  $\theta$ , при которых функция  $J$  будет достигать минимума, где

$$J(\theta, \tau) = \sum_{i=2}^n (R_i - \theta R_{i-1} - \frac{2A_i\tau}{\pi})^2$$

Таким образом, для нахождения оптимального  $\tau$  и  $\theta$  необходимо решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial J}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial \tau} = 0 \end{cases}$$

В результате решения уравнения, получаем  $\tau_{onm}$  и  $\theta_{onm}$

$$\left\{ \begin{aligned} \theta_{onm} &= \frac{\sum_{i=2}^n A_i^2 \sum_{i=2}^n (R_i R_{i-1}) - \sum_{i=2}^n (R_i A_i) \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1}}{\left( \sum_{i=2}^n A_i^2 \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1} \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1} \right)} \\ \tau_{onm} &= \frac{\pi}{2} \frac{\sum_{i=2}^n (R_i A_i) + \frac{\sum_{i=2}^n A_i^2 \sum_{i=2}^n (R_i R_{i-1}) - \sum_{i=2}^n (R_i A_i) \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1}}{\left( \sum_{i=2}^n A_i^2 \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1} \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1} \right)} \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1}}{\sum_{i=2}^n A_i^2} \end{aligned} \right.$$

Нетрудно видеть, что удовлетворяется условие минимума функции:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 J}{\partial^2 \theta}(\theta_{onm}, \tau_{onm}) * \frac{\partial^2 J}{\partial^2 A}(\theta_{onm}, \tau_{onm}) - \left( \frac{\partial^2 J}{\partial \theta \partial A}(\theta_{onm}, \tau_{onm}) \right)^2 &> 0 \\ \frac{\partial^2 J}{\partial^2 \theta}(\theta_{onm}, \tau_{onm}) &> 0 \end{aligned} \right.$$

т.к. выполняются неравенства:

$$\left\{ \begin{aligned} 4 \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 A_j^2 + 2 \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 A_i^2 + \left( \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1} \right)^2 &> 0 \\ \sum_{i=2}^n (2R_{i-1}^2) &> 0 \end{aligned} \right.$$

Очевидна формула:

$$J(\theta_{onm}, \tau_{onm}) = \sum_{j=2}^n \left( R_j - \frac{\left( \sum_{i=2}^n A_i^2 \sum_{i=2}^n (R_i R_{i-1}) - \sum_{i=2}^n (R_i A_i) \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1} \right)}{\left( \sum_{i=2}^n A_i^2 \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1} \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1} \right)} R_{j-1} - A_j \frac{\left( \sum_{i=2}^n (R_i A_i) + \theta_{onm} \sum_{i=2}^n A_i R_{i-1} \right)}{\sum_{i=2}^n A_i^2} \right)^2$$

### Модель 8

Пусть продолжительность такта задаются величинами  $\tau_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  - общее количество воспитательных тактов. Необходимо найти оптимальное  $A$  и  $\theta$ , при котором функция  $J$  будет достигать минимума, где

$$J(\theta, A) = \sum_{i=2}^n (R_i - \theta R_{i-1} - \frac{2A\tau_i}{\pi})^2$$

Таким образом, для нахождения оптимального  $A$  и  $\theta$  необходимо решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial J}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial A} = 0 \end{cases}$$

В результате решения уравнений получаем  $A_{onm}$  и  $\theta_{onm}$ :

$$\begin{cases} \theta_{onm} = \frac{\sum_{i=2}^n \tau_i^2 \sum_{i=2}^n (R_i R_{i-1}) - \sum_{i=2}^n (R_i \tau_i) \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1}}{(\sum_{i=2}^n \tau_i^2 \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1} \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1})} \\ A_{onm} = \frac{\pi}{2} \frac{\sum_{i=2}^n (R_i \tau_i) + \frac{\sum_{i=2}^n \tau_i^2 \sum_{i=2}^n (R_i R_{i-1}) - \sum_{i=2}^n (R_i \tau_i) \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1}}{(\sum_{i=2}^n \tau_i^2 \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1} \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1})} \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1}}{\sum_{i=2}^n \tau_i^2} \end{cases}$$

Нетрудно видеть, что удовлетворяется условие минимума функции:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 J}{\partial^2 \theta}(\theta_{onm}, A_{onm}) * \frac{\partial^2 J}{\partial^2 A}(\theta_{onm}, A_{onm}) - (\frac{\partial^2 J}{\partial \theta \partial A}(\theta_{onm}, A_{onm}))^2 > 0 \\ \frac{\partial^2 J}{\partial^2 \theta}(\theta_{onm}, A_{onm}) > 0 \end{cases}$$

т.к. справедливы соотношения

$$\begin{cases} 4 \sum_{\substack{i=2 \\ j=2 \\ j \neq i}}^n R_{i-1}^2 \tau_j^2 + 2 \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 \tau_i^2 + (\sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1})^2 > 0 \\ \sum_{i=2}^n (2R_{i-1}^2) > 0 \end{cases}$$

Очевидно равенство

$$J(\theta_{onm}, A_{onm}) = \sum_{j=2}^n \left( R_j - \left( \frac{\sum_{i=2}^n \tau_i^2 \sum_{i=2}^n (R_i R_{i-1}) - \sum_{i=2}^n (R_i \tau_i) \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1}}{(\sum_{i=2}^n \tau_i^2 \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1} \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1})} \right) R_{j-1} - \tau_j \left( \frac{\sum_{i=2}^n (R_i \tau_i) + \theta_{onm} \sum_{i=2}^n \tau_i R_{i-1}}{\sum_{i=2}^n \tau_i^2} \right) \right)^2$$

### Модель 9

Пусть значения эмоций задаются в конце каждого такта величинами  $A_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  - общее количество воспитательных тактов. Пусть продолжительность такта задаются величинами  $\tau_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n$  - общее количество воспитательных тактов. Необходимо найти оптимальные  $A, \tau$  и  $\theta$ , при которых функция  $J$  будет достигать минимума, где

$$J(\theta, A, \tau) = \sum_{i=2}^n \left( R_i - \theta R_{i-1} - \frac{2A\tau}{\pi} \right)^2$$

Таким образом, для нахождения оптимальных  $A, \tau$  и  $\theta$  необходимо решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial J}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial A} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial \tau} = 0 \end{cases}$$

В результате решения уравнения получаем  $A_{opt}, \tau_{opt}$  и  $\theta_{opt}$

$$\begin{cases} \theta_{opt} = \frac{(n-1) \sum_{i=2}^n (R_{i-1} R_i) - \sum_{i=2}^n R_i \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{(n-1) \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - \left( \sum_{i=2}^n R_{i-1} \right)^2} \\ A_{opt} \tau_{opt} = \frac{\pi \sum_{i=2}^n R_i \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - \sum_{i=2}^n (R_{i-1} R_i) \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{2 \left( (n-1) \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - \left( \sum_{i=2}^n R_{i-1} \right)^2 \right)} \end{cases}$$

Аналитическим путем доказать, что оптимальные значения доставляют минимум целевой функции затруднительно, поэтому были проведены серии экспериментов, которые показали что полученная точка, скорее всего, доставляет минимум целевой функции.

Подставив полученную точку в  $J(A, \tau, \theta)$ , определим минимум целевой функции

$$J(\theta_{onm}, A_{onm}, \tau_{oam}) = \sum_{j=2}^n \left( \frac{R_j - \frac{(n-1) \sum_{i=2}^n (R_{i-1} R_i) - \sum_{i=2}^n R_i \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{(n-1) \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - (\sum_{i=2}^n R_{i-1})^2} R_{j-1}}{\frac{\sum_{i=2}^n R_i \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - \sum_{i=2}^n (R_{i-1} R_i) \sum_{i=2}^n R_{i-1}}{(n-1) \sum_{i=2}^n R_{i-1}^2 - (\sum_{i=2}^n R_{i-1})^2}} \right)^2$$

## 21.4. ПРИМЕРЫ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ МОДЕЛЕЙ

Рассмотрим пример построения гармонического воспитания робота. Пусть реальный воспитательный процесс содержит четыре такта при этом  $R_1 = 2, R_2 = 3, R_3 = 5, R_4 = 7$ ;  $A_1 = 4, A_2 = 6, A_3 = 2, A_4 = 1$ ;  $\tau_1 = 1, \tau_2 = 2, \tau_3 = 3, \tau_4 = 4$ .

Оценим точность каждой модели и полученные значения отобразим в табл. 21.1.

Таблица 21.1.  
Оценка точности моделей

| Наименование модели | Численное значение $J$ при оптимальных параметрах |
|---------------------|---|
| Модель 1            | 53,1  |
| Модель 2            | 0,25  |
| Модель 3            | 8   |
| Модель 4            | 19,91   |
| Модель 5            | 0,22  |
| Модель 6            | 38,9  |
| Модель 7            | 166   |
| Модель 8            | 43,6  |
| Модель 9            | 0,29  |

Исходя из анализа значений, приведенных в табл.22.1, можно сформулировать гипотезу, говорящую о том, что наиболее точной является модель 5.

Очевидно, что отличительной особенностью моделирования гармонического воспитания является необходимость малого машинного времени. Этот вывод обусловлен тем, что оптимальные параметры определяются явными аналитическими соотношениями, требующими минимальных вычислительных затрат.

Отметим то факт, что полученные математические модели могут быть применимы, например для определения психологических параметров абонента мобильной связи во время его разговора по телефону.

## 22. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ДОСТИЖЕНИЯ ПОСТАВЛЕННОЙ ЦЕЛИ РОБОТОМ С ГАРМОНИЧЕСКИМИ ЭМОЦИЯМИ

Напомним, что целью воспитания называется вектор  $A = (a_1, \dots, a_m)$ , характеризующий желаемое конечное состояние робота, достигаемое в результате  $K$  действий (шагов), причем  $\sum_{i=1}^m a_i^2 > 0$ .

$k$ -шагом к цели будем называть вектор  $R_k = (r_{k,1}, \dots, r_{k,m})$ , определяющий воспитание робота, полученное в результате одного шага с порядковым номером  $k$  при стремлении к цели воспитания.

Вектором-состоянием робота  $W_k$  назовем вектор, соответствующий достижению цели в результате всех выполненных шагов до  $k$ -шага включительно и удовлетворяющий соотношению  $W_k = \sum_{i=1}^k R_i$ .

Вектор  $R_k$ , определяющий состояние робота с гармонической эмоцией, полученной в результате одного шага с порядковым номером  $k$  при стремлении к цели, равен  $R_k = \left( \frac{2}{\pi} A_{k,1} \tau_{k,1}, \dots, \frac{2}{\pi} A_{k,m} \tau_{k,m} \right)$ .

Вектор-состояние робота  $W_k$ , соответствующий достижению цели в результате всех выполненных шагов до  $k$ -шага включительно, удовлетворяет соотношению  $W_k = \sum_{i=1}^k R_i = \left( \frac{2k}{\pi} \sum_{i=1}^k A_{i,1} \tau_{i,1}, \dots, \frac{2k}{\pi} \sum_{i=1}^k A_{i,m} \tau_{i,m} \right)$ .

Очевидно, что уклонение направления  $k$ -шага от направления цели будет характеризовать угол  $\beta_k$ , равный углу между целью и  $k$ -шагом к цели. Косинус этого угла можно вычислить по формуле

$$\cos(\beta_k) = \frac{\sum_{i=1}^k a_i A_{k,i} \tau_{k,i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^k (a_i)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^k (A_{k,i} \tau_{k,i})^2}},$$

а косинус угла  $\alpha_k$  между вектором-состоянием робота и целью, характеризующий уклонение от направления цели в результате  $k$  шагов, – исходя из соотношения

$$\cos(\alpha_k) = \frac{\sum_{i=1}^k \left( a_i \sum_{j=1}^k A_{j,i} \tau_{j,i} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^k (a_i)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \sum_{j=1}^k A_{j,i} \tau_{j,i} \right)^2}}. \quad (22.1)$$

После выполнения заданного количества шагов  $K$ , предусмотренного для достижения цели, можно определить величину  $\delta$ , характеризующую близость

к конечной цели. Формула, определяющая значение  $\delta$ , является отношением численного значения проекции вектора  $W_K$  на вектор  $A$  к длине  $A$ . [50]

Таким образом, с учетом (22.1) соотношение для вычисления  $\delta$  примет вид

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^k \left( a_i \sum_{j=1}^k A_{j,i} \tau_{j,i} \right)}{\sum_{i=1}^k (a_i)^2}.$$

Легко видеть, что величина  $\delta$  может принимать любые значения и цель достигается полностью, если  $\delta \geq 1$ .

Вычислить косинус угла уклонения итогового вектора-состояния от направления цели  $\psi$  можно, используя соотношение

$$\cos(\psi) = \frac{\sum_{i=1}^k \left( a_i \sum_{j=1}^k A_{j,i} \tau_{j,i} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^k (a_i)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \sum_{j=1}^k A_{j,i} \tau_{j,i} \right)^2}}.$$

Аналогично можно записать формулу, определяющую процентное достижение цели  $\chi_k$  на каждом  $k$ -шаге к цели:

$$\chi_k = \frac{\sum_{i=1}^k a_i A_{k,i} \tau_{k,i}}{\sum_{i=1}^k (a_i)^2},$$

а достижение цели  $\lambda_k$  в результате  $k$  выполненных шагов будет определяться соотношением

$$\lambda_k = \frac{\sum_{i=1}^k \left( a_i \sum_{j=1}^k A_{j,i} \tau_{j,i} \right)}{\sum_{i=1}^k (a_i)^2}.$$

## 23. ОБОБЩЕНИЕ ПРАВИЛ ЭМОЦИОНАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ РОБОТА НА СЛУЧАЙ ПРОИЗВОЛЬНОГО КОЛИЧЕСТВА ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С РОБОТОМ ИГРОКОВ

### 23.1. ПЕРВОЕ ПРАВИЛО АЛЬТЕРНАТИВНОГО ВЫБОРА

Пусть на робота не одновременно воздействует  $n$  игроков. Будем предполагать, что у робота возникают только положительные эмоции и робот обладает абсолютной эмоциональной памятью, т.е. коэффициенты памяти  $\theta_{i,j}$  удовлетворяют тождеству  $\theta_{i,j} \equiv 1$ , где  $i = \overline{1, m_j}$ ,  $j = \overline{1, n}$ . Соответственно,  $m_j$  - количество действия сюжетов игрока  $j$ .

Первый игрок порождает в момент времени  $t_{1,k}$ , где  $k = \overline{1, m_1}$ , у робота эмоцию  $M_{1,k}$ , которая влечет элементарное воспитание

$$R_{1,k} = \int_0^{t_{1,k}} M_{1,k}(\tau) d\tau, \text{ и воспитание } \overline{B_1} = (R_1, \underbrace{0, \dots, 0}_{n-1}),$$

$$\text{где } R_1 = \sum_{l=1}^{m_1} \int_0^{t_{1,l}} M_{1,l}(\tau) d\tau.$$

В это время все остальные  $n-1$  игроков порождают у робота нулевые эмоции.

Во время  $t_{i,k}$ , где  $k = \overline{1, m_i}$ ,  $t_{i,k} > t_{i_1, k_1}$ , где  $i > i_1$  и  $k_1 = \overline{1, m_{i_1}}$ , игрок  $i$  порождает у робота эмоцию  $M_{i,k}$ , которая влечет элементарное воспитание

$$R_{i,k} = \int_0^{t_{i,k}} M_{i,k}(\tau) d\tau, \text{ и воспитание } \overline{B_i} = (0, \dots, 0, \underbrace{R_i}_{i\text{-элемент}}, 0, \dots, 0),$$

$$\text{где } R_i = \sum_{l=1}^{m_i} \int_0^{t_{i,l}} M_{i,l}(\tau) d\tau.$$

В это время все остальные  $n-1$  игроков порождают у робота нулевые эмоции.

Введем вектор общего воспитания робота  $\overline{V} = (R_1, R_2, \dots, R_n)$ , где компоненты вектора – это суммарные воспитания, получаемые за все время  $t$

$$\text{действия сюжетов всех игроков, где } t = \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^{m_l} t_{l,k}.$$

При введенных обозначениях правило принятия эмоционального решения роботом в пользу того или иного игрока можно сформулировать следующим образом: эмоциональное решение принимается в пользу того игрока, для которого достигается  $\min \angle(\overline{V}, \overline{B_i})$ , где  $i = \overline{1, n}$  (эмоциональный выбор будет

принят в пользу игрока  $i$ ). Если минимум достигается сразу при нескольких  $i$ , то выбор не осуществляется.

Приведенное правило можно обобщить на случай, когда воздействие игрока вызывает у робота не одну эмоцию, а сразу вектор эмоций. Таким образом, во время  $t_{i,k}$ , где  $k = \overline{1, m_i}$ ,  $t_{i,k} > t_{i_1, k_1}$ , где  $i > i_1$  и  $k_1 = \overline{1, m_{i_1}}$ , игрок  $i$  порождает у робота вектор эмоций  $\overline{M}_{1,k} = (M_{i,k}^1, \dots, M_{i,k}^r)$ , который влечет вектор элементарных воспитаний

$$\overline{R}_{i,k} = (R_{i,k}^1, \dots, R_{i,k}^r), R_{i,k}^j = \int_0^{t_{i,k}} M_{i,k}^j(\tau) d\tau$$

и воспитание  $\overline{B}_i = (0, \dots, 0, \underbrace{\overline{R}_i}_{i\text{-элемент}}, 0, \dots, 0) = (0, \dots, 0, R_i^1, \dots, R_i^r, 0, \dots, 0)$ ,

где  $R_i^j = \sum_{l=1}^{m_i} \int_0^{t_{i,l}} M_{i,l}^j(\tau) d\tau$ .

В это время все остальные  $n-1$  игроков порождают у робота нулевые эмоции.

В этом случае вектор общего воспитания робота имеет вид

$$\overline{V} = (\overline{R}_1, \overline{R}_2, \dots, \overline{R}_n) = (R_1^1, \dots, R_1^r, \dots, R_n^1, \dots, R_n^r).$$

Дальнейшие рассуждения в точности совпадают с вышепредставленными, когда воздействие игрока вызывает у робота одну эмоцию.

## 23.2. ВТОРОЕ ПРАВИЛО АЛЬТЕРНАТИВНОГО ВЫБОРА

Второе правило альтернативного выбора основано на сравнении длин векторов суммарных воспитаний  $\overline{B}_i$ , где  $i = \overline{1, n}$ . Правило можно сформулировать следующим образом: эмоциональное решение принимается в пользу того игрока, для которого достигается  $\max |\overline{B}_i|$ , где  $i = \overline{1, n}$  (эмоциональный выбор будет принят в пользу игрока  $i$ ). Если максимум длины достигается сразу при нескольких значениях  $i$ , то выбор роботом игрока не осуществляется.

## 23.3. ОРТОГОНАЛЬНОСТЬ ВЕКТОРОВ ВОСПИТАНИЙ И ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ПРАВИЛ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ВЫБОРА

Прежде всего, напомним, что использовать мы будем прямоугольную декартову систему координат. Согласно теореме 17.2 два вектора, не имеющие ненулевых общих координат, ортогональны.

Таким образом, каждая пара векторов  $\overline{B}_1, \dots, \overline{B}_n$  ортогональна.

Теорема 23.1. Первое и второе правила принятия альтернативного решения эквивалентны друг другу.

Доказательство. Пусть  $\alpha_i = \angle(\bar{V}, \bar{B}_i)$ ,  $0 < \alpha_i < \frac{\pi}{2}$ ,  $i = \overline{1, n}$  - это угол между векторами  $\bar{V}$  и  $\bar{B}_i$ . Согласно правилам векторной алгебры и ортогональности векторов  $\bar{B}_1, \dots, \bar{B}_n$  справедливо следующее соотношение:  $\cos \alpha_i = \frac{|\bar{B}_i|}{|\bar{V}|}$ .

Очевидно, что если  $\min \angle(\bar{V}, \bar{B}_i)$  достигается при  $i = k$ , то по первому правилу альтернативного выбора решение принимается в пользу игрока  $k$ . При этом из представленной выше формулы следует:  $|\bar{B}_k| > |\bar{B}_j|$ , при  $j \neq k$ . Таким образом,  $\max |\bar{B}_i|$  достигается при  $i = k$ . Последнее описывает второе правило альтернативного выбора.

С другой стороны, если  $\max |\bar{B}_i|$  достигается при  $i = k$ , то по второму правилу альтернативного выбора решение принимается в пользу игрока  $k$ . При этом справедливо  $|\bar{B}_k| > |\bar{B}_j|$ , при  $j \neq k$  и, следуя представленной выше формуле, получаем, что  $\alpha_k < \alpha_j$ , при  $j \neq k$ . Исходя из сказанного следует вывод о том, что  $\min \angle(\bar{V}, \bar{B}_i)$  достигается при  $i = k$ , что соответствует первому правилу альтернативного выбора, что и требовалось доказать.

## **24. ЭМОЦИОНАЛЬНЫЙ ВЫБОР И КОНФЛИКТ МЕЖДУ РОБОТАМИ**

Нетрудно заметить, что соотношение (17.4) полностью совпадает с формулой (3.7), полученной нами при описании конфликта между двумя роботами при условии равенства их равноценных эмоций. Этот факт дает основание для вывода о том, что внутренние эмоциональные конфликты робота описываются теми же соотношениями, что и конфликты между разными роботами, и, следовательно, теоретические положения, пригодные для групп роботов, могут быть без изменения перенесены на внутренние конфликты единичного робота.

Примером этого переноса может быть следующая теорема.

Теорема 24.1. Если два равномерно забывчивых робота обладают одинаковыми равноценными эмоциями, то существуют такие коэффициенты памяти роботов, что роботы никогда не вступят в конфликт по воспитаниям.

Доказательство. Для конфликтующих роботов справедливо равенство (3.7), которое при равенстве равноценных эмоций преобразуется в соотношение (17.4). Согласно теореме 17.5 существуют антиступорные коэффициенты, обращающие формулу (17.4) в строгое неравенство. Но в то же время, эти антиступорные коэффициенты являются коэффициентами памяти двух различных роботов, причем такими, что роботы никогда не будут конфликтовать. Таким образом, теорема доказана.

Логика изложения требует ввода нового определения.

Определение 24.1. Коэффициенты памяти двух роботов, при которых никогда не наступает конфликт между роботами, назовем антиконфликтными коэффициентами памяти.

Сформулируем следующую теорему.

Теорема 24.2. Антиконфликтные коэффициенты памяти двух равномерно забывчивых роботов с одинаковыми равноценными эмоциями совпадают с антиступорными коэффициентами.

Доказательство аналогично доказательству теоремы 24.1

Следствие 24.2. При выполнении условий теоремы 24.2 коэффициенты памяти двух роботов  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , равные  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{1}{3}$  соответственно, являются антиконфликтными.

Доказательство. Согласно следствию 17.5 антиступорные коэффициенты удовлетворяют соотношениям  $\theta_1 = \frac{1}{2}$ ,  $\theta_2 = \frac{1}{3}$ . В силу теоремы 17.2 антиступорные коэффициенты памяти являются антиконфликтными. Таким образом, следствие доказано.

## 25. МОДЕЛЬ АМБИВАЛЕНТНЫХ ЭМОЦИЙ РОБОТА

Амбивалентной называется пара эмоций, противоположных друг другу, но переживаемых одновременно.

Введем вектор [65] эмоций роботов  $\bar{M}$ , определяющий текущее эмоциональное состояние робота.

$$\bar{M}(\tau) = (M_1, M_2, \dots, M_n),$$

где  $M_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) – эмоция, соответствующая типу эмоции  $i$  [27; 28; 65].

Выделим из этого вектора пару ненулевых амбивалентных [65] эмоций  $(M_1, M_2)$ .

Так как эмоции являются амбивалентными, то они имеют разные знаки, т.е.  $M_1 * M_2 \leq 0$ . Для удобства будем считать, что  $M_1 \geq 0, M_2 \leq 0$ . Отметим, что знаки эмоций не могут меняться с течением времени, поскольку эмоцией с противоположным знаком является вторая эмоция из амбивалентной пары, а один вид эмоции не может перейти в другой.

В работе [65] были определены такие величины, как элементарное воспитание и воспитание робота:

$$r_j^i = \int_0^\tau M_i^j(\xi) d\xi, \text{ как следствие, } r_1 > 0, r_2 < 0, \text{ где } r_j^i - \text{ элементарное}$$

воспитание робота в такте под номером  $j$ .  $i \in \{1, 2\}$ ,  $R_i^j = r_i^j + \theta_i^j R_i^{j-1}$ , как следствие,  $R_1 > 0, R_2 < 0$ , где  $R_j^i$  - воспитание робота на конец воспитательного такта под номером  $j$ .  $i \in \{1, 2\}$ .

В случае если известна цель воспитания  $(A_1, A_2)$  по данным эмоциям, величина достижения цели  $\delta$  вычисляется по формуле

$$\delta = \frac{A_1 R_1^j + A_2 R_2^j}{A_1^2 + A_2^2},$$

Причем справедливо отношение  $R_i^j = r_i^j + \theta_i^j R_i^{j-1}$ , где  $j$  – номер воспитательного такта [65],  $R_i^j$  – воспитание робота, получаемое в результате действия эмоции с номером  $j$ ,  $i \in \{1,2\}$ ,  $\theta_i^j$  – коэффициент памяти, причем  $\theta_i^j \in [0,1]$ ,  $r_i^j$  – элементарное воспитание, полученное роботом на такте с номером  $j$ ,  $R_i^{j-1}$  – воспитание робота на конец такта с номером  $j-1$ .

Представим пару воспитаний, порождённых амбивалентными эмоциями, в графическом виде.

Введем декартову систему координат [26] с центром в точке  $O$  и осями  $Ox$ ,  $Oy$ . По оси  $Ox$  будем откладывать положительную эмоцию из амбивалентной пары, по оси  $Oy$  – отрицательную. Таким образом, воспитания  $(A_1, A_2)$  могут быть представлены точкой с координатами  $(A_1, A_2)$  в системе координат  $Oxy$ . Поскольку  $A_1 \geq 0, A_2 \leq 0$ , точки с координатами  $(A_1, A_2)$  будут располагаться во второй четверти плоскости  $Oxy$ . Таким образом, при графическом изображении пары амбивалентных эмоций мы будем рисовать не всю плоскость  $Oxy$ , а только четвертую четверть этой плоскости.

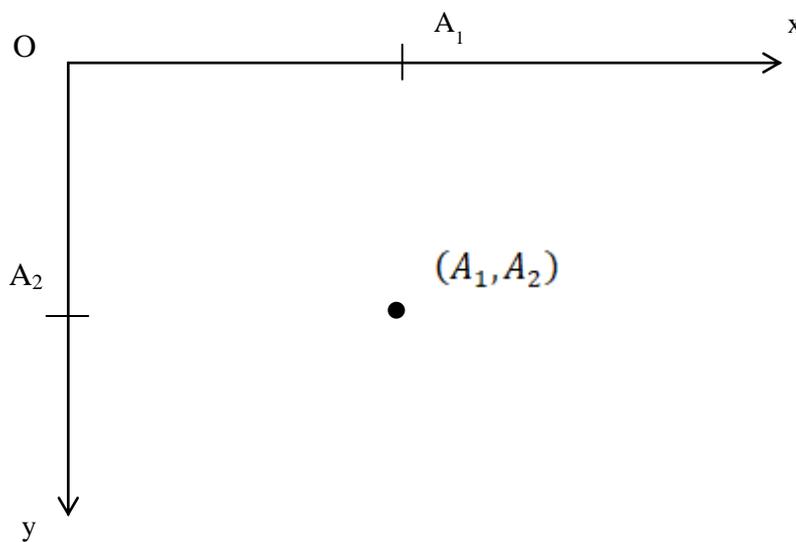


Рис. 25.1. Представление пары воспитаний в графическом виде.

Пусть известно текущее воспитание робота по паре амбивалентных эмоций  $(R_1^j, R_2^j)$ . Данное воспитание соответствует точке  $R^j (R_1^j, R_2^j)$  в координатной плоскости  $Oxy$ . Также известна цель воспитания  $(A_1, A_2)$ , соответствующая точке  $A (A_1, A_2)$  в координатной плоскости  $Oxy$ . Построим

векторы  $OR^j$  и  $OA$  с началом в точке  $O$ , являющейся началом системы координат и с концом в точках  $R^j$  и  $A$  соответственно.

Построим проекцию вектора  $\overrightarrow{OR^j}$  на вектор  $\overrightarrow{OA}$  – вектор  $\overrightarrow{OE}$

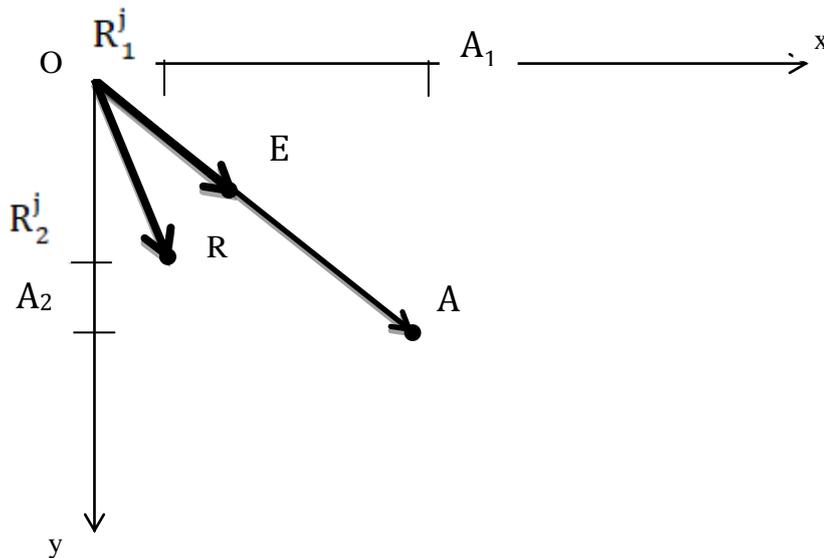


Рис.25.2. Векторы  $\overrightarrow{OR^j}$ ,  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OE}$

Очевидны следующие равенства:

$$|\overrightarrow{OE}| = \frac{A_1 R_1^j + A_2 R_2^j}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2}}, \text{ где } |\overrightarrow{OE}| \text{ – длина вектора } \overrightarrow{OE}$$

$$|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}, \text{ где } |\overrightarrow{OA}| \text{ – длина вектора } \overrightarrow{OA}$$

Как следствие, очевидно, что

$$\delta = \frac{|\overrightarrow{OE}|}{|\overrightarrow{OA}|}$$

Таким образом видно, что при заданных значениях  $(A_1, A_2)$  величина  $\delta$  зависит только от длины вектора  $\overrightarrow{OE}$ . При увеличении  $|\overrightarrow{OE}|$  будет расти и  $\delta$ .

Однако увеличения  $|\overrightarrow{OE}|$  можно достичь увеличением модуля  $R_2^j$ , поскольку  $R_2^j < 0$ ,  $A_2 < 0$ , что, фактически означает, что при усилении негативной эмоции работа он будет приближаться к желаемому результату.

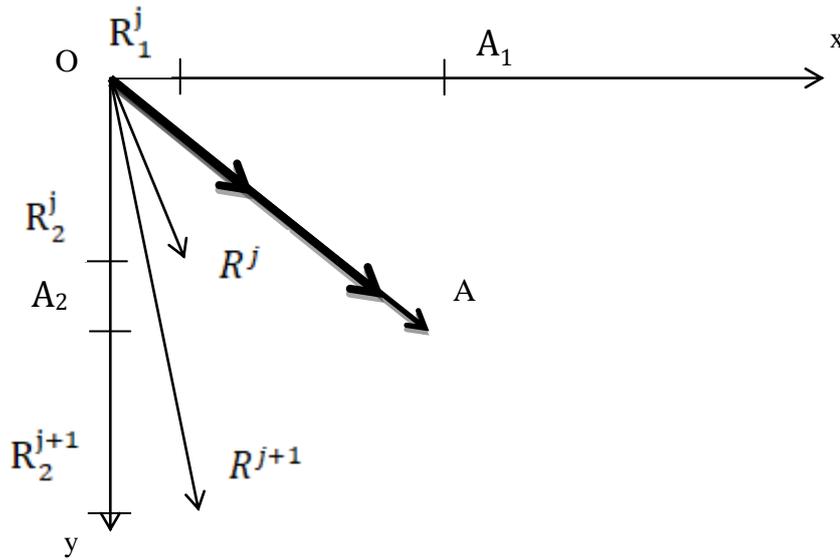


Рис. 25.3. Векторы  $(R_1^j, R_2^{j+1})$  и  $(R_1^j, R_2^j)$

На рис. 25.3 видно, что вектор  $(R_1^j, R_2^{j+1})$  имеет более выраженную негативную часть, чем вектор  $(R_1^j, R_2^j)$ , однако значение  $\delta$  для него будет больше, поскольку у его проекции большая длина.

## 26. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И СВОЙСТВА КОЭФФИЦИЕНТОВ ПАМЯТИ ДЛЯ АМБИВАЛЕНТНЫХ ЭМОЦИЙ РОБОТА

### 26.1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ

Пусть на конец воспитательного такта с номером  $i$  эмоциональное состояние робота  $\bar{M}_i$  определяется парой амбивалентных эмоций  $(M_i^+, M_i^-)$ , а суммарное воспитание робота  $\bar{R}_i$  определяется парой воспитаний  $(R_i^+, R_i^-)$ , Как показано в работе [65],

$$R_i = r_i + \theta_i R_{i-1}, \quad (26.1)$$

где  $r_i$  – элементарное воспитание,  $r_i = \int_0^t M_i(\xi) d\xi$ ,  $\theta_i$  – коэффициент памяти робота,  $R_{i-1}$  – воспитание робота на конец такта  $(i-1)$ .

Таким образом, можно записать формулу (26.1) для  $\bar{R}_i, R_i^+, R_i^-$ .

$$\bar{R}_i = \bar{r}_i + \bar{\theta}_i \bar{R}_{i-1}, \quad (26.2)$$

$$R_i^+ = r_i^+ + \theta_i^+ R_{i-1}^+, \quad (26.3)$$

$$R_i^- = r_i^- + \theta_i^- R_{i-1}^-. \quad (26.4)$$

Сложив равенства (26.3) и (26.4), получим следующее соотношение

$$\begin{aligned} R_i^+ + R_i^- &= r_i^+ + \theta_i^+ R_{i-1}^+ + r_i^- + \theta_i^- R_{i-1}^-, \\ R_i^+ + R_i^- &= (r_i^+ + r_i^-) + (\theta_i^+ R_{i-1}^+ + \theta_i^- R_{i-1}^-). \end{aligned} \quad (26.5)$$

Выдвинем гипотезу о том, что полное воспитание робота является суммой воспитаний по амбивалентным эмоциям, а элементарное воспитание на каждом такте равно сумме элементарных воспитаний, порождённых амбивалентными эмоциями.

Другими словами,

$$R_i^+ + R_i^- = \bar{R}_i, \quad (26.6)$$

$$r_i^+ + r_i^- = \bar{r}_i. \quad (26.7)$$

Таким образом, подставив соотношения (26.6) и (26.7) в формулу (26.5), получаем следующее равенство

$$\bar{R}_i = \bar{r}_i + (\theta_i^+ R_{i-1}^+ + \theta_i^- R_{i-1}^-). \quad (26.8)$$

Вычитая из равенства (26.8) равенство (26.2), получаем

$$\begin{aligned} \bar{R}_i - \bar{R}_i &= \bar{r}_i + (\theta_i^+ R_{i-1}^+ + \theta_i^- R_{i-1}^-) - \bar{r}_i - \bar{\theta}_i \bar{R}_{i-1}, \\ \bar{\theta}_i \bar{R}_{i-1} &= \theta_i^+ R_{i-1}^+ + \theta_i^- R_{i-1}^-. \end{aligned} \quad (26.9)$$

Рассмотрим случай, при котором коэффициенты памяти для пары амбивалентных эмоций и суммарной эмоции постоянны и не зависят от номера такта. Обозначим их  $\theta^-, \theta^+, \bar{\theta}$ .

Таким образом, равенство (26.9) превращается в равенство

$$\bar{\theta} \bar{R}_i = \theta^+ R_i^+ + \theta^- R_i^-. \quad (26.10)$$

Таким образом, равенства (26.6) и (26.10) образуют систему

$$\begin{cases} \bar{R}_i = R_i^+ + R_i^- \\ \bar{\theta} \bar{R}_i = \theta^+ R_i^+ + \theta^- R_i^- \end{cases}$$

Приведем и докажем несколько основных теорем.

**Теорема 26.1.** Если в конце некоторого воспитательного такта суммарное воспитание робота равно 0, а воспитания по амбивалентным эмоциям не равны 0, коэффициенты памяти по амбивалентным воспитаниям такого робота равны между собой.

Доказательство. Имеем

$$\begin{cases} \bar{R}_i = R_i^+ + R_i^- \\ \bar{\theta} \bar{R}_i = \theta^+ R_i^+ + \theta^- R_i^- \\ \bar{R}_i = 0 \\ R_i^+ \neq 0 \end{cases}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} R_i^+ + R_i^- &= 0 \\ R_i^+ &= -R_i^- \\ \theta^+ R_i^+ + \theta^- R_i^- &= 0 \\ \theta^+ R_i^+ - \theta^- R_i^+ &= 0 \\ R_i^+ (\theta^+ - \theta^-) &= 0 \end{aligned}$$

$\theta^+ = \theta^-$ , что и требовалось доказать.

Теорема 26.2. Если в конце некоторого воспитательного такта суммарное воспитание робота с равными коэффициентами памяти по воспитаниям, порождёнными амбивалентными эмоциями, не равно нулю, то общий коэффициент памяти такого робота равен коэффициентам памяти по амбивалентным воспитаниям.

Доказательство.

Имеем

$$\begin{cases} \bar{R}_i = R_i^+ + R_i^- \\ \bar{\theta} \bar{R}_i = \theta^+ R_i^+ + \theta^- R_i^- \\ \bar{R}_i \neq 0 \\ \theta^+ = \theta^- \end{cases} .$$

Следовательно,

$$\begin{cases} \bar{R}_i = R_i^+ + R_i^- \\ \bar{\theta} \bar{R}_i = \theta^+ (R_i^+ + R_i^-) \\ \bar{\theta} \bar{R}_i = \theta^+ \bar{R}_i \\ (\bar{\theta} - \theta^+) \bar{R}_i = 0, \Rightarrow \\ \bar{\theta} = \theta^+, \end{cases}$$

что и требовалось доказать.

Стоит отметить, что условие  $\bar{R}_i \neq 0$  выполняется всегда, поскольку, если взять за  $i$  номер первого такта, для которого элементарное воспитание  $\bar{r}_i \neq 0$ , то выполнится условие  $\bar{R}_i = \bar{r}_i + \bar{\theta}_i \bar{R}_{i-1}$ . Но поскольку  $i$  – первый такт, для которого  $\bar{r}_i \neq 0$ , то легко видеть, что  $\bar{R}_{i-1} = 0$ . Следовательно,  $\bar{R}_i = \bar{r}_i$ , а поэтому  $\bar{R}_i \neq 0$ . В случае, если такта, при котором  $\bar{r}_i \neq 0$  не существует, то можно сказать, что воспитания не происходит, и такой случай является вырожденным, а поэтому рассматривать его не имеет смысла. Таким образом, можно убрать условие  $\bar{R}_i \neq 0$  из предыдущей теоремы.

Теорема 26.3. Если в конце некоторого воспитательного такта суммарное воспитание робота равно 0, а воспитания по амбивалентным эмоциям не равны 0, то коэффициенты памяти по амбивалентным воспитаниям такого робота равны между собой и равны общему коэффициенту памяти робота.

Доказательство теоремы легко строится из двух предыдущих теорем.

Стоит отметить, что в данном случае  $\theta^+$  можно вычислить, наблюдая за роботом. Подробная методика вычисления данного коэффициента описана в работе [97].

Пусть на  $i$ -м такте воспитательного процесса суммарное воспитание робота равно 0, а воспитания по амбивалентным воспитаниям не равны 0. По теореме 26.3, в таком случае, справедливы соотношения  $\bar{\theta} = \theta^+ = \theta^-$ . Поставим задачу: найти  $\bar{\theta}, R_{i-1}^+, R_{i-1}^-, r_i^+, r_i^-$ .

Пример 1. Пусть  $R_{i-1}^+ = 2, R_{i-1}^- = -6, r_i^+ = 3, r_i^- = -1$ .

Тогда

$$\begin{aligned} \bar{r}_i &= r_i^+ + r_i^- = 3 - 1 = 2, \\ \bar{R}_{i-1} &= R_{i-1}^+ + R_{i-1}^- = 2 - 6 = -4, \\ \bar{R}_i &= \bar{r}_i + \bar{\theta} \bar{R}_{i-1} \\ 0 &= 2 + \bar{\theta}(-4) \\ \bar{\theta} &= 0.5 \end{aligned}$$

Далее будем исходить из того, что  $\bar{R}_i \neq 0$ ,  $\theta^+ \neq \theta^-$ .

Выражая  $R_i^+, R_i^-$  через  $\bar{R}_i$ , получим

$$\begin{cases} R_i^+ = \frac{(\bar{\theta} - \theta^-)\bar{R}_i}{(\theta^+ - \theta^-)} \\ R_i^- = \frac{(\theta^+ - \bar{\theta})\bar{R}_i}{(\theta^+ - \theta^-)} \end{cases}$$

Таким образом, можно сказать, что эмоциональное состояние робота на конец воспитательного такта с номером  $i$  будет определяться парой

$$\text{амбивалентных эмоций } \left( \frac{(\bar{\theta} - \theta^-)\bar{R}_i}{(\theta^+ - \theta^-)}, \frac{(\theta^+ - \bar{\theta})\bar{R}_i}{(\theta^+ - \theta^-)} \right).$$

Стоит отметить, что полученная формула показывает, что амбивалентные воспитания робота зависят только от коэффициентов памяти  $\theta^-, \theta^+, \bar{\theta}$  и суммарного воспитания  $\bar{R}_i$  и не зависят от элементарных воспитаний, полученных на данном такте.

Пример 2. Пусть  $\theta^+ = 0.5, \theta^- = 0.3, \bar{\theta} = 0.7, \bar{R}_i = 10$ . Тогда

$$\begin{aligned} R_i^+ &= \frac{(\bar{\theta} - \theta^-)\bar{R}_i}{(\theta^+ - \theta^-)} = 0.4 * 10 / 0.2 = 20, \\ R_i^- &= \frac{(\theta^+ - \bar{\theta})\bar{R}_i}{(\theta^+ - \theta^-)} = -0.2 * 10 / 0.2 = -10. \end{aligned}$$

Легко видеть, что условие  $\bar{R}_i = R_i^+ + R_i^-$  выполняется.

Проведем исследование коэффициентов памяти  $\theta^-, \theta^+, \bar{\theta}$  при различных значениях  $\bar{R}_i$

## 26.2. СВЯЗЬ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ПАМЯТИ

Рассмотрим случай, когда  $\bar{R}_i > 0$ . Поскольку  $R_i^+ \geq 0, R_i^- \leq 0$ , можно записать следующую систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{(\bar{\theta} - \theta^-)}{(\theta^+ - \theta^-)} \geq 0 \\ \frac{(\theta^+ - \bar{\theta})}{(\theta^+ - \theta^-)} \leq 0 \end{cases}$$

Преобразовывая систему, получим:

$$\begin{aligned} \theta^- &< \theta^+ \leq \bar{\theta} \\ \bar{\theta} &\leq \theta^+ < \theta^- . \end{aligned}$$

Рассмотрев случай, когда  $\bar{R}_i < 0$ , получим следующую систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{(\bar{\theta} - \theta^-)}{(\theta^+ - \theta^-)} \leq 0 \\ \frac{(\theta^+ - \bar{\theta})}{(\theta^+ - \theta^-)} \geq 0 \end{cases} .$$

Из этой системы следуют неравенства:

$$\begin{aligned} \theta^+ &< \theta^- \leq \bar{\theta} \\ \bar{\theta} &\leq \theta^- < \theta^+ . \end{aligned}$$

Таким образом, можно сформулировать следующее свойство коэффициентов памяти  $\theta^-, \theta^+, \bar{\theta}$ .

Свойство 26.1. Если  $\bar{\theta} > \theta^+$ , то  $\bar{\theta} > \theta^-$ , если  $\bar{\theta} < \theta^+$ , то  $\bar{\theta} < \theta^+$ . Если  $\bar{\theta} > \theta^-$ , то  $\bar{\theta} > \theta^+$ , если  $\bar{\theta} < \theta^-$ , то  $\bar{\theta} < \theta^+$ .

Доказательство свойства напрямую следует из анализа представленных ранее неравенств.

Введем следующие определения.

Определение 26.1. Эмоциональный робот называется злопамятным по паре амбивалентных эмоций  $(M^-, M^+)$  если коэффициенты памяти робота по данным эмоциям  $\theta^-, \theta^+$  удовлетворяют следующему соотношению:

$$\theta^- > \theta^+ .$$

Определение 26.2. Эмоциональный робот называется незлопамятным по паре амбивалентных эмоций  $(M^-, M^+)$ , если коэффициенты памяти робота по данным эмоциям  $\theta^-, \theta^+$  удовлетворяют следующему соотношению:

$$\theta^- < \theta^+ .$$

Свойство 26.2. Если для злопамятного робота  $\theta^+ \leq \bar{\theta}$ , то воспитание этого робота на любом воспитательном такте отрицательно, иначе – положительно.

Доказательство свойства следует из определения злопамятности робота и свойства 27.1.

Свойство 26.3. Если для незлопамятного робота  $\theta^+ \leq \bar{\theta}$ , то воспитание этого робота на любом воспитательном такте положительно, иначе – отрицательно.

Доказательство очевидно.

Стоит отметить, что при проектировании и создании реальных эмоциональных роботов мы можем самостоятельно задавать коэффициенты памяти для пары амбивалентных воспитаний и суммарного воспитания робота. Таким образом, мы можем описывать такие черты характера робота, как злопамятность и незлопамятность, просто изменяя соотношения между

коэффициентами памяти. Это, например, открывает пути при создании персонажей с заданными психологическими качествами в компьютерных играх, где разные персонажи будут по-разному относиться к действиям основного героя игры: некоторые персонажи будут лучше помнить сделанные героем добрые поступки в отношении персонажа и забывать злые, и наоборот.

## 27. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЗЛОПАМЯТНЫХ И НЕЗЛОПАМЯТНЫХ РОБОТОВ

### 27.1. СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗЛОПАМЯТНЫХ И НЕЗЛОПАМЯТНЫХ РОБОТОВ НА ОСНОВЕ ФИКТИВНЫХ ТАКТОВ

В работах [65; 97] приведены математические модели, позволяющие имитировать роботами эмоциональное поведение человека.

В работе [66] впервые описаны модели комплексных эмоций робота. Как отмечалось выше, частным случаем комплексных эмоций робота и эмоций человека являются амбивалентные эмоции.

Введем гипотезу о том, что любая эмоция робота  $M(t)$  представима в виде вектора  $\bar{M}_i(t) = (M_i^+(t), M_i^-(t))$ .

Рассмотрим равномерно забывчивых роботов [65].

Будем считать, что  $M_i^+(t)$  порождает воспитание  $R_i^+(t)$ ,  $M_i^-(t)$  порождает воспитание  $R_i^-(t)$ , где

$$R_i^+(t) = r_i^+(t) + \theta^+ R_{i-1}^+(t), \quad R_i^-(t) = r_i^-(t) + \theta^- R_{i-1}^-(t), \quad r_i^+(t) = \int_0^t M_i^+(\tau) d\tau,$$

$$r_i^-(t) = \int_0^t M_i^-(\tau) d\tau,$$

где  $R_i^+(t)$  - воспитание робота, порожденное неотрицательной компонентой амбивалентной эмоции  $M_i^+(t)$ ,  $R_i^-(t)$  - воспитание робота, порожденное неотрицательной компонентой амбивалентной эмоции  $M_i^-(t)$ ,  $r_i^+(t)$ ,  $r_i^-(t)$  - элементарные воспитания роботов, порожденные эмоциями  $M_i^+(t)$  и  $M_i^-(t)$  соответственно,  $\theta^+$  и  $\theta^-$  - коэффициенты памяти положительной компоненты и отрицательной компоненты амбивалентной эмоции, характеризующие запоминание роботом воспитаний  $R_{i-1}^+(t)$  и  $R_{i-1}^-(t)$  соответственно,  $\theta^+ \in [0,1]$ ,  $\theta^- \in [0,1]$ .

### 27.1.1. Способ разложения эмоции на вектор амбивалентных эмоций

Предположим, что робот испытал единственную эмоцию  $M_0$ , породившую воспитание  $R_0$ , которое соответствует паре воспитаний  $(R_0^+, R_0^-)$ , причем, справедливо соотношение

$$R_0 = R_0^+ + R_0^-.$$

Пусть при фиктивном такте [65] с порядковым номером  $i$  робот имеет воспитание  $R_i$ , причем справедливы формулы

$$R_i = R_i^+ + R_i^-, \quad R_i^+ = (\theta^+)^i R_0^+, \quad R_i^- = (\theta^-)^i R_0^-.$$

Пусть выполнено  $n$  фиктивных тактов [65]. Пусть для каждого из фиктивных тактов на основе экспериментов  $R_j^{\text{эксп}}$  измерено значение воспитания робота  $R_i^{\hat{y}\hat{e}\hat{n}i}$  в конце фиктивного такта с номером  $i$ .

Отметим, что в работе [97] описан один из способов измерения воспитаний, поэтому допущение о возможности измерения  $R_i^{\hat{y}\hat{e}\hat{n}i}$  не является критичным.

Для фиктивного такта с номером  $i$  значение отклонения экспериментального воспитания от расчетного воспитания зададим формулой

$$\delta_i = \left( R_i^{\hat{y}\hat{e}\hat{n}i} - (\theta^+)^i R_0^+ - (\theta^-)^i R_0^- \right)^2.$$

Очевидно, что для фиктивных тактов, количество которых равно  $n$ , суммарное значение отклонения экспериментального воспитания от расчетного воспитания  $\Delta$  удовлетворяет соотношению

$$\Delta(\theta^+, R_0^+, \theta^-, R_0^-) = \sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n \left[ R_i^{\hat{y}\hat{e}\hat{n}i} - (\theta^+)^i R_0^+ - (\theta^-)^i R_0^- \right]^2. \quad (27.1)$$

Очевидно, что для того, чтобы величины  $\theta^+, \theta^-, R_0^+, R_0^-$  адекватно описывали воспитательный процесс при фиктивных тактах, величина  $\Delta$  должна быть минимальна с учетом следующих ограничений:

$$\theta^+ \in [0,1], \quad \theta^- \in [0,1], \quad R_0^+ \geq 0, \quad R_0^- \leq 0. \quad (27.2)$$

Используем метод Лагранжа [1, 13] для определения условного экстремума функции (27.1) с ограничениями (27.2).

Стоит отметить, что для однозначного определения значений  $\theta^+, \theta^-, R_0^+, R_0^-$  необходимо выполнение неравенства  $n \geq 4$ .

Для решения поставленной задачи разработана программа в пакете Mathematica [45]. Входными параметрами для программы является набор чисел  $R_1^{\hat{y}\hat{e}\hat{n}i}, R_2^{\hat{y}\hat{e}\hat{n}i}, \dots, R_n^{\hat{y}\hat{e}\hat{n}i}$ .

На выходе программа возвращает значения  $\theta^+, R_0^+, \theta^-, R_0^-$ , для которых значение целевой функции  $\Delta$  минимально.

Приведем примеры определения значений  $\theta^+, R_0^+, \theta^-, R_0^-$ , полученные

на основе разработанной программы по заданным экспериментальным значениям.

### Пример 1

Для следующих значений воспитаний

$R_1^{yéñí} = 100, R_2^{yéñí} = 70, R_3^{yéñí} = 20, R_4^{yéñí} = 5$  получены соответствующие значения  $\theta^+, R_0^+, \theta^-, R_0^-$ :  $R_0^+ = 380, R_0^- = -280, \theta^+ = 0.24, \theta^- = 0.07$ .

Таким образом, согласно введенному выше определению можно сделать вывод о том, что рассмотренный робот является незлопамятным.

### Пример 2

Для численных значений входных параметров воспитания робота

$R_1^{yéñí} = 100, R_2^{yéñí} = 89, R_3^{yéñí} = 74, R_4^{yéñí} = 57$  получены следующие значения  $\theta^+, R_0^+, \theta^-, R_0^-$ :  $R_0^+ = 176, R_0^- = -76, \theta^+ = 0.46, \theta^- = 0.72$ .

Таким образом, можно сделать вывод о том, что этот робот является злопамятным.

Легко видеть, что, задавая коэффициенты  $\theta^+, \theta^-$ , можно проектировать злопамятных или незлопамятных роботов. В этом случае для определения величин  $R_0^+, R_0^-$  необходимо минимизировать целевую функцию (27.1) с заданными коэффициентами  $\theta^+, \theta^-$  при выполнении условия (27.2). Таким образом, количество необходимых экспериментальных значений для определения  $R_0^+, R_0^-$  уменьшается до двух.

## 27.1.2. Исследование математической модели

При изучении математической модели на устойчивость каждый из входных параметров  $R_1^{эксп}, R_2^{эксп}, R_3^{эксп}, R_4^{эксп}$  увеличивался на величину  $\sigma$ , равную 1% от эталонного значения. Эталонное значение соответствует данным второй строки табл. 27.1.

Таблица 27.1  
Характеристики устойчивости модели

|   | $R_0^+$ | $R_0^-$ | $\theta^+$ | $\theta^-$ |
|---|---------|---------|------------|------------|
| $R_1^{yéñí}, R_2^{yéñí}, R_3^{yéñí}, R_4^{yéñí}$          | 380     | -280    | 0,24       | 0,07       |
| $R_1^{yéñí}, R_2^{yéñí}, R_3^{yéñí}, R_4^{yéñí} + \sigma$ | 366     | -266    | 0,24       | 0,07       |
| $R_1^{yéñí}, R_2^{yéñí}, R_3^{yéñí} + \sigma, R_4^{yéñí}$ | 431     | -331    | 0,23       | 0,08       |
| $R_1^{yéñí}, R_2^{yéñí} + \sigma, R_3^{yéñí}, R_4^{yéñí}$ | 365     | -265    | 0,24       | 0,06       |
| $R_1^{yéñí} + \sigma, R_2^{yéñí}, R_3^{yéñí}, R_4^{yéñí}$ | 380     | -280    | 0,24       | 0,07       |

Анализ табл. 27.1 позволяет утверждать, что изменение исходных параметров на 1% влечет изменение параметров, возвращаемых моделью, не более чем на 18%. Таким образом, математическая модель устойчива отно-

сительно входных параметров.

Предлагая метод определения злопамятности или незлопамятности робота, целью которого является построение робота – психологического аналога человека, важно верифицировать математическую модель натурными экспериментами, проведенными с людьми.

В работе [120] описана компьютерная программа, позволяющая численно измерять эмоциональное состояния человека на основе микровибраций его головы. В работе [97] описаны экспериментальные значения воспитаний человека для фиктивных тактов. Эти значения помещены в табл. 27.2. На основе решения задачи минимизации функции (27.1) при ограничениях (27.2) вычислены значения коэффициентов  $\theta^+$ ,  $\theta^-$  для испытуемых, которые также приведены в табл. 27.2. Соответствие рассчитанных коэффициентов памяти результатам экспертного оценивания, проведенного с помощью известных психологических методов определения злопамятности или незлопамятности человека, приведены в последней колонке табл.27.2.

Анализ табл. 27.2 позволяет утверждать, что предложенная методика определения злопамятных или незлопамятных людей позволяет получать верные результаты в 87% случаев.

Таблица 27.2.

Результаты верификации модели натурными экспериментами.

| № | $R_1^{y\hat{e}n\ddot{i}}$ | $R_2^{y\hat{e}n\ddot{i}}$ | $R_3^{y\hat{e}n\ddot{i}}$ | $R_4^{y\hat{e}n\ddot{i}}$ | $\theta^+$ | $\theta^-$ | Экспертная оценка. |
|---|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|------------|------------|--------------------|
| 1 | 227                       | 202                       | 174                       | 148                       | 0,84       | 0,34       | Незлоп.            |
| 2 | 148                       | 145                       | 142                       | 139                       | 0,97       | 0,92       | Незлоп.            |
| 3 | 151                       | 140                       | 126                       | 112                       | 0,88       | 0,39       | Незлоп.            |
| 4 | 162                       | 160                       | 154                       | 148                       | 0,96       | 0,06       | Незлоп.            |
| 5 | 211                       | 181                       | 150                       | 122                       | 0,79       | 0,48       | Незлоп.            |
| 6 | 157                       | 151                       | 145                       | 134                       | 0,80       | 0,83       | Злопам.            |
| 7 | 227                       | 209                       | 193                       | 171                       | 0,81       | 0,78       | Незлоп.            |
| 8 | 193                       | 183                       | 176                       | 165                       | 0,89       | 0,89       | Злопам.            |

Предложенная модель злопамятных и незлопамятных роботов может быть использована при разработке нового класса компьютерных игр, учитывающих психологическое поведение их героев. Одним из возможных применений предложенного в статье метода определения злопамятных или незлопамятных людей может быть, например, определение психологических качеств человека при приеме на работу, формирование групп людей, члены которых будут наиболее дружелюбно настроены друг к другу, что, на наш взгляд, будет определять отсутствие конфликтов в группе при выполнении заданий и т.д.

## 27.2. ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕПРЕРЫВНОГО ВОСПИТАНИЯ ЗЛОПАМЯТНЫХ И НЕЗЛОПАМЯТНЫХ РОБОТОВ

Акцентируем внимание на введенную выше гипотезу о том, что воспитание робота представимо в виде  $R_i = R_i^+ + R_i^-$ , т.е. любое воспитание состоит из суммы положительной части  $R_i^+$  и отрицательной части  $R_i^-$ , где  $R_i^+ > 0$ ,  $R_i^- < 0$ , причем  $R_i^+$  и  $R_i^-$  удовлетворяют следующим формулам:

$$R_i^+ = r_i^+ + \theta^+ \cdot R_{i-1}^+, \quad R_i^- = r_i^- + \theta^- \cdot R_{i-1}^- \quad (27.3)$$

где  $r_i^+ > 0$  – положительное восприятие,  $r_i^- < 0$  – отрицательное восприятие,  $\theta^+ \in [0; 1)$  – коэффициент памяти положительного восприятия,  $\theta^- \in [0; 1)$  – коэффициент памяти отрицательного восприятия.

### 27.2.1. Описание модели непрерывного воспитания

Опишем модель, позволяющую оценивать злопамятность или незлопамятность робота для непрерывного воспитания. Нетрудно заметить, что из выполнения условия  $r_i^+ > 0$  следует  $R_i^+ > 0$  и из условия  $r_i^- < 0$  следует  $R_i^- < 0$ , где  $i = \overline{1, n}$ .

Пусть  $r_i^+ = q^+ = const$ ,  $r_i^- = q^- = const$ . В этом случае

$$R_i^+ = q^+ \cdot \frac{1 - (\theta^+)^i}{1 - \theta^+}, \quad R_i^- = q^- \cdot \frac{1 - (\theta^-)^i}{1 - \theta^-}, \quad (27.4)$$

а  $R_i$  представимо в виде

$$R_i = q^+ \cdot \frac{1 - (\theta^+)^i}{1 - \theta^+} + q^- \cdot \frac{1 - (\theta^-)^i}{1 - \theta^-}. \quad (27.5)$$

Введем определения. Частью положительного восприятия воспитания робота назовем соотношение, удовлетворяющее формуле:

$$\frac{1 - (\theta^+)^i}{1 - \theta^+},$$

а частью отрицательного восприятия воспитания робота назовем соотношение, удовлетворяющее формуле:

$$\frac{1 - (\theta^-)^i}{1 - \theta^-},$$

где  $q^+ > 0$ ,  $\theta^+ \in [0; 1)$ ,  $q^- < 0$ ,  $\theta^- \in [0; 1)$ .

### 27.2.2. Исследование модели

Рассмотрим случай, когда при общем положительном восприятии робот акцентирует внимание на отрицательном восприятии.

Докажем теорему, которая связывает значения  $q^+$ ,  $q^-$  при  $\theta^- > \theta^+$  и одновременном выполнении неравенства  $R_i > 0$ .

Теорема 27.1. Для того, чтобы модуль части отрицательного воспи-

тания был меньше модуля положительной части воспитания при общем воспитании больше нуля, необходимо и достаточно выполнение неравенства

$$\frac{q^+}{1-\theta^+} > -\frac{q^-}{1-\theta^-}.$$

*Доказательство*

Необходимость.

Рассмотрим работа с общим положительным воспитанием, т.е.  $R_i > 0$ , тогда из формулы (27.5) следует, что

$$q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^i}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^i}{1-\theta^-} > 0.$$

При  $i \rightarrow \infty$ , с учетом того, что  $\theta^+ \in [0; 1)$  и  $\theta^- \in [0; 1)$ , получаем неравенство

$$\frac{q^+}{1-\theta^+} > -\frac{q^-}{1-\theta^-}.$$

Таким образом, если общее воспитание работа больше нуля, то модуль части отрицательного воспитания меньше модуля положительной части воспитания.

Достаточность. Рассмотрим разложение воспитания работа, описываемое формулой (27.4). Выразим значение  $q^+$ :

$$q^+ = \left( R_i - q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^i}{1-\theta^-} \right) \cdot \frac{1-\theta^+}{1-(\theta^+)^i}.$$

Так как выполняется неравенство

$$\frac{q^+}{1-\theta^+} > -\frac{q^-}{1-\theta^-},$$

то, учитывая, что  $1-\theta^+ > 0$ , получим:

$$q^+ > -q^- \cdot \frac{1-\theta^+}{1-\theta^-}.$$

Следовательно,

$$\left( R_i - q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^i}{1-\theta^-} \right) \cdot \frac{1-\theta^+}{1-(\theta^+)^i} > -q^- \cdot \frac{1-\theta^+}{1-\theta^-}.$$

Выразим из последнего неравенства  $R_i$ , получим

$$R_i > q^- \cdot \frac{(\theta^+)^i - (\theta^-)^i}{1-\theta^-},$$

тогда при  $i \rightarrow \infty$  числитель дроби будет стремиться к нулю, т.к.  $\theta^+ \in [0; 1)$  и  $\theta^- \in [0; 1)$ , т.е.  $R_i > 0$ , что и требовалось доказать.

Рассмотрим равномерно забывчивых роботов [46].

Справедливо соотношение

$$R_i = q \cdot \frac{1-\theta^i}{1-\theta}.$$

Легко видеть, что в рамках гипотезы о представлении общего воспитания через сумму амбивалентных воспитаний для нескольких воспитательных тактов, начиная с первого, справедливо соотношение

$$q \cdot \frac{1-\theta^i}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^i}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^i}{1-\theta^-}, \quad i = \overline{1, n} \quad (27.6)$$

Неизвестными величинами в системе являются  $q$ ,  $\theta$ ,  $q^+$ ,  $\theta^+$ ,  $q^-$ ,  $\theta^-$ . Для  $n = 6$  система примет следующий вид:

$$\begin{cases} q = q^+ + q^-, \\ q \cdot \frac{1-\theta^2}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^2}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^2}{1-\theta^-}, \\ q \cdot \frac{1-\theta^3}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^3}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^3}{1-\theta^-}, \\ q \cdot \frac{1-\theta^4}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^4}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^4}{1-\theta^-}, \\ q \cdot \frac{1-\theta^5}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^5}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^5}{1-\theta^-}, \\ q \cdot \frac{1-\theta^6}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^6}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^6}{1-\theta^-}. \end{cases} \quad (27.7)$$

Исследуем решение этой системы. Очевидно, что неизвестные величины должны удовлетворять условиям:

$$q > 0, \quad q^+ > 0, \quad q^- < 0, \quad \theta \in [0; 1), \quad \theta^- \in [0; 1), \quad \theta^+ \in [0; 1). \quad (27.8)$$

Найденное с помощью пакета Mathematica [45] решение системы не удовлетворяет заданным условиям (27.8), из чего можно сделать вывод о том, что гипотеза для шести тактов не верна.

Аналогично, решения системы

$$\begin{cases} q = q^+ + q^-, \\ q \cdot \frac{1-\theta^2}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^2}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^2}{1-\theta^-}, \\ q \cdot \frac{1-\theta^3}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^3}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^3}{1-\theta^-}, \\ q \cdot \frac{1-\theta^4}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^4}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^4}{1-\theta^-}, \\ q \cdot \frac{1-\theta^5}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^5}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^5}{1-\theta^-}. \end{cases}$$

при  $n = 5$  и коэффициентах  $\theta$ , принимающих значения из множества  $\{0, 0.05, 0.1, \dots, 0.95\}$ , также не удовлетворяют условиям (27.8).

Решения системы

$$\begin{cases} q = q^+ + q^-, \\ q \cdot \frac{1-\theta^2}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^2}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^2}{1-\theta^-}, \\ q \cdot \frac{1-\theta^3}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^3}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^3}{1-\theta^-}, \\ q \cdot \frac{1-\theta^4}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^4}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^4}{1-\theta^-}. \end{cases}$$

при  $n=4$  и коэффициентах  $\theta$  и  $\theta^+$ , пробегающих множества значений  $\{0,0.05,0.1,\dots,0.95\}$ , также не удовлетворяют условиям (27.8).

Также, решения системы

$$\begin{cases} q = q^+ + q^-, \\ q \cdot \frac{1-\theta^2}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^2}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^2}{1-\theta^-}, \\ q \cdot \frac{1-\theta^3}{1-\theta} = q^+ \cdot \frac{1-(\theta^+)^3}{1-\theta^+} + q^- \cdot \frac{1-(\theta^-)^3}{1-\theta^-}. \end{cases}$$

при  $n=3$  и коэффициентах,  $\theta$ ,  $\theta^+$  и  $\theta^-$ , пробегающих множества значений  $\{0,0.05,0.1,\dots,0.95\}$ , не удовлетворяют условиям (27.8).

Таким образом, можно сделать вывод, что для равномерно забывчивых роботов гипотеза о разложении воспитания на сумму, состоящую из части положительного и части отрицательного воспитания не верна.

Однако для неравномерно забывчивых роботов гипотеза может быть справедлива. Рассмотрим примеры таких роботов. Пусть робот является незлопамятным, его характеристики приведены в табл.27.3.

Таблица 27.3

Значения параметров незлопамятного робота

| Параметры | $q^+$ | $\theta^+$ | $q^-$ | $\theta^-$ |
|-----------|-------|------------|-------|------------|
| Значения  | 65    | 0,6        | -45   | 0,4        |

Общее воспитание  $R_i$  для значений параметров, соответствующих табл.28.3, представлено на рисунке 27.1.

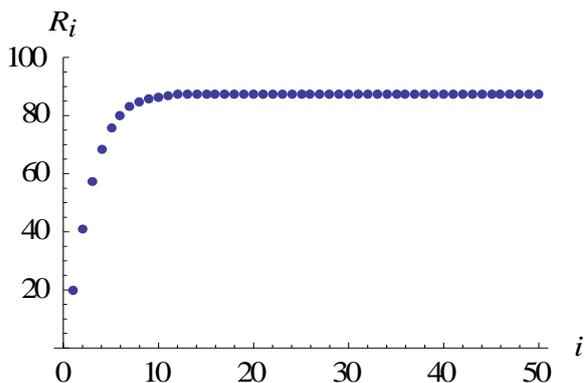


Рис. 27.1. График непрерывного воспитания незлопамятного робота

В табл. 27.4 приведены характеристики злопамятного робота.

Таблица 27.4

Значения параметров злопамятного робота

| Параметры | $q^+$ | $\theta^+$ | $q^-$ | $\theta^-$ |
|-----------|-------|------------|-------|------------|
| Значения  | 80    | 0,4        | -25   | 0,8        |

Значения общего воспитания для табл.27.4 проиллюстрированы на рисунке 27.2.

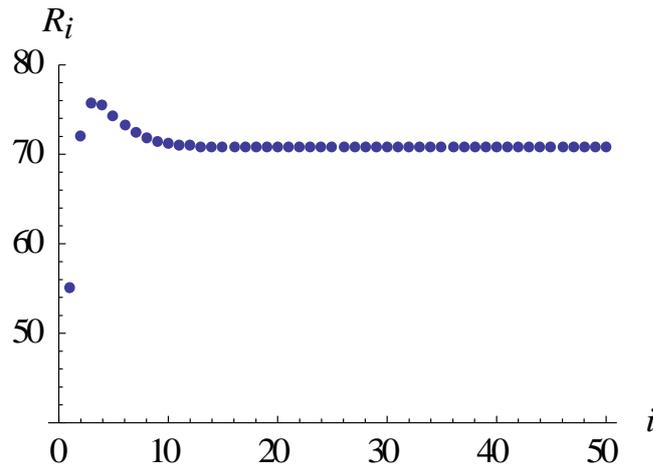


Рис. 27.2. График непрерывного воспитания злопамятного робота

Таким образом, мы показали, что гипотеза о разложении воспитания на положительную и отрицательную компоненты неверна для равномерно забывчивых роботов, однако для неравномерно забывчивых роботов эта гипотеза в частных случаях справедлива.

Именно для таких роботов можно определять злопамятность и незлопамятность при общем положительном воспитании.

## 28. ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭМОЦИОНАЛЬНОГО ВОСПИТАНИЯ РОБОТА

В настоящем разделе приведены результаты, полученные Н.В. Поповым.

Рассмотрим случай равномерно забывчивого робота ( $\theta_i = \theta = const$ ) [47; 64].

Воспитание такого робота описывается последовательностью:

$$\begin{aligned} R_i &= \theta \cdot R_{i-1} + r_i, \\ R_1 &= r_1. \end{aligned} \quad (28.1)$$

### 28.1. КРИТЕРИЙ СХОДИМОСТИ РЯДА ВОСПИТАНИЯ

Рассмотрим случай, когда последовательность  $\{r_n\}_{n=1}^{\infty}$  – ограничена.

**Лемма 28.1.** Если  $0 \leq \theta < 1$  и последовательность  $\{r_n\}_{n=1}^{\infty}$  – ограничена, то ряд  $\{R_n\}_{n=1}^{\infty}$  ограничен.

*Доказательство.*

По условию леммы 28.1, найдется такое число  $m > 0$ , что  $|r_i| \leq m$  для любого  $i$ .

Докажем, что при сделанных предположениях  $M = \frac{m}{1-\theta}$  ограничивает ряд

$\{R_n\}_{n=1}^{\infty}$ , то есть  $|R_i| \leq M$ .

Для  $i = 1$  справедлива цепочка неравенств:  $|R_1| = |r_1| \leq m \leq \frac{m}{1-\theta} = M$ .

Пусть наше утверждение доказано для всех  $i \leq k$ , то есть  $|R_i| \leq M$  для данных значений индекса. Истинность утверждения для  $R_{k+1}$  следует из следующих соотношений:

$$|R_{k+1}| = |\theta \cdot R_k + r_{k+1}| \leq \theta \cdot |R_k| + |r_{k+1}| \leq \theta \cdot M + m = \theta \cdot \frac{m}{1-\theta} + m = \left( \frac{\theta}{1-\theta} + 1 \right) \cdot m = \frac{m}{1-\theta}.$$

Таким образом, лемма доказана.

Следствие 28.1. Если  $|r_i| \leq m$  при любом  $i$ , то  $|R_j| \leq \frac{m}{1-\theta}$  для всех  $j$  ( $i$  и  $j$  – натуральные числа).

Доказанная лемма говорит о том, что при ограниченных воздействиях на равномерно забывчивого робота его воспитание ограничено.

Предположим, что последовательность элементарных воспитаний робота  $\{r_n\}_{n=1}^{\infty}$  при неограниченном возрастании  $n$  сходится к пределу. При этом условии справедлива следующая теорема:

Теорема 28.1. Ряд  $\{R_n\}_{n=1}^{\infty}$  при  $0 \leq \theta < 1$  сходится тогда и только тогда, когда последовательность  $\{r_n\}_{n=1}^{\infty}$  имеет конечный предел при  $n \rightarrow \infty$ .

*Доказательство.*

*Необходимость.*

Пусть  $\lim_{i \rightarrow \infty} R_i = R$ . Запишем определение ряда и выразим отсюда  $r_i$ :  $r_i = R_i - \theta \cdot R_{i-1}$ . Отсюда получаем

$$r = \lim_{i \rightarrow \infty} r_i = \lim_{i \rightarrow \infty} [R_i - \theta \cdot R_{i-1}] = \lim_{i \rightarrow \infty} R_i - \theta \cdot \lim_{i \rightarrow \infty} R_{i-1} = R - \theta \cdot R.$$

Следовательно, последовательность  $\{r_n\}_{n=1}^{\infty}$  сходится к числу  $r = (1-\theta) \cdot R$ .

*Достаточность*

Пусть  $\lim_{i \rightarrow \infty} r_i = r$  и  $0 \leq \theta < 1$ . Введём вспомогательные последовательности:

$$Q_i = R_i - \frac{r}{1-\theta}, \quad q_i = r_i - r.$$

Для введённых последовательностей задача переформулируется следующим образом: доказать, что для больших значений  $i$  величины  $|Q_i|$  оказываются меньшими любого заданного  $\varepsilon > 0$ . Заметим, что по свойствам пределов [93]  $q_i$  – бесконечно малая величина.

По определению,  $R_i = Q_i + \frac{r}{1-\theta}$ ,  $r_i = q_i + r$ . С учётом введённых обозначений преобразуем рекуррентную формулу (29.1):

$$\begin{aligned} R_i = \theta \cdot R_{i-1} + r_i &\Leftrightarrow Q_i + \frac{r}{1-\theta} = \theta \cdot \left[ Q_{i-1} + \frac{r}{1-\theta} \right] + q_i + r \Leftrightarrow Q_i = \theta \cdot Q_{i-1} + \frac{r}{1-\theta} \cdot [\theta - 1] + q_i + r \Leftrightarrow \\ \theta \cdot Q_{i-1} + q_i + (-r + r) &\Leftrightarrow \theta \cdot Q_{i-1} + q_i, \quad R_i = r_i \Leftrightarrow Q_i + \frac{r}{1-\theta} = q_i + r \Leftrightarrow Q_i = q_i - \frac{r \cdot \theta}{1-\theta}. \end{aligned}$$

Таким образом, мы получили следующее рекуррентное задание для ряда  $\{Q_n\}_{n=1}^{\infty}$ :

$$\begin{aligned} Q_i &= \theta \cdot Q_{i-1} + q_i, \\ Q_1 &= q_1 - \frac{r \cdot \theta}{1 - \theta}. \end{aligned}$$

Поскольку по свойствам пределов [93] сходящаяся последовательность  $\{r_n\}_{n=1}^{\infty}$  ограничена, мы можем применить лемму 29.1 и сделать вывод о том, что ряд  $\{R_n\}_{n=1}^{\infty}$ , а вместе с ним и  $\{Q_n\}_{n=1}^{\infty}$ , ограничены, то есть, найдется такое число  $M$ , не зависящее от  $i$ , что  $|Q_i| \leq M$ .

Зададимся произвольным  $\varepsilon > 0$  и введём в рассмотрение  $\varepsilon'$  – пока неизвестное для нас положительное действительное число. Подберём  $\varepsilon'$  по числу  $\varepsilon$  так, чтобы выполнялось  $|Q_i| \leq \varepsilon$ , начиная с некоторого номера  $N$ .

Пусть  $N_q$  – натуральное число такое, что для всех  $i \geq N_q$   $|q_i| \leq \varepsilon'$ .

Для частичных сумм ряда  $\{Q_n\}_{n=1}^{\infty}$ , начиная с  $N_q$  справедливы следующие оценки сверху:

$$|Q_{N_q}| \leq M = M_0, \quad |Q_{N_q+i+1}| = |\theta \cdot Q_{N_q+i} + q_{N_q+i+1}| \leq \theta \cdot |Q_{N_q+i}| + |q_{N_q+i+1}| \leq \theta \cdot M_i + \varepsilon' = M_{i+1},$$

где  $M_i$  – оценка сверху для величины  $|Q_{N_q+i}|$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$

Таким образом, мы получили рекуррентно заданную последовательность

$$\begin{aligned} M_0 &= M, \\ M_{i+1} &= \theta \cdot M_i + \varepsilon'. \end{aligned}$$

Для полученной рекуррентной последовательности [5], удовлетворяющей начальному условию, справедливо выражение

$$M_i = \left( M - \frac{\varepsilon'}{1 - \theta} \right) \cdot \theta^i + \frac{\varepsilon'}{1 - \theta}.$$

По условию теоремы справедливо неравенство  $0 \leq \theta < 1$ . А значит,  $\lim_{i \rightarrow \infty} \theta^i = 0$ , то есть по числу  $\frac{\varepsilon'}{1 - \theta}$  (взято для удобства дальнейших выкладок) найдется такой номер  $N_\theta$ , что для любого  $i \geq N_\theta$  справедливо неравенство  $\theta^i \leq \frac{\varepsilon'}{1 - \theta}$ . Отсюда, при условии  $M - \frac{\varepsilon'}{1 - \theta} \geq 0$ , следует истинность цепочки соотношений

$$M_i \leq \left( M - \frac{\varepsilon'}{1 - \theta} \right) \cdot \frac{\varepsilon'}{1 - \theta} + \frac{\varepsilon'}{1 - \theta} = (M + 1) \cdot \frac{\varepsilon'}{1 - \theta} - \frac{\varepsilon'^2}{(1 - \theta)^2}. \quad (28.2)$$

Покажем, что искомый  $\varepsilon'$  обращает коэффициент при  $\theta^i$  в неотрицательное число, а значит, неравенство (28.2) верно. Используем соотношение (28.2) для определения значения  $\varepsilon'$  по известным и не зависящим от  $i$  величинам  $M, \theta, \varepsilon$ .

Справедливо равенство

$$(M + 1) \cdot \frac{\varepsilon'}{1 - \theta} - \frac{\varepsilon'^2}{(1 - \theta)^2} = \varepsilon. \quad (28.3)$$

Разрешив уравнение (28.3) относительно  $\varepsilon'$ , получаем равенство

$$\varepsilon' = \frac{1}{2} \left[ (M+1) \pm \sqrt{(M+1)^2 - 4\varepsilon} \right] \cdot (1-\theta). \quad (28.4)$$

Потребуем для  $\varepsilon'$  выполнения следующих условий:

- 1)  $\varepsilon'$  – действительное число. А значит,  $(M+1)^2 \geq 4\varepsilon$ .
- 2)  $M - \frac{\varepsilon'}{1-\theta} \geq 0$ . После подстановки в это неравенство значения  $\varepsilon'$ , определяемого формулой (28.4), и несложных преобразований получаем, что в соотношении (28.4) нужно выбрать знак « $-$ » и  $M \geq \min \{1, \varepsilon\}$ .

Если  $M \geq \varepsilon$ , то приведённые выше условия выполняются автоматически:  $M \geq \varepsilon \geq \min \{1, \varepsilon\}$ ,  $M \geq \varepsilon > 0 \Rightarrow (M+1)^2 \geq (\varepsilon+1)^2 \geq 4\varepsilon$ , так как  $(\varepsilon+1)^2 - 4\varepsilon = (\varepsilon-1)^2 \geq 0$ .

Поскольку, задавшись произвольным  $\varepsilon$ , величина  $M$  в наших рассуждениях фактически не играла никакой роли (существенным оставалось лишь то, что  $M$  ограничивает сверху ряд  $\{Q_n\}_{n=1}^{\infty}$ ), то систему условий можно заменить на одно, более простое, требование –  $M \geq \varepsilon$  – и при необходимости можно увеличить  $M$  таким образом, чтобы данное требование выполнялось.

Сформулируем последовательность шагов для определения сходимости ряда  $\{R_n\}_{n=1}^{\infty}$ :

- 1) зададим некоторое положительное число  $\varepsilon$ ;
- 2) зададим любое число  $M$ , удовлетворяющее следующим условиям:
  - $\left| R_i - \frac{r}{1-\theta} \right| \leq M$ , независимо от  $i$ ;
  - $M \geq \varepsilon$ ;
- 3) вычислим  $\varepsilon' = \frac{1}{2} \left[ (M+1) - \sqrt{(M+1)^2 - 4\varepsilon} \right] \cdot (1-\theta)$ ;
- 4) вычислим  $N_q$ : такой номер, что, каким бы ни был  $i \geq N_q$ ,  $|r_i - r| \leq \varepsilon'$ .
- 5) вычислим  $N_\theta$ : такой номер, что, каким бы ни был  $i \geq N_\theta$ ,  $\theta^i \leq \frac{\varepsilon'}{1-\theta}$ ;
- 6) тогда  $N = N_q + N_\theta$ , и, при любых  $i \geq N$ ,  $\left| R_i - \frac{r}{1-\theta} \right| \leq \varepsilon$ .

Таким образом,  $R = \frac{r}{1-\theta}$  – предел для ряда  $\{R_n\}_{n=1}^{\infty}$  по определению.

Что требовалось доказать.

Следствие 28.2. Если  $\lim_{i \rightarrow \infty} r_i = r$ , то  $R = \frac{r}{1-\theta}$  – сумма ряда  $\{R_n\}_{n=1}^{\infty}$ .

## 28.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРЕДЕЛЬНОГО ВОСПИТАНИЯ РОБОТА

Согласно теореме 28.1 сходимость воспитания робота эквивалентна сходимости соответствующей последовательности элементарных воспитательных воздействий, оказанных на робота. В дальнейшем сходящуюся последовательность элементарных воспитаний будем называть планом.

Используя следствие 28.2, получаем соотношение связи между предельным воспитанием и планом воспитания:  $R = \frac{r}{1-\theta}$ , где  $R$  – предельное воспитание,  $r = \lim_{i \rightarrow \infty} r_i$ ,  $\{r_n\}_{n=1}^{\infty}$  – план воспитания,  $\theta$  – коэффициент памяти робота [65].

На практике время, в течение которого воспитывался робот, всегда конечно. Поэтому существует потребность в вычислении времени (числа тактов), по прошествии которого предельное воспитание будет достигнуто с заданной точностью, при выбранном плане воспитания. Число тактов, достаточное для того, чтобы воспитание робота отклонялось от предельного воспитания не более чем на заданную величину  $\varepsilon$ , назовём эффективным временем воспитания и обозначим  $ET(\varepsilon)$ . Вычислить  $ET(\varepsilon)$ , используя только план воспитания  $\{r_n\}_{n=1}^{\infty}$  и коэффициент памяти робота  $\theta$ , можно, например с помощью последовательности шагов, описанной выше. Из соображений удобства заменим второй пункт эквивалентной ему совокупностью действий:

1) возьмём любое число  $m$  такое, что  $|r_i| \leq m$  для любых натуральных  $i$ ;

$$2) M = \max \left\{ \varepsilon, \frac{m+|r|}{1-\theta} \right\}.$$

Число  $M$ , вычисленное предложенным способом, будет удовлетворять обоим условиям второго пункта:

$$\left| R_i - \frac{r}{1-\theta} \right| \leq |R_i| + \left| \frac{r}{1-\theta} \right| = |R_i| + \frac{|r|}{1-\theta} \leq \frac{m}{1-\theta} + \frac{|r|}{1-\theta} = \frac{m+|r|}{1-\theta} \leq \max \left\{ \varepsilon, \frac{m+|r|}{1-\theta} \right\} = M,$$

$$M = \max \left\{ \varepsilon, \frac{m+|r|}{1-\theta} \right\} \geq \varepsilon.$$

Для получения первой цепочки неравенств использованы следствие из леммы 29.2 и соотношения для модулей действительных чисел.

Ясно, что при задании точности  $\varepsilon \sim 1\%$ , определяющей отклонение воспитания от предельного воспитания, воспитательные воздействия, начиная с  $ET(\varepsilon) + 1$ -го, практически не возымеют на робота никакого эффекта.

### 28.3. ПРИМЕР ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ КРИТЕРИЯ СХОДИМОСТИ

Рассмотрим робота, коэффициент памяти которого удовлетворяет соотношению:  $\theta = \frac{2}{3}$ . Пусть план воспитания подчиняется экспоненциальному закону  $r_i = 1 - e^{-i}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$

Поскольку  $\exists r = \lim_{i \rightarrow \infty} r_i < \infty$ , то воспитание, полученное роботом, будет иметь конечный предел. Предельное воспитание вычисляется таким

$$\text{образом: } R = \lim_{i \rightarrow \infty} R_i = \frac{\lim_{i \rightarrow \infty} r_i}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3.$$

Вычислим время воспитания, соответствующее точности  $\varepsilon = 10^{-2}$ .

$$|r_i| = |1 - e^{-i}| \leq 1 + |e^{-i}| \leq 2 = m, \quad M = \max \left\{ 10^{-2}, \frac{2 + |1|}{1 - \frac{2}{3}} \right\} = \max \left\{ 10^{-2}, \frac{3}{\frac{1}{3}} \right\} = \max \{ 10^{-2}, 9 \} = 9,$$

$$\varepsilon' = \frac{1}{2} \left[ (9+1) - \sqrt{(9+1)^2 - 4 \cdot 10^{-2}} \right] \cdot \left( 1 - \frac{2}{3} \right) = \frac{10 - \sqrt{100 - 4 \cdot 10^{-2}}}{6} \approx 3 \cdot 10^{-4},$$

( $\varepsilon'$  допустимо округлять в меньшую сторону, так как из условия  $\delta \leq \varepsilon'$  следует справедливость цепочки неравенств  $|r_i - r| \leq \delta \leq \varepsilon'$  и  $\theta^i \leq \frac{\delta}{1 - \theta} \leq \frac{\varepsilon'}{1 - \theta}$ ),

$$|1 - e^{-N_q} - 1| = e^{-N_q} \leq 3 \cdot 10^{-4} \Rightarrow N_q = 9, \quad \left( \frac{2}{3} \right)^{N_\theta} \leq \frac{3 \cdot 10^{-4}}{1 - \frac{2}{3}} = 9 \cdot 10^{-4} \Rightarrow N_\theta = 18,$$

$$ET(10^{-2}) = N_q + N_\theta = 27.$$

Воспитание робота после двадцати семи тактов воспитательного процесса, вычисленное при помощи компьютера, составляет  $R \approx 2.99993$ . Для этого числа порядок точности существенно больше, чем заданный. Объясняется это тем, что  $M$  значительно превосходит точную верхнюю грань [93] множества всех возможных значений величины  $|R_i - 3|$ .

Описанный критерий сходимости воспитания можно использовать в робототехнике для подбора параметров искусственного интеллекта робота, связанных с воспитанием, в частности для того, чтобы гарантировать устойчивое воспитание робота, стабильную, предсказуемую реакцию робота на внешние воздействия.

## 29. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ «ПСИХИЧЕСКИХ ЗАБОЛЕВАНИЙ» РОБОТОВ

Для лучшего восприятия читателем этой главы повторим определение эмоции робота, данное ранее.

Пусть  $t$  – время.

Определение 29.1. Функцию внутренних переживаний робота  $f(t)$  назовем эмоцией  $M(t)$ , если она удовлетворяет условиям:

- 1) область определения  $M(t)$ :  $t \in [0, t^0]$ ,  $t^0 > 0$ ;
- 2)  $|M(t)|$  - дифференцируемая функция на  $(0, t^0)$ ;
- 3)  $M(t)$  - однозначная и непрерывная функция на  $[0, t^0]$ ;
- 4)  $M(0) = 0$ ;
- 5)  $M(t^0) = 0$ ;
- 6) в области определения существует единственная точка  $z$ , такая, что

$$z \neq 0, \quad z \neq t^0 \quad \text{и} \quad \frac{d|M(t)|}{dt} \Big|_{t=z} = 0.$$

Легко видеть что, например функция

$$M(t) = P \sin\left(\frac{\pi}{t^0} t\right) \quad (29.1)$$

для  $t \in [0, t^0]$ ,  $P = const$ , является эмоцией.

Функцию вида (29.1) назовем гармонической эмоцией.

Введем следующие определения.

Определение 29.2. Будем считать, что робот здоров, если его функция внутренних переживаний является эмоцией.

Определение 29.3. Будем считать, что эмоциональный робот болен, если его функция внутренних переживаний не удовлетворяет хотя бы одному из условий, определяющих эмоцию.

Данное определение позволяет ввести такое понятие, как тяжесть заболевания робота [157].

Так как в определении эмоции существует 6 условий, то величину тяжести заболевания робота можно охарактеризовать числом  $H$ , принимающим целые значения от 1 до 6 и показывающим количество не выполняющихся условий для принадлежности функции внутренних переживаний робота к эмоции. Будем считать, что чем тяжелее заболевание, тем больше значение  $H$ .

Определение 29.4. Вектором  $X$  симптомов заболевания назовем вектор с номерами невыполняющихся условий эмоций, принятых согласно номерам условий в определении эмоции.

Определение 29.5. Заболевание робота с вектором симптомов  $X_1$  будем считать частным случаем заболевания робота с вектором симптомов  $X_2$ , если все элементы вектора симптомов  $X_2$  встречаются среди элементов вектора симптомов  $X_1$ .

Приведем примеры заболеваний роботов.

1. Выберем функцию внутренних переживаний робота  $f(t)$ , удовлетворяющую всем условиям принадлежности к эмоциям, кроме условия 5, то есть, существует отличие от эмоции, которое задано соотношением  $M(t^0) \neq 0$ . Очевидно, что в этом случае тяжесть заболевания равна единице. Будем считать, что робот с такой функцией внутренних переживаний страдает неврастением. Очевидно, что для неврастения вектор симптомов заболевания робота имеет вид:  $X=(5)$ .

2. Выберем функцию внутренних переживаний робота  $f(t)$ , удовлетворяющую всем условиям принадлежности к эмоциям, кроме условий 5, 6. Примером такой функции может служить функция вида  $f(t) = t$ . Очевидно, что в этом случае тяжесть заболевания равна двум. Робот, чья функция внутренних переживаний не совпадает с эмоцией по пунктам 5, 6, будем считать страдающим психастенией. Вектор симптомов психастении робота имеет вид:  $X=(5, 6)$ .

Исходя из значений векторов симптомов неврастения и психастении робота, можно сделать вывод о том, что общим для них является невыполнение условия 5, и, согласно определению 7, психастения является частным случаем неврастения робота.

Рассмотрим функцию внутренних переживаний робота, которая имеет вид

$$f(t) = P \sin\left(\frac{\pi}{t^0} t\right) - \frac{1}{2} P, \quad P = \text{const}, \quad P > 0, \quad t \in [0, t^0]. \quad (29.2)$$

Нетрудно заметить, тяжесть заболевания робота равна двум, а вектор симптомов удовлетворяет соотношению  $X=(4, 5)$ .

Рассмотрим вопрос о лечении заболеваний роботов.

Пусть  $f(t)$  - функция внутренних переживаний робота, не являющаяся эмоцией.

Наша задача состоит в том, чтобы, зная функцию эмоций  $M(t)$ , воздействовать дополнительной функцией  $g(t)$  на функцию внутренних переживаний робота таким образом, чтобы результирующая функция стала эмоцией  $M(t)$ .

Сказанное можно, например, записать в виде формулы

$$M(t) = f(t) + g(t).$$

Легко видеть, что записанное соотношение эквивалентно равенству

$$g(t) = M(t) - f(t). \quad (29.3)$$

Введем два определения.

Определение 29.6. Функцию  $g(t)$ , удовлетворяющую соотношению (30.3), где  $M(t)$  - эмоция,  $f(t)$  - функция внутренних переживаний робота, назовем таблеткой.

Определение 29.7. Воздействие таблеткой на функцию внутренних переживаний робота, назовем лечением.

Исходя из равенства (29.3), можно сказать, что таблетка существует всегда, т.е. любая болезнь робота, связанная с его эмоциями, излечима.

Зададим  $M(t)$  в виде функции (29.1) и поставим цель: определить значение  $P$  таким образом, чтобы функция внутренних переживаний  $f(t)$  как можно меньше отличалась от  $M(t)$ .

Предположим, что существуют интегралы  $\int_0^{t^0} \sin\left(\frac{\pi}{t^0} \tau\right) f(\tau) d\tau$  и  $\int_0^{t^0} f^2(\tau) d\tau$ .

Очевидно, что в этом случае для нахождения величины  $P$  необходимо решить оптимизационную задачу:

найти

$$\min_P J(P) = \min_P \int_0^{t^0} \left[ P \sin\left(\frac{\pi}{t^0} \tau\right) - f(\tau) \right]^2 d\tau.$$

Находя безусловный экстремум функции  $J(P)$  и выражая из полученных формул величину  $P$ , получим соотношение, определяющее на основе вида эмоции (29.1) значение  $P = P_{\min}$ , которое дает наименьшее отклонение  $M(t)$  от функции внутренних переживаний работа:

$$P_{\min} = \frac{2 \int_0^{t^0} \sin\left(\frac{\pi}{t^0} \tau\right) f(\tau) d\tau}{t^0}. \quad (29.4)$$

Введем следующее определение.

Определение 29.8. Остаточным болезненным явлением  $\Omega$  после лечения назовем соотношение

$$\Omega = \int_0^{t^0} \left[ P_{\min} \sin\left(\frac{\pi}{t^0} \tau\right) - f(\tau) \right]^2 d\tau.$$

Предположим, что существует интеграл  $\int_0^{t^0} f(\tau) d\tau$ .

Для определения значения  $P$ , позволяющего лечить работа так, чтобы элементарное воспитание, полученное от эмоции, минимально отличалось от элементарного воспитания от его функции переживаний, необходимо решить следующую оптимизационную задачу:

найти

$$\min_P I(P) = \min_P \left[ \int_0^{t^0} P \sin\left(\frac{\pi}{t^0} \tau\right) d\tau - \int_0^{t^0} f(\tau) d\tau \right]^2.$$

Легко видеть, что функция  $I(P)$  принимает минимальное значение при величине  $P = P^*$ , удовлетворяющей соотношению

$$P^* = \frac{\pi \int_0^{t^0} f(\tau) d\tau}{2t^0}. \quad (29.5)$$

Нетрудно заметить, что величина  $P = P^*$ , задаваемая соотношением (29.5), обращает минимум функции  $I(P)$  в нуль, что говорит о возможности лечения работа таким образом, что его элементарное воспитание от функций внутренних переживаний  $f(t)$ , не являющейся эмоцией, становится равным элементарному воспитанию от соответствующей гармонической эмоции.

Таким образом, если функцию внутренних переживаний работа можно описать с помощью математических формул, то возможно лечение любых психических заболеваний работа с помощью гармонической эмоции в аспекте

равенства элементарных воспитаний, влекомых функцией переживаний и гармонической эмоцией. В этом случае таблетка определяется формулой

$$g(t) = P^* \sin\left(\frac{\pi}{t_0} t\right) - f(t).$$

Очевидно, что в зависимости от вида функции  $f(t)$  таблетка  $g(t)$  может быть знакопеременной функцией.

Введем определение 29.9.

Коэффициентом тяжести заболевания назовем величину  $\alpha$ , удовлетворяющую соотношению

$$\alpha = \frac{\left| \int_0^{t_0} f(t) dt \right|}{\left| \int_0^{t_0} P_{\min} \sin\left(\frac{\pi}{t_0} t\right) dt \right|} = \frac{\left| \int_0^{t_0} f(t) dt \right|}{2t_0 |P_{\min}|}. \quad (29.6)$$

Легко видеть, что  $\alpha$  является безразмерной величиной.

Будем считать, что чем больше  $|\alpha - 1|$ , тем тяжелее болеет робот.

В качестве примера использования предложенных выше определений и формул были проведены эксперименты с участием практикующих врачей по оценке тяжести заболевания у больных психастенией.

В экспериментах приняли участие 24 пациента.

Суть экспериментов заключалась в следующем. Прежде всего, задавалось время продолжительности эмоции  $t_0$ , равное 5с. Затем пациенту сообщалась информация (в терминах теории роботов сообщался сюжет), способная вызвать у него незначительные щадящие внутренние переживания (в терминах теории роботов формировалась функция внутренних переживаний  $f(t)$ ). Фиксировалось изменение внутренних переживаний пациента в заданном отрезке времени  $[0, t_0]$ . Согласно соотношению (29.4) вычислялось значение  $P_{\min}$ , а затем вычислялась величина  $\alpha$  по формуле (29.6).

Обработка результатов экспериментов показала, что наибольшему значению  $|\alpha - 1|$  соответствовало наиболее тяжелое течение заболевания у пациентов в 87,5% случаев. При этом коэффициент  $\alpha$  принадлежал отрезку  $\alpha \in [1,18; 1,52]$ .

Эксперименты показали, что предложенные математические модели «психических заболеваний» роботов можно в первом приближении применять при описании психастении у человека. Это говорит в пользу адекватности предлагаемых математических моделей и для описания «психических заболеваний» роботов.

## 30. МОДЕЛИ КОМПЛЕКСНЫХ ЭМОЦИЙ РОБОТОВ

Пусть задан вектор эмоций роботов  $\bar{M}(\tau)$ , определяющий комплексные эмоции. Этот вектор имеет вид

$$\bar{M}^j(\tau) = (M_1^j(\tau), \dots, M_n^j(\tau)),$$

где  $n$  – количество проявляемых эмоций в комплексной эмоции робота,  $\tau$  – текущее время действия эмоции.

Если известна цель воспитания, определяемая соотношением  $\bar{A} = (A_1, \dots, A_n)$ , где  $A_i = \text{const}$ ,  $i = 1, n$ , то величина достижения цели  $\delta$  воспитательного процесса задается равенством

$$\delta(t) = \frac{\sum_{i=1}^n A_i R_i^j(t)}{\sum_{i=1}^n A_i^2}, \quad (30.1)$$

где  $R_i^j(t)$  – воспитание робота, получаемое в результате действия эмоции с порядковым номером  $i$ , причем  $R_i^j(t) = r_i^j(t) + \theta_i^j(t) R_i^{j-1}(t)$ ;  $\theta_i^j(t)$  – коэффициент памяти, удовлетворяющий соотношению  $\theta_i^j(t) \in [0, 1]$ ;  $j$  – порядковый номер воспитательного такта;  $t$  – время воспитательного процесса;  $r_i^j(t)$  – элементарное воспитание, удовлетворяющее соотношению

$$r_i^j(\tau) = \int_0^\tau M_i^j(\zeta) d\zeta, \quad t = t_{i-1} + \tau.$$

Дифференцируя равенство (30.1) по параметру  $t$  на отрезке  $[t_{j-1}, t_j]$ , получим формулу

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \frac{dR_i^j(t)}{dt}}{\sum_{i=1}^n A_i^2}. \quad (30.2)$$

Согласно разделу 2 суммарная эмоция робота  $V_i^j(t)$  удовлетворяет соотношению

$$V_i^j(t) = \frac{dR_i^j(t)}{dt} = \frac{dr_i^j(t)}{dt} + R_i^{j-1}(t) \frac{d\theta_i^j(t)}{dt} + \frac{dR_i^{j-1}(t)}{dt} \theta_i^j(t). \quad (30.3)$$

Легко видеть, что для робота с абсолютной памятью формула (30.3) эквивалентна равенству

$$V_i^j(t) = \frac{dR_i^j(t)}{dt} = M_i^j(t).$$

Таким образом, соотношение (30.2) примет вид

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i V_i^j(t)}{\sum_{i=1}^n A_i^2}. \quad (30.4)$$

Современные психологи считают, что эмоция положительна, если она приближает субъекта к намеченной цели. Таким образом, при справедливости неравенства  $\frac{d\delta(t)}{dt} > 0$  комплексная эмоция-вектор будет положительна; при справедливости неравенства  $\frac{d\delta(t)}{dt} < 0$  – отрицательна; а при выполнении условия  $\frac{d\delta(t)}{dt} = 0$  – не будет иметь знака.

Но в современной векторной алгебре в общем случае не существует понятий «положительный» или «отрицательный» вектор. Поэтому выдвинем гипотезу о существовании единой характеристики для комплексных эмоций, которая определяет знак этой комплексной эмоции-вектора. Очевидно, что этой характеристикой будет знак величины  $\frac{d\delta(t)}{dt}$ .

Введем ряд определений.

Определение 30.1. Средней функцией  $[f(t)]$  внутренних переживаний робота назовем функцию вида

$$[f(t)] = \frac{\sum_{i=1}^n A_i V_i^j(t)}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (30.5)$$

при условии, что  $\sum_{i=1}^n A_i \neq 0$ ,  $t \in [0, t_0]$ ,  $t_0$  – минимальное значение из всех тактов эмоций-компонент вектора амбивалентной эмоции.

Таким образом, средняя функция внутренних переживаний робота представляет собой функцию, при замене на которую всех суммарных эмоций-компонент в векторе комплексной эмоции получается величина  $\frac{d\delta(t)}{dt}$ , равная этой величине без замены. То есть для замены справедливо соотношение

$$\frac{\sum_{i=1}^n A_i V_i^j(t)}{\sum_{i=1}^n A_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i [f(t)]}{\sum_{i=1}^n A_i^2}.$$

Определение 30.2. Среднюю функцию внутренних переживаний, являющуюся эмоцией, будем называть средней эмоцией  $[M(t)]$ .

Определение 30.3. Если средняя функция внутренних переживаний робота не является эмоцией, то будем считать, что робот психически болен и комплексная эмоция влечет заболевание.

Определение 30.4. Средним элементарным воспитанием  $[D]$  назовем величину, удовлетворяющую соотношению

$$[D] = \int_0^{t_0} [M(\tau)] d\tau.$$

Определение 30.5. Средним воспитанием  $[R]$  назовем величину,

задаваемую формулой  $[R] = \frac{\sum_{i=1}^n A_i R_i^j}{\sum_{i=1}^n A_i}$ , при условии, что  $\sum_{i=1}^n A_i \neq 0$ .

Определение 30.6. Превалирующей эмоцией  $M_k(t)$  в векторе амбивалентной эмоции будем называть эмоцию, для которой ее порядковый номер  $k$  в векторе комплексных эмоций влечет выполнение условия

$$|r_k^j - [D]| = \min_{i=1, n} |r_i^j - [D]|.$$

Определение 30.7. Превалирующим элементарным воспитанием будем называть элементарное воспитание, соответствующее превалирующей эмоции.

Очевидно, что для каждого текущего такта  $j$  воспитания робота могут быть свои: средняя функция внутренних переживаний робота, средняя эмоция, превалирующая эмоция, превалирующее элементарное воспитание, среднее элементарное воспитание, среднее воспитание и величина, характеризующая знак амбивалентной эмоции.

Пусть эмоции  $M_i^j(t)$ ,  $i = 1, n$  вектора комплексных эмоций имеют вид

$$M_i^j(t) = P_i^j \sin\left(\frac{\pi}{t_0} t\right), \quad P_i^j = \text{const} \neq 0, \quad i = 1, n, \quad t \in [0, t_0]. \quad (30.6)$$

Докажем теорему.

Теорема 30.1. Если  $\sum_{i=1}^n A_i P_i^j \neq 0$ , то для робота с абсолютной памятью средняя функция внутренних переживаний робота для эмоций, удовлетворяющих соотношениям (30.6), является эмоцией.

Доказательство. Легко видеть, что при условиях (30.6) величина  $[f(t)]$  удовлетворяет соотношению

$$[f(t)] = \frac{\sum_{i=1}^n A_i P_i^j}{\sum_{i=1}^n A_i} \sin\left(\frac{\pi}{t_0} t\right). \quad (30.7)$$

Очевидно, что формула (30.7) удовлетворяет определению эмоции, что и требовалось доказать.

Теорема 30.2. Если  $\sum_{i=1}^n A_i > 0$ , то знак средней эмоции совпадает со знаком комплексной эмоции.

Доказательство очевидно следует из сравнения формул (30.4) и (30.5).

Теорема 30.3. Если  $\sum_{i=1}^n A_i < 0$ , то знак средней эмоции противоположен знаку комплексной эмоции.

Доказательство аналогично доказательству теоремы 30.2.

### 31. РОБОТЫ С АБСОЛЮТНОЙ ПАМЯТЬЮ

Рассмотрим роботов, для которых коэффициенты памяти удовлетворяют соотношениям  $\theta_i \equiv 1$ ,  $i=1, n$ , где  $n$  – количество тактов воспитательного процесса.

Очевидно, что в этом случае воспитание  $R_n$  определяется формулой

$$R_n = \sum_{i=1}^n r_i, \quad (31.1)$$

где  $r_i$  – элементарное воспитание, соответствующее такту с порядковым номером  $i$ .

Согласно равенству (31.1) бесконечный воспитательный процесс  $R$  описывается соотношением

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} R_n = \sum_{i=1}^{\infty} r_i. \quad (31.2)$$

Сформулируем следующие теоремы.

Теорема 31.1. Бесконечный воспитательный процесс на равноценных эмоциях для робота с абсолютной памятью расходится.

Доказательство. Так как эмоции равноценны, то справедливы равенства  $r_i = q$ ,  $i=1, \infty$ . В силу этих равенств соотношение (31.2) примет вид

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n q = q \lim_{n \rightarrow \infty} n = \pm \infty,$$

что и требовалось доказать.

Теорема 31.2. Если бесконечный воспитательный процесс сходится, то элементарные воспитания, на которых он основан, с бесконечным увеличением количества тактов стремятся к нулю.

Доказательство. Так как воспитательный процесс сходится, то справедливо неравенство  $|\sum_{i=1}^{\infty} r_i| < \infty$ . Следовательно  $\lim_{i \rightarrow \infty} r_i = 0$ , что и требовалось

доказать.

Сделаем одно замечание: сходимость воспитательного процесса соответствует наличию пресыщения воспитания при увеличении количества воспитательных тактов. С учетом этого замечания теорему 31.2 можно перефразировать так: если воспитательный процесс имеет пресыщение, то элементарные воспитания, на которых основан процесс, с бесконечным увеличением количества тактов стремятся к нулю.

В разделе 1 был приведен пример эмоции, которая описывается функцией  $M(t) = P \sin\left(\frac{\pi}{t^0} t\right)$ , где  $P = \text{const}$ ,  $t^0$  – продолжительность такта.

Аналогично этому примеру определим эмоции, соответствующие такту с порядковым номером  $i$ , в виде

$$M_i(t) = P_i \sin\left(\frac{\pi}{t_i^0} t\right), \quad (31.3)$$

где  $P_i = \text{const}$ ,  $t_i^0$  – продолжительность такта  $i$ ,  $i = 1, \infty$ .

Легко видеть, что элементарное воспитание  $r_i$ , соответствующее эмоции (31.3), удовлетворяет соотношению  $r_i = \frac{2}{\pi} P_i t_i^0$ .

Таким образом, в силу теоремы 31.2 необходимым условием сходимости воспитания является выполнение равенства

$$\lim_{i \rightarrow \infty} P_i t_i^0 = 0.$$

Докажем следующие теоремы.

Теорема 31.3. Если  $\lim_{i \rightarrow \infty} t_i^0 = 0$ , то  $\lim_{i \rightarrow \infty} r_i = 0$ .

Доказательство. Согласно определению 1.3 справедливо неравенство  $|P_i| < L < \infty$ .

Следовательно, верна цепочка соотношений

$$\left| \lim_{i \rightarrow \infty} r_i \right| = \left| \lim_{i \rightarrow \infty} P_i t_i^0 \right| \leq L \lim_{i \rightarrow \infty} t_i^0 = 0.$$

Что требовалось доказать.

Теорема 31.4. Если  $\lim_{i \rightarrow \infty} P_i = 0$ , то  $\lim_{i \rightarrow \infty} r_i = 0$ .

Доказательство. Согласно определению 1.3 справедливо неравенство  $|t_i^0| < S < \infty$ . Следовательно, верна цепочка соотношений

$$\left| \lim_{i \rightarrow \infty} r_i \right| = \left| \lim_{i \rightarrow \infty} P_i t_i^0 \right| \leq S \left| \lim_{i \rightarrow \infty} P_i \right| = 0.$$

Что требовалось доказать.

Исходя из вышеизложенного, можно сказать, что необходимое условие

сходимости воспитания выполняется, если справедливы равенства  $\lim_{i \rightarrow \infty} t_i^0 = 0$ ,  
или  $\lim_{i \rightarrow \infty} P_i = 0$ , или  $\lim_{i \rightarrow \infty} P_i t_i^0 = 0$ .

Очевидно следующее утверждение: если существуют пределы  $t_i^0$  и  $P_i$  при бесконечном увеличении количества тактов, справедливы соотношения  $\lim_{i \rightarrow \infty} t_i^0 \neq 0$  и  $\lim_{i \rightarrow \infty} P_i \neq 0$ , то воспитательный процесс расходится.

Доказанные выше теоремы указывают на один из путей проектирования роботов с абсолютной памятью и не имеющих пресыщения воспитания. Например, для проектирования таких роботов достаточно выбрать последовательности амплитуд  $P_i$  и тактов  $t_i^0$  такие, чтобы их пределы при бесконечном увеличении количества тактов  $i$  не были равны нулю. Одним из примеров расходящегося воспитания, как гласит теорема 31.1, является воспитание с равноценными эмоциями робота, т.е., когда выполняются условия

$$P_i = P = const, \quad t_i^0 = t^0 = const, \quad i = \overline{1, \infty}.$$

Для проектирования роботов с пресыщенным воспитанием можно в качестве бесконечного воспитания выбрать заранее известный сходящийся ряд, затем на его основе определить последовательности  $P_i$ ,  $t_i^0$ ,  $i = \overline{1, \infty}$ , которые удовлетворяют определению 1.3 и условиям теорем 31.3 или 31.4, и на основе этого выбора по формуле (31.3) задать эмоции робота для каждого из тактов.

На основе раздела 3 настоящей монографии можно утверждать, что конфликт по воспитаниям к моменту времени  $t$  двух роботов с абсолютной памятью наступает при выполнении условий

$$\sum_{k=1}^i r_k^{[1]} = \sum_{k=1}^j r_k^{[2]}, \quad t = \sum_{k=1}^i \tau_k^{[1]} = \sum_{k=1}^j \tau_k^{[2]}, \quad (31.4)$$

где  $r_k^{[1]}$ ,  $r_k^{[2]}$  – элементарные воспитания первого и второго роботов соответственно,  $\tau_k^{[1]}$ ,  $\tau_k^{[2]}$  – соответствующие воспитательные такты этих роботов.

Пусть роботы воспитываются на равноценных эмоциях с соответствующими элементарными воспитаниями  $r_0^{[1]}$  и  $r_0^{[2]}$ . Следовательно, исходя из соотношений конфликта (31.4), можем записать формулу  $ir_0^{[1]} = jr_0^{[2]}$ , то есть, условия наступления конфликта между двумя роботами в момент времени  $t$  примут вид

$$\frac{i}{j} = \frac{r_0^{[2]}}{r_0^{[1]}}, \quad t = \sum_{k=1}^i \tau_k^{[1]} = \sum_{k=1}^j \tau_k^{[2]}. \quad (31.5)$$

Если справедливы соотношения

$$\tau_k^{[1]} = \tau^{[1]} = const, \quad \tau_k^{[2]} = \tau^{[2]} = const, \quad (31.6)$$

то соотношения (31.5) эквивалентны формуле

$$\frac{i}{j} = \frac{r_0^{[2]}}{r_0^{[1]}} = \frac{\tau^{[2]}}{\tau^{[1]}},$$

которая определяет условие наступления конфликта по воспитаниям двух роботов с абсолютной памятью при равноценных эмоциях для каждого робота и равенстве тактов этих эмоций.

Для эмоций, принятых в виде формулы (31.3) с учетом соотношений (31.6), получим равенство

$$\frac{i}{j} = \frac{P^{[2]}t_{[2]}^0}{P^{[1]}t_{[1]}^0} = \frac{t_{[2]}^0}{t_{[1]}^0}, \quad (31.7)$$

где  $P^{[1]}, P^{[2]}, t_{[1]}^0, t_{[2]}^0$  – амплитуды эмоций и величины тактов первого и второго роботов соответственно. Из равенств (31.7) следует, что в этом случае конфликт между роботами возникает только при выполнении условий

$$P^{[1]} = P^{[2]} \quad \text{и} \quad \frac{i}{j} = \frac{t_{[2]}^0}{t_{[1]}^0}.$$

Остановимся на выводе соотношений, определяющих дружбу роботов (см. раздел 4) с абсолютной памятью. В этом случае при равноценных эмоциях количество воспитательных тактов, необходимых для достижения дружбы роботов двух групп с одинаковым значением дружбы, находится из решения задачи:

$$\text{найти } \min_{j \geq 1} (jq + R_0 - P_0), \quad (31.8)$$

при условии  $jq + R_0 - P_0 \geq 0$ .

Легко видеть, что задача (31.8) всегда имеет решение и, следовательно, роботов с абсолютной памятью всегда можно подружить друг с другом с обеспечением любого заданного значения дружбы.

Решим задачу построения эквивалентного воспитательного процесса (см. раздел 6) для роботов с абсолютной памятью.

Очевидно, что для определения значения элементарного воспитания  $q$ , соответствующего эквивалентному процессу, необходимо решить задачу

$$\text{найти } \min_q J(q) = \min_q \sum_{j=2}^n [R_j - R_1 - (j-1)q]^2. \quad (31.9)$$

Задача (31.9) сводится к решению уравнения  $\frac{dJ(q)}{dq} = 0$ , которое в развернутой форме имеет вид

$$\sum_{j=2}^n [R_j - R_1 - (j-1)q](j-1) = 0. \quad (31.10)$$

Легко показать, что решение  $q$  уравнения (31.10) определяется соотношением

$$q = \frac{\sum_{j=2}^n R_j(j-1) - R_1 \sum_{j=2}^n (j-1)}{\sum_{j=2}^n (j-1)^2}.$$

## 32. АЛГОРИТМ ЭМОЦИОНАЛЬНЫХ КОНТАКТОВ В ГРУППЕ РОБОТОВ

В настоящей главе предлагается правило взаимного контакта роботов в группе.

В разделе 2 показано, что воспитание робота  $R_i$  к концу такта  $i$  определяется формулой

$$R_i = r_i + \theta_i R_{i-1}, \quad (32.1)$$

где  $\theta_i$  - коэффициент памяти робота, характеризующий запоминание воспитания  $R_{i-1}$  к концу воспитательного такта с порядковым номером  $i$ .

Предположим, что роботы контактируют друг с другом, случайно обмениваясь эмоциями, порождающими элементарные воспитания.

Обозначим воспитание робота с порядковым номером  $L$  к концу такта  $i$  как  $R_i^{[L]}$ , а соответствующее этому такту элементарное воспитание -  $r_i^{[L]}$ . Аналогичным образом введем соответствующие обозначения для робота с порядковым номером  $j$ :  $R_i^{[j]}$  и  $r_i^{[j]}$ .

Пусть на обоих роботах действует сюжет  $S(t)$ , порождающий эмоции: у робота  $L$  -  $M_i^{[L]}$ , у робота  $j$  -  $M_i^{[j]}$ .

Будем считать, что при выполнении условия  $R_{i-1}^{[L]}R_{i-1}^{[j]} < 0$  справедливо соотношение  $M_i^{[L]}M_i^{[j]} < 0$ , а из формулы  $R_{i-1}^{[L]}R_{i-1}^{[j]} > 0$  следует неравенство  $M_i^{[L]}M_i^{[j]} > 0$ .

Эмоции  $M_i^{[L]}$  и  $M_i^{[j]}$  порождают элементарные воспитания  $r_i^{[L]}$  и  $r_i^{[j]}$  соответственно, причем  $r_i^{[L]} = \int_0^{t_i} M_i^{[L]}(\tau) d\tau$  и  $r_i^{[j]} = \int_0^{t_i} M_i^{[j]}(\tau) d\tau$ , где  $t_i$  - продолжительность такта с порядковым номером  $i$ . Очевидно, что знак элементарного воспитания равен знаку эмоции, порождающей это воспитание, и наоборот.

Будем считать, что знак воспитания к концу такта  $i-1$  равен текущему знаку эмоции во время текущего такта  $i$  и элементарного индивидуального воспитания к концу этого такта.

Введем следующее определение.

Определение 32.1. Коэффициентом внушаемости будем называть число  $k_i^{[j,L]}$ , позволяющее делать замену эмоции  $i$  робота  $L$  на соответствующую эмоцию робота  $j$ , умноженную на величину этого числа, если  $|r_i^{[L]}| < k_i^{[j,L]}|r_i^{[j]}|$ , где  $k_i^{[j,L]} > 0$ .

Очевидно, что  $k_i^{[j,j]} \equiv 1$ .

Будем считать, что при общении (контакте) двух эмоциональных роботов воспитания каждого из них, согласно формуле (32.1), удовлетворяют

$$\text{соотношениям } R_i^{[L]} = r_i^{[L]} + \theta_i R_{i-1}^{[L]}, \quad R_i^{[j]} = r_i^{[j]} + \theta_i R_{i-1}^{[j]},$$

$$\text{где } r_i^{[L]} = \max \left\{ r_i^{[L]}, k_i^{[j,L]}|r_i^{[j]}| \right\} \text{sign} \left\{ \begin{array}{l} r_i^{[j]}, \text{ если } k_i^{[j,L]}|r_i^{[L]}| = \max \left\{ r_i^{[L]}, k_i^{[j,L]}|r_i^{[j]}| \right\} \\ r_i^{[L]}, \text{ если } |r_i^{[L]}| = \max \left\{ r_i^{[L]}, k_i^{[j,L]}|r_i^{[j]}| \right\} \end{array} \right\},$$

$$r_i^{[j]} = \max \left\{ r_i^{[j]}, k_i^{[L,j]}|r_i^{[L]}| \right\} \text{sign} \left\{ \begin{array}{l} r_i^{[L]}, \text{ если } k_i^{[L,j]}|r_i^{[j]}| = \max \left\{ r_i^{[j]}, k_i^{[L,j]}|r_i^{[L]}| \right\} \\ r_i^{[j]}, \text{ если } |r_i^{[j]}| = \max \left\{ r_i^{[j]}, k_i^{[L,j]}|r_i^{[L]}| \right\} \end{array} \right\},$$

$k_i^{[j,L]}$  - коэффициент внушаемости для робота  $L$  эмоций от робота  $j$ ,

$k_i^{[L,j]}$  - коэффициент внушаемости для робота  $j$  эмоций от робота  $L$ ,  $k_i^{[j,L]} > 0$ ,  $k_i^{[L,j]} > 0$ .

Введем следующие определения.

Определение 32.2. Если выполняется условие

$$k_i^{[j,L]}|r_i^{[L]}| = \max \left\{ |r_i^{[L]}|, k_i^{[j,L]}|r_i^{[j]}| \right\},$$

то робота с номером  $j$  назовем роботом-агитатором.

Определение 32.3. Изменение знака индивидуального воспитания робота на противоположный назовем перевоспитанием робота.

Очевидно, что знаки индивидуальных воспитаний роботов группы могут меняться только при наличии в группе роботов с разнознаковыми воспитаниями и присутствии в группе роботов-агитаторов.

В разделе 3 введена гипотеза, говорящая о том, что конфликт в группе роботов возникает лишь при суммарном воспитании группы, равном нулю. Исходя из этого и сказанного выше, следует нижеприведенная теорема.

Теорема 32.1. Конфликт в группе роботов может наступить лишь при первоначальных разнознаковых индивидуальных воспитаниях роботов и наличии роботов-агитаторов.

Настоящий раздел дает путь к моделированию на компьютере эмоционального поведения замкнутой группы роботов, общающихся друг с другом. Входными параметрами соответствующей компьютерной программы должны быть коэффициенты памяти каждого из роботов, их первоначальные индивидуальные воспитания и парные коэффициенты внушаемости. В ходе работы программы случайным образом вырабатываются эмоции роботов и соответствующие им элементарные воспитания при случайных контактах роботов. Результатами работы программы могут быть, например вычисляемое суммарное воспитание группы роботов, определяющее конфликты в этой группе, и индивидуальные воспитания каждого из роботов группы. Численные эксперименты могут позволить найти критические значения коэффициентов внушаемости и памяти роботов, влекущие наступление конфликтов в группе роботов после нескольких парных контактов.

Алгоритм поведения роботов в группе с лидером отличается от алгоритма поведения роботов в группе без лидера тем, что в первом случае при определении номера робота-учителя в группе, который является главным роботом-агитатором, необходимо находить порядковый номер наибольшей величины индивидуальных воспитаний роботов. Робот с этим значением номера будет выполнять роль постоянного робота-агитатора-лидера-учителя.

### **33. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНА ТРАНСЛЯЦИИ ПЕРЕДАЧ СРЕДСТВ МАССОВОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Одна из задач государства – формирование общественного сознания [16]. Немаловажную роль в ее решении играют средства массовой информации. Но зачастую проекты СМИ, например проекты телевидения, которые, прежде всего, воздействуют на эмоции человека и которые первоначально вызывали положительные эмоции и интерес у зрителей, с течением времени начинают вызывать отторжение у тех же зрителей, а поэтому теряют свою эффективность при формировании нужного государству общественного сознания у граждан и даже меняют первоначальную воспитательную цель на противоположную.

Настоящий раздел посвящен описанию математического способа оценки популярности программ СМИ и математическим рекомендациям по построению оптимального плана выпуска передач этих программ в эфир.

Предлагаемые в разделе математические модели основаны на моделях эмоциональных роботов, приведенных в предыдущих главах.

В работе [49] приведено соотношение, позволяющее вычислять воспитание человека (или робота), получаемое им в результате непрерывного воздействия на него сюжетами и порождающимися в результате этого у него эмоциями:

$$R_i = r_i + \theta_i R_{i-1}, \quad (33.1)$$

где  $i$  – порядковый номер сюжета, воздействующего на человека и порождающего у него элементарное воспитание  $r_i$ ,  $R_i$  – суммарное воспитание человека, полученное им в результате воздействия на него общего количества сюжетов, равных величине  $i$ ,  $\theta_i$  – коэффициент памяти, характеризующий долю предыдущего суммарного воспитания, которую помнит человек к моменту воздействия на него сюжетом с порядковым номером  $i$ ,  $\theta_i \in (0, 1 - \delta]$ ,  $0 < \delta < 1$ ,  $\delta = const$ .

Предположим, что  $r_i = q = const$ ,  $q > 0$ ,  $\theta_i = \theta$ ,  $R_0 = 0$ . Легко видеть, что в рамках этих допущений соотношение (34.1) представляет собой сумму членов геометрической прогрессии, которая описывается известной формулой [49, 65]:

$$R_i = q \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta}. \quad (33.2)$$

Пусть значение  $i$  определяет порядковый номер передачи проекта, транслируемого в СМИ, то есть, каждая передача является сюжетом, порождающим положительное элементарное воспитание  $q$ .

Очевидно, что согласно законам геометрической прогрессии суммарное воспитание при непрерывной трансляции передач проекта СМИ имеет предел  $R$ , который удовлетворяет соотношению

$$R = \lim_{i \rightarrow \infty} R_i = \frac{q}{1 - \theta}.$$

Таким образом, воспитание обладает сходимостью.

Ю.А. Шарапов в работе [108] предложил в качестве показателя  $\alpha$  сходимости воспитания к своему предельному значению использовать соотношение, которое для положительной величины  $q$  принимает вид

$$\alpha = R_i - R_{i-1} = q \left( \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta} - \frac{1 - \theta^{i-1}}{1 - \theta} \right) = q \frac{\theta^{i-1} - \theta^i}{1 - \theta} = q \theta^{i-1}. \quad (33.3)$$

Отметим, что согласно соотношению (33.2), с ростом  $i$  скорость увеличения значений суммарного воспитания  $R_i$  становится медленней,

$\lim_{i \rightarrow \infty} \alpha = 0$ , а поэтому воспитательный эффект передач на зрителя уменьшается.

Согласно гипотезе грузинского психолога Д.Н. Узнадзе [32] эффект от воспитания при неправильном проведении воспитательных мероприятий может мгновенно поменяться на противоположный. В нашем случае гипотеза Г.М. Узнадзе эквивалента тому, что положительный знак суммарного воспитания  $R_i$  меняется на отрицательный тогда, когда передача надоела зрителю.

Величину  $\alpha$  в формуле (34.3) назовем параметром «надоело».

Нетрудно заметить, что, зная величины параметра «надоело»  $\alpha$ , элементарного воспитания  $q$  и коэффициента памяти  $\theta$ , можно согласно равенству

(34.3) определить порядковый номер  $i$  трансляции передачи, начиная с которого положительное отношение зрителей к передаче может поменяться на отрицательное, а, значит, передача может потерять свою популярность, что повлечет падение ее рейтинга.

Легко видеть, что этот порядковый номер определяется формулой

$$i = 1 + \log_{\theta} \frac{\alpha}{q}. \quad (33.4)$$

Отметим, что для того, чтобы передачи оставили положительное воспоминание у зрителей после их завершения, их количество не должно превышать величину  $i$ , удовлетворяющую равенству (33.4).

Опишем математическую модель, позволяющую определять величину ожидания зрителями трансляции передачи после ее последнего выпуска в эфире.

Во время перерыва трансляции зритель частично забывает эмоциональное состояние, которое возникло у него после последней передачи в эфире.

Согласно формулам (33.1) и (33.2) через  $j$  временных пропусков трансляции передач воспитание зрителя  $R_j$  будет определяться формулой

$$R_j = \theta^j q \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta}.$$

Эта формула соответствует формуле расчета фиктивных воспитательных тактов, предложенной К.В. Черниковым в работе [97].

Пусть величина  $\beta$ , задаваемая соотношением

$$\beta = R_j - R_{j+1} = q(1 - \theta^i)\theta^j, \quad (33.5)$$

определяет величину ожидания передачи после перерыва трансляции передач.

Очевидно, что, чем меньше величина ожидания  $\beta$ , тем с большим желанием зритель воспримет начало трансляции передач в эфире.

Количество временных пропусков  $j$  трансляции передач в эфире, необходимое для доброжелательного восприятия зрителями возобновления трансляции передач, можно получить из равенства (33.5):

$$j = \log_{\theta} \frac{\beta}{q(1 - \theta^i)}.$$

Предложенная модель является математической записью гипотезы советского психолога Д.Н. Узнадзе о, так называемых, психологических установках человека [107; 109; 110].

Однако для необходимых расчетов возникает проблема разработки методов измерения таких психологических параметров, как элементарное воспитание  $q$ , коэффициент памяти  $\theta$ , параметр «надоело»  $\alpha$ , величина ожидания  $\beta$ .

В настоящее время К.В. Черниковым предложены методики измерения значений  $q$  и  $\theta$  для эмоциональных роботов [97]. В работе [156] предложен способ измерения способности человека к обучению. Обе методики могут быть модернизированы для вычисления необходимых входных параметров описанных в этом разделе математических моделей.

В качестве обобщения предложенных моделей построения плана выпуска передач в эфир на случай неравенства элементарных воспитаний друг другу может быть использована работа Н.В. Попова [72].

В приближенном варианте можно считать справедливым равенство

$$\alpha = \beta, \quad (33.6)$$

так как и  $\alpha$ , и  $\beta$  определяют, в общем-то, одно и то же понятие «надело», только в первом случае «надело» соответствует наступлению эмоционального отрицания передачи, а во втором случае – ситуации, когда зрителю «надело» то, что в эфире нет передачи.

Исходя из соотношения (33.6) и учитывая формулы (33.3) и (33.5), можем записать следующее равенство:

$$q\theta^{i-1} = q(1-\theta^i)\theta^j. \quad (33.7)$$

Разрешив уравнение (33.7) относительно  $j$ , получим соотношение

$$j = i - 1 - \log_{\theta}(1 - \theta^i). \quad (33.8)$$

Отметим, что формула (33.8) определяет необходимое количество пропусков передачи  $j$  при выполнении условий  $j > 0$  и положительного восприятия аудиторией передачи в результате ее непрерывной трансляции  $i$  раз, что соответствует выполнению неравенства  $q > 0$ .

Заметим также, что, для практического использования можно определять количество пропусков передач  $J$ , большее на единицу расчетного количества пропусков  $j$ , при этом  $J$  вычисляется по формуле

$$J = \text{ant}[j] + 1. \quad (33.9)$$

Легко видеть, что в силу выполнения условия  $\theta \in (0, 1 - \delta]$  при больших значениях величины  $i$  соотношение (34.8) можно записать в приближенном виде следующим образом:

$$j \approx i - 1. \quad (33.10)$$

В работе [97] показано, что коэффициенты памяти человека  $\theta$  в большинстве случаев удовлетворяют условию  $\theta \in [0.7, 0.9]$ . Несложные вычисления, выполненные на основе формулы (33.8), позволяют построить таблицу, описывающую план оптимального количества выходов  $i$  и пропусков  $J$  передач в эфире для этих коэффициентов памяти.

Таблица 33.1

## План оптимальной трансляции передач в эфире

| Коэффициент памяти<br>$\theta$ | Количество непрерывных выходов $i$ передач в эфире | Количество пропусков $J$ передач в эфире |
|--------------------------------|--|--|
| 0,7                            | 3  | 1  |
| -                              | 5  | 4  |
| -                              | 7  | 6  |
| -                              | 9  | 8  |
| -                              | 11   | 10                                       |
| -                              | 31   | 30                                       |
| 0,9                            | 9  | 4  |
| -                              | 11   | 7  |
| -                              | 13   | 10                                       |
| -                              | 15   | 12                                       |
| -                              | 17   | 15                                       |
| -                              | 19   | 17                                       |
| -                              | 21   | 20                                       |
| -                              | 25   | 24                                       |
| -                              | 27   | 26                                       |
| -                              | 29   | 28                                       |
| -                              | 31   | 30                                       |

Анализ табл. 33.1 позволяет утверждать, что при  $\theta = 0.7$ , начиная с передачи 5, а при значении  $\theta = 0.9$ , начиная с передачи 21, формула (33.9) дает те же результаты вычислений, что и соотношение (33.10).

Назовем полным воспитательным циклом суммарное количество непрерывных выходов передач в эфире и пропусков передач до их нового возобновления в эфире.

Пусть  $n$  - количество полных воспитательных циклов трансляции передачи,  $m_n$  - количество непрерывных трансляций передачи в воспитательном цикле с номером  $n$ ,  $k_n$  - количество пропущенных трансляций в этом же воспитательном цикле.

Нетрудно заметить, что для вышеописанных соотношений справедливы равенства  $i = m_1$ ,  $j = k_1$ .

Согласно работе [65] воспитание  $W_{m_n, k_{n-1}}$ , полученное в результате непрерывных трансляций  $m_n$  в воспитательном цикле  $n$ , удовлетворяет соотношению

$$W_{m_n, k_{n-1}} = q \frac{1 - \theta^{m_n}}{1 - \theta} + \theta^{m_n} F_{m_{n-1}, k_{n-1}}, \text{ где}$$

$$F_{m_1, k_1} = q \theta^{k_1} \frac{1 - \theta^{m_1}}{1 - \theta}, \quad F_{m_{n-1}, k_{n-1}} = \theta^{k_{n-1}} \left( q \frac{1 - \theta^{m_{n-1}}}{1 - \theta} + \theta^{m_{n-1}} F_{m_{n-2}, k_{n-2}} \right), \quad F_{m_0, n_0} = 0. \quad (33.11)$$

Аналогично формуле (33.3) можем написать соотношение для параметра «надоело»  $\alpha_n$  для полного воспитательного цикла с порядковым номером  $n$ :

$$\alpha_n = W_{m_n, k_{n-1}} - W_{m_{n-1}, k_{n-1}} = q\theta^{m_n-1} + \theta^{m_n-1}(\theta-1)F_{m_{n-1}, k_{n-1}}. \quad (33.12)$$

Соотношение (33.12) позволяет вычислить величину  $m_n$ :

$$m_n = 1 + \log_{\theta} \left[ \frac{\alpha_n}{q + (\theta-1)F_{m_{n-1}, k_{n-1}}} \right].$$

Аналогично равенству (33.5) можем записать формулу величины ожидания  $\beta_n$  для этого же полного воспитательного цикла:

$$\beta_n = F_{m_n, k_n} - F_{m_n, k_n+1} = \theta^{k_n} (1-\theta) \left( q \frac{1-\theta^{m_n}}{1-\theta} + \theta^{m_n} F_{m_{n-1}, k_{n-1}} \right). \quad (33.13)$$

Соотношение (34.13) дает возможность вычислить значение  $k_n$ :

$$k_n = \log_{\theta} \left[ \frac{\beta_n}{(1-\theta) \left( q \frac{1-\theta^{m_n}}{1-\theta} + \theta^{m_n} F_{m_{n-1}, k_{n-1}} \right)} \right].$$

Пусть справедлива цепочка равенств

$$\alpha_l = \beta_l, \quad l = \bar{1, n},$$

которая влечет соотношение

$$q\theta^{m_n-1} + \theta^{m_n-1}(\theta-1)F_{m_{n-1}, k_{n-1}} = \theta^{k_n} (1-\theta) \left( q \frac{1-\theta^{m_n}}{1-\theta} + \theta^{m_n} F_{m_{n-1}, k_{n-1}} \right). \quad (33.14)$$

Равенство (33.14) позволяет записать формулу для вычисления  $k_n$ :

$$k_n = \log_{\theta} \left[ \frac{q\theta^{m_n-1} + \theta^{m_n-1}(\theta-1)F_{m_{n-1}, k_{n-1}}}{(1-\theta) \left( q \frac{1-\theta^{m_n}}{1-\theta} + \theta^{m_n} F_{m_{n-1}, k_{n-1}} \right)} \right]. \quad (33.15)$$

На основе соотношения (33.15) можно рассчитать приближенное количество  $k_n$  необходимых пропусков в трансляции передач, зная коэффициент памяти  $\theta$  зрителя передачи, количество передач  $m_l$ , вызывающих положительные эмоции в каждом полном воспитательном цикле и используя рекуррентные формулы (33.11). Для вычисления параметра  $k_n$  целесообразно разработать компьютерную программу, позволяющую определять значения  $k_l$  и  $F_{m_l, k_l}$ , последовательно увеличивая  $l$  от 1 до  $n$ . Очевидно, что эта программа также позволит оперативно управлять планом выхода передач в эфире.

Легко видеть, что при преобразовании соотношения (33.15) его правая часть перестает зависеть от величины  $q$ . Поэтому в программе можно задать входной параметр  $q$  равным любому положительному числу.

В частности, предложенная в настоящем разделе модель позволяет сделать качественный вывод о том, что в любом долгосрочном проекте для хорошего восприятия передач зрителями необходимы перерывы в вещании, и

предлагает приближенные формулы для вычисления длительности перерывов в зависимости от памяти зрителя и количества выпущенных в эфир передач проекта.

Отметим, что описанные математические модели могут также использоваться при воспитании роботов с неабсолютной памятью с помощью средств массовой информации.

## 34. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕРЕСА К ПРОЕКТАМ СМИ

### 34.1. ФОРМУЛА ИНТЕРЕСА

В рассматриваемой ниже математической модели будем предполагать последовательную смену одного полного воспитательного цикла другим полным воспитательным циклом.

Пусть  $n$  - количество полных воспитательных циклов трансляции передачи,  $m_n$  - количество непрерывных трансляций передачи в воспитательном цикле с номером  $n$ ,  $k_n$  - количество пропущенных трансляций в этом же воспитательном цикле,  $\theta_n$  - коэффициент памяти зрителя или радиослушателя в полном воспитательном цикле с номером  $n$ ,  $q_n$  - элементарное воспитание (эмоциональное воздействие) у зрителя в результате ознакомления с передачей в полном воспитательном цикле с номером  $n$ .

Поделив обе части соотношения (33.12) на соотношение (33.13), получим

$$\gamma_n = \frac{\alpha_n}{\beta_n} = \frac{q_n \theta_n^{m_n-1} + \theta_n^{m_n-1} (\theta_n - 1) F_{m_n-1, k_n-1}}{\theta_n^{k_n} (1 - \theta_n) \left( q_n \frac{1 - \theta_n^{m_n}}{1 - \theta_n} + \theta_n^{m_n} F_{m_n-1, k_n-1} \right)}. \quad (34.1)$$

Величину  $\Delta_n = \frac{1}{\gamma_n} = \frac{\beta_n}{\alpha_n}$  назовем параметром интереса к передаче. Будем считать, что большему интересу к передаче соответствует большее значение  $\Delta_n$ , и наоборот.

Зная величину  $\gamma_n$ , из равенства (34.1) нетрудно найти величину  $k_n$ , которая будет удовлетворять формуле

$$k_n = \log_{\theta_n} \frac{q_n \theta_n^{m_n-1} + (\theta_n - 1) \theta_n^{m_n-1} F_{m_n-1, k_n-1}}{\gamma_n (1 - \theta_n) \left( q_n \frac{1 - \theta_n^{m_n}}{1 - \theta_n} + \theta_n^{m_n} F_{m_n-1, k_n-1} \right)}. \quad (34.2)$$

Отметим, что при известных величинах  $\gamma_i$ ,  $q_i$ ,  $\theta_i$ ,  $m_i$ , где  $i = \bar{1, n}$ , можно вычислить количество необходимых пропусков  $k_n$  передач в полном воспитательном цикле с порядковым номером  $n$ , обеспечивающих заданную величину  $\gamma_n$ .

## 34.2. ПРОГРАММА РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛИ

В настоящем разделе приведем описание программы при условии  $\gamma_i = \gamma = const$ ,  $i = \overline{1, n}$ , позволяющей при известных  $\gamma$ ,  $q_i$ ,  $\theta_i$ ,  $m_i$ , где  $i = \overline{1, n}$ , вычислять необходимое количество  $k_n$  пропусков передач в полном воспитательном цикле с порядковым номером  $n$ .

Отметим то, что при выполнении условия  $\gamma_i = \gamma_1 = const$ , где  $i = \overline{1, n}$ , согласно формуле (34.1), справедливо соотношение

$$\gamma_1 = \gamma_i = \frac{\theta_1^{m_1-1}}{\theta_1^{k_1}(1-\theta_1^{m_1})}. \quad (34.3)$$

Программа предполагает выполнение равенства (34.3) и позволяет вычислять значения  $k_n$  при  $n > 1$ .

Приведем краткое описание алгоритма программы:

1. В качестве входных параметров программы задаются численные значения  $n$ ,  $q_i$ ,  $\theta_i$ ,  $m_i$ , где  $i = \overline{1, n}$ ,  $k_j$ , где  $j = \overline{1, n-1}$ .
2. По формуле (34.3) вычисляется значение  $\gamma$ .
3. Согласно соотношению (34.2) вычисляется параметр  $k_n$ .
4. Конец.

Заметим, что программа, прежде всего, позволяет оперативно планировать выход медиапроектов в эфир за счет вычисления необходимого числа пропусков  $k_n$  трансляции передач в текущем полном воспитательном цикле  $n$ , где  $n > 1$ , при условии поддержания заданного интереса  $\gamma_1$ , вычисленного по результатам оценки популярности проекта в первом полном воспитательном цикле. Для расчета всех параметров полного воспитательного цикла с порядковым номером  $n$  программу необходимо отправить на выполнение  $n-1$  раз, последовательно рассчитывая воспитательные циклы, начиная со второго.

Программа написана на языке программирования Delphi 7, выполняется под управлением ОС не ниже Windows XP. Объем загрузочного модуля программы равен 368 Кб. Время выполнения программы при расчете сотого полного воспитательного цикла не превышает 3с. Для работы программы можно использовать компьютеры небольшой вычислительной мощности.

На рисунке 34.1 приведена форма программы.

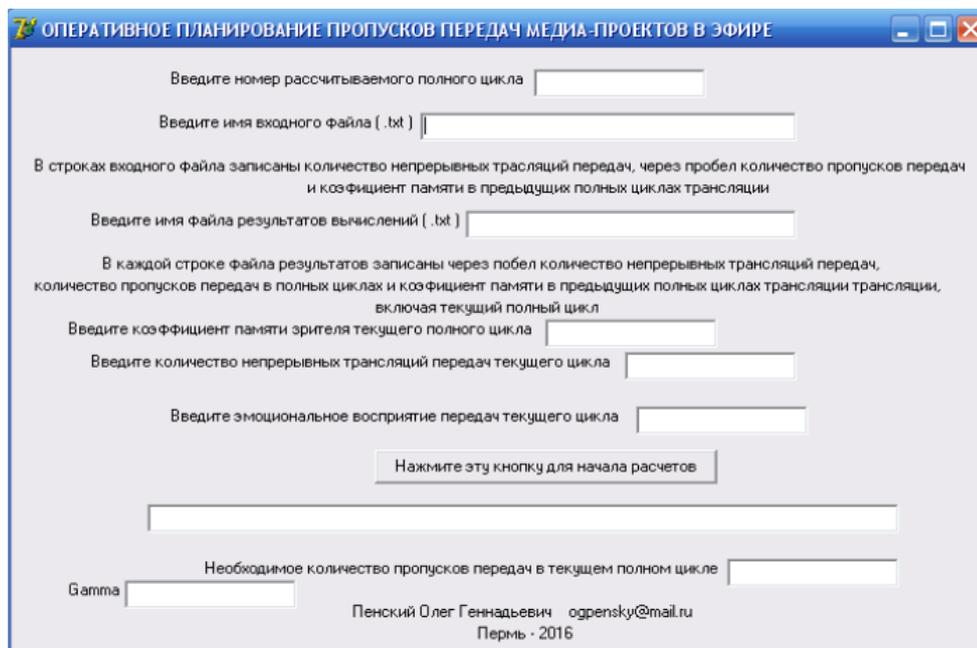


Рис. 34.1. Форма программы

### 34.3. СПОСОБ ПРИБЛИЖЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для выполнения программы необходим ввод входных параметров модели  $q_i$ ,  $\theta_i$ , где  $i = \overline{1, n}$ . Для определения этих параметров предложим использовать программу Санкт-Петербургской компании ЭЛСИС, позволяющую численно измерять эмоциональное состояние человека с помощью количества микровибраций его головы [120].

Мы предлагаем в каждом полном воспитательном цикле производить три измерения эмоционального состояния человека с помощью программы компании ЭЛСИС: в начале трансляции первой передачи полного воспитательного цикла, в конце передачи трансляции первой передачи полного воспитательного цикла и через один пропуск передачи после второго измерения.

Пусть  $R_i^{[j]}$  - соответствующие измеренные значения для воспитательного цикла с порядковым номером  $i$ , где  $j$  - порядковый номер измерения в этом цикле,  $j = \overline{1, 3}$ .

Согласно соотношениям (33.11), можем записать формулы, определяющие эмоциональные состояния для трех измерений:

$$R_i^{[1]} = F_{m_{i-1}, k_{i-1}}, \quad (34.4)$$

$$R_i^{[2]} = q_i + \theta_i F_{m_{i-1}, k_{i-1}}, \quad (34.5)$$

$$R_i^{[3]} = \theta_i q_i + \theta_i^2 F_{m_{i-1}, k_{i-1}}. \quad (34.6)$$

Решая систему уравнений (34.4) – (34.6), получим соотношения

$$\theta_i = \frac{R_i^{[3]}}{R_i^{[2]}}, \quad q_i = R_i^{[2]} - \theta_i R_i^{[1]}. \quad (34.7)$$

Заметим, что при предположениях  $\theta_i = \theta_1 = const$ ,  $q_i = q_1 = const$ , где  $i = \overline{1, n}$ , для работы программы достаточно измерить  $R_1^{[2]}$  и  $R_1^{[3]}$ , а значению  $q_1$  присвоить любое положительное число. Возможность произвольного численного присвоения  $q_1$  объясняется тем, что при перечисленных предположениях правые части расчетных формул (34.1) и (34.2), используемых в алгоритме программы, перестают зависеть от величины  $q_1$ .

В качестве примера использования математической модели приведем таблицу расчетов, выполненных с помощью описанной выше программы. В таблице размещены числа, полученные при постоянных коэффициентах памяти и эмоциональных воздействиях передач для четырех полных воспитательных циклов ( $n = 4$ ).

Таблица 34.1

Пример использования математической модели

| $\theta$ | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|----------|-----|-----|-----|-----|
| $m_1$    | 5   | 5   | 5   | 5   |
| $k_1$    | 6   | 6   | 4   | 4   |
| $m_2$    | 5   | 5   | 5   | 5   |
| $k_2$    | 7   | 7   | 7   | 11  |
| $m_3$    | 5   | 5   | 5   | 5   |
| $k_3$    | 7   | 7   | 6   | 9   |
| $m_4$    | 5   | 5   | 5   | 5   |
| $k_4$    | 7   | 7   | 6   | 9   |

Пока вопрос о построении плана выпуска медиа-проектов, обеспечивающего постоянный интерес массовой аудитории к проекту для разных коэффициентов памяти зрителей или слушателей передач, остается открытым. Но, по крайней мере, описываемый способ построения такого плана может использоваться главными редакторами проектов для оценки аудиторией эмоционального восприятия долговременных медиа-проектов на основе личного восприятия этих проектов самими главными редакторами или экспертами.

### 35. ПРОСТЕЙШИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОПАГАНДЫ И КОНТРОПРОПАГАНДЫ

В настоящее время не изучен вопрос построения математических моделей вычисления воспитания группы субъектов с помощью СМИ. Предложим простейшие модели одновременного воспитания этой группы.

## 35.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОВРЕМЕННОГО ВОСПИТАНИЯ ГРУППЫ СУБЪЕКТОВ

Пусть  $n$  - количество субъектов в группе (количество членов группы),  $j$  - порядковый номер субъекта в этой группе,  $j = \overline{1, n}$ ,  $\theta_{j,i}$  - коэффициент памяти субъекта к моменту воздействия на него передачи СМИ с порядковым номером  $i$ ,  $\theta_{j,i} \in (0, 1 - \delta_j]$ ,  $0 < \delta_j < 1$ ,  $\delta_j = const$ ,  $r_{j,i}$  - элементарное воспитание субъекта  $j$ ,  $R_{j,i}$  - суммарное воспитание члена группы, полученное им в результате воздействия на него общего количества передач.

При введенных обозначениях введем следующее равенство:

$$R_{j,i} = r_{j,i} + \theta_{j,i} R_{j,i-1}. \quad (35.1)$$

По аналогии с формулой (35.1) будем считать, что суммарное воспитание группы субъектов определяется формулой

$$\sum_{j=1}^n R_{j,i} = \sum_{j=1}^n r_{j,i} + \sum_{j=1}^n \theta_{j,i} R_{j,i-1}. \quad (35.2)$$

Разделив обе части равенства (35.2) на величину  $n$ , получим соотношение

$$\frac{\sum_{j=1}^n R_{j,i}}{n} = \frac{\sum_{j=1}^n r_{j,i}}{n} + \frac{\sum_{j=1}^n \theta_{j,i} R_{j,i-1}}{n}. \quad (35.3)$$

Введем следующие обозначения:  $\bar{R}_i = \frac{\sum_{j=1}^n R_{j,i}}{n}$ ,  $\bar{r}_i = \frac{\sum_{j=1}^n r_{j,i}}{n}$ .

Согласно введенным обозначениям равенство (35.3) примет вид

$$\bar{R}_i = \bar{r}_i + \frac{\sum_{j=1}^n \theta_{j,i} R_{j,i-1}}{n}. \quad (35.4)$$

## 35.2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГРУППОВОЙ ПАМЯТИ

Пусть

$$\frac{\sum_{j=1}^n \theta_{j,i} R_{j,i-1}}{n} = \bar{\theta}_i \frac{\sum_{j=1}^n R_{j,i-1}}{n} = \bar{\theta}_i \bar{R}_{i-1}. \quad (35.5)$$

С учетом (35.5) формула (35.4) примет вид

$$\bar{R}_i = \bar{r}_i + \bar{\theta}_i \bar{R}_{i-1}. \quad (35.6)$$

Нетрудно заметить, что согласно соотношению (35.5) справедливо равенство

$$\bar{\theta}_i = \frac{\sum_{j=1}^n \theta_{j,i} R_{j,i-1}}{\sum_{j=1}^n R_{j,i-1}}. \quad (35.7)$$

Коэффициент  $\bar{\theta}_i$  назовем коэффициентом групповой памяти.

Очевидно, что коэффициент групповой памяти при  $r_{j,i} > 0$  удовлетворяет соотношению  $\bar{\theta}_i \in (0, 1 - \delta]$ ,  $0 < \delta < 1$ ,  $\delta = \text{const}$ .

Пусть каждый член группы имеет равноценные эмоции и каждый субъект является равномерно забывчивым [97], т.е. справедливы равенства  $\theta_{j,i} = \theta_j$ ,  $r_{j,i} = q_j > 0$ .

Легко видеть, что при этих условиях

$$\bar{\theta}_i = \frac{\sum_{j=1}^n \theta_j q_j \frac{1 - \theta_j^{i-1}}{1 - \theta_j}}{\sum_{j=1}^n q_j \frac{1 - \theta_j^{i-1}}{1 - \theta_j}} \quad (35.8)$$

### 35.3. МОДЕЛЬ ПРОПАГАНДЫ И КОНТРПРОПАГАНДЫ

Пусть непрерывная пропаганда порождает у группы непрерывное положительное воспитание, задаваемое следующей формулой:

$$\bar{R}_i = r_i + \bar{\theta}_i \bar{R}_{i-1}. \quad (35.9)$$

Одновременно непрерывная контрпропаганда порождает у той же группы отрицательное воспитание  $B_i$ , удовлетворяющее соотношению

$$\bar{B}_i = b_i + a_i \bar{B}_{i-1}, \quad (35.10)$$

где  $\bar{b}_i$  - элементарное воспитание группы, получаемое в результате воздействия передачи СМИ с порядковым номером  $i$ ,  $\bar{a}_i$  - коэффициент групповой памяти при запоминании передач контрпропаганды.

Будем считать, что справедливо неравенство

$$r_i b_i < 0.$$

Пусть побеждает пропаганда контрпропаганду, если выполняется условие  $|B_i| < R_i$ ; если справедливо соотношение  $|B_i| > R_i$ , то контрпропаганда побеждает пропаганду; если справедливо равенство  $|B_i| = R_i$ , то группа находится в состоянии эмоционального ступора, при котором не может принять решения ни в пользу пропаганды, ни в пользу контрпропаганды.

Рассмотрим последний из перечисленных случаев, так как он описывает ситуацию, после наступления которой группа может принять решение, как в пользу пропаганды, так и в пользу контрпропаганды.

Согласно соотношениям (35.9) и (35.10) этот случай описывается формулой

$$\bar{r}_i + \bar{\theta}_i \bar{R}_{i-1} + \bar{b}_i + a_i \bar{B}_{i-1} = 0. \quad (35.11)$$

Пусть в условиях наступления ступора справедливо соотношение

$$\bar{r}_i + \bar{b}_i = 0. \quad (35.12)$$

Очевидно, что в этом случае соотношение (35.11) примет вид

$$\bar{\theta}_i \bar{R}_{i-1} = -\bar{a}_i \bar{B}_{i-1}.$$

Предположим, что ступор группы длится на протяжении двух следующих друг за другом передач СМИ: передачи с порядковым номером  $i$  и передачи порядковым номером  $i-1$ .

Легко видеть, что в этом случае справедливо соотношение

$$\bar{\theta}_i = \bar{a}_i, \quad (35.13)$$

которое согласно соотношениям (35.7) и (35.12) при равномерной забывчивости и равноценности эмоций при воздействии средств контрпропаганды и пропаганды на каждого члена группы эквивалентно равенству

$$\frac{\sum_{j=1}^n \theta_j q_j \frac{1-\theta_j^{i-1}}{1-\theta_j}}{\sum_{j=1}^n q_j \frac{1-\theta_j^{i-1}}{1-\theta_j}} = -\frac{\sum_{j=1}^n a_j h_j \frac{1-a_j^{i-1}}{1-a_j}}{\sum_{j=1}^n h_j \frac{1-a_j^{i-1}}{1-a_j}}, \quad (35.14)$$

где  $a_j$  - коэффициент памяти каждого члена группы для передач контрпропаганды,  $h_j$  - элементарное воспитание, порожденное отдельной контрпропагандистской передачей у члена группы с порядковым номером  $j$ .

Анализ равенства (35.14) позволяет сформулировать следующую теорему.

#### Теорема 35.1

При равенстве коэффициентов памяти каждого члена группы и равенстве модулей равноценных эмоций каждого члена группы для каждой непрерывно транслируемой передачи контрпропаганды и пропаганды группа будет находиться в постоянном эмоциональном ступоре, то есть не сможет принять решения ни в пользу контрпропаганды, ни в пользу пропаганды.

Нетрудно заметить, что, объединяя равенства (35.12) и (35.14), можно сформулировать более общее условие эмоционального ступора групп: *для равномерно забывчивых членов группы и равноценности их эмоций от просмотра каждой передачи пропаганды и контрпропаганды ступор после просмотра передач с порядковыми номерами  $i$  и  $i-1$  наступает тогда, когда одновременно выполняются равенства*

$$\frac{\sum_{j=1}^n \theta_j q_j \frac{1-\theta_j^{i-1}}{1-\theta_j}}{\sum_{j=1}^n q_j \frac{1-\theta_j^{i-1}}{1-\theta_j}} = -\frac{\sum_{j=1}^n a_j h_j \frac{1-a_j^{i-1}}{1-a_j}}{\sum_{j=1}^n h_j \frac{1-a_j^{i-1}}{1-a_j}}, \quad (35.15)$$

$$\sum_{j=1}^n q_j = -\sum_{j=1}^n h_j$$

Отметим, что соотношения (35.15) позволяют найти такой порядковый номер  $i$  при непрерывной трансляции передач, при котором может наступить изменение группового сознания или в пользу пропаганды, или контр-пропаганды.

Для определения численного значения  $i$  необходимо знать коэффициенты памяти  $\theta_j$ ,  $a_j$  и элементарные воспитания  $q_j$ ,  $h_j$  для каждого члена группы. Эти величины можно измерить, используя методику, приведенную в предыдущем разделе.

Предложенные математические модели могут применяться при построении плана трансляции передач в условиях пропаганды и одновременной контрпропаганды, в том числе среди групп роботов, с целью предотвращения наступления эмоционального ступора и устранения нежелательных эффектов, связанных с изменением взглядов при формировании нужного общественного сознания.

### **36. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ПСИХОЭМОЦИОНАЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ К СПОРТИВНЫМ ТРЕНИРОВКАМ ДЕТЕЙ-ИНВАЛИДОВ ПО ЗРЕНИЮ**

Настоящий раздел написан на основе работ Л.В. Шаровой, А.В. Шарова и Ф.Д. Рудакова и является одним из примеров применения описанных выше моделей в такой сфере деятельности человека, как спорт.

Проблема адаптации организма человека, своевременной оперативной диагностики, профилактики и коррекции переходных состояний сегодня является одной из важнейших в биологии, физиологии и медицине.

Интересно изучение вопросов психоэмоциональной адаптации школьников с ограниченными возможностями к зимним видам экстремального туризма, связанного с техникой, например, снегоходным туризмом.

Изучение важности адаптационных возможностей организма к экстремальным видам спорта школьников с ограниченными возможностями здоровья связано с тем, что, во-первых – зимний туризм обеспечивает непосредственное общение с природной средой и техническими средствами, являющимися обязательным условием занятий экстремальными видами снегоходного туризма; во-вторых – научное изучение этого феномена позволит решить ряд социальных задач, связанных с улучшением адаптации школьников-снегоходчиков в социуме.

Говоря о возможностях адаптации школьников-инвалидов по зрению к этому виду спорта, важно отметить следующие ограничения на управление автотранспортными средствами, касающимися именно этой категории инвалидов [106].

В первую очередь, это хронические заболевания глаз, которые сопровождаются значительными нарушениями функции зрения, а также воспаление слезного мешка.

К глазным проблемам, которые могут стать на пути желая стать водителем, также относятся: диплопия и косоглазие, ограничение поля зрения больше чем на  $20^{\circ}$  и понижение остроты зрения ниже 0,6 на глазу, который видит лучше, и ниже 0,2 на глазу, который видит хуже, полное отсутствие на одном глазу, заболевания зрительного нерва и сетчатки. В подтверждение этого приведем медицинские критерии, согласно которым устанавливаются группы инвалидности по зрению [167].

**I группа инвалидности** устанавливается при IV степени нарушений функций зрительного анализатора (см. табл. 1) - значительно выраженных нарушениях функций (абсолютная или практическая слепота) и снижении одной из основных категорий жизнедеятельности до 3 степени с необходимостью социальной защиты. Основные критерии IV степени нарушений функций зрительного анализатора. а) слепота (зрение равно 0) на оба глаза; б) острота зрения с коррекцией лучшего глаза не выше 0,04; в) двустороннее концентрическое сужение границ поля зрения до 10-0 от точки фиксации независимо от состояния остроты центрального зрения.

**II группа инвалидности** устанавливается при III степени нарушений функций зрительного анализатора - выраженные нарушения функций (слабовидение высокой степени), и снижении одной из основных категорий жизнедеятельности до II степени с необходимостью социальной защиты. Основными критериями выраженных нарушений функций зрения являются: острота зрения лучшего глаза от 0,05 до 0,1; двустороннее концентрическое сужение границ поля зрения до 10-20 от точки фиксации, когда трудовая деятельность возможна лишь в специально созданных условиях.

**III группа инвалидности** устанавливается при II степени - умеренных нарушениях функций (слабовидение средней степени) и снижении одной из основных категорий жизнедеятельности до 2 степени с необходимостью социальной защиты. Основными критериями умеренных нарушений функций зрения являются:

а) снижение остроты зрения лучше видящего глаза от 0,1 до 0,3

б) одностороннее концентрическое сужение границ поля зрения от точки фиксации менее 40, но более 20. Отметим, что школьники-инвалиды по зрению страдают в большинстве случаев именно перечисленными симптомами заболеваний.

Таким образом, согласно требованиям к установлению групп инвалидности по зрению и ограничений на вождение автотранспортных средств, инвалиды по зрению, в частности – инвалиды I и II групп, не имеют права выступать в качестве водителей, например, снегоходов.

Выходом из этой ситуации является привлечение инвалидов по зрению к зимнему туризму с использованием снегоходов в качестве пассажиров автотранспортного средства.

Основным из критериев необходимости привлечения школьников-инвали-

дов по зрению к снегоходному туризму, на наш взгляд, является необходимость социальной адаптации детей-инвалидов и устранение у них страха перед окружающим миром, связанным с невозможностью школьников-инвалидов полноценно оценить опасности, идущие от этого мира в незнакомых ситуациях. Зимний снегоходный экстремальный туризм позволит в некоторой степени это устранить, сделать детей более адаптированными к изменяющимся реалиям действительности. Для социальной адаптации детей необходимо постепенно и планомерно устранять страх с одновременным сохранением интереса к зимнему снегоходному туризму, то есть, важна, прежде всего, психоэмоциональная оценка школьников этого вида спорта.

Таблица 36.1  
Критерии установления групп инвалидности по зрению

| Функции зрения   | Степень нарушения функций                                   |  |   |   |
|--|---|--|---|---|
|  | <u>I. Незначительные</u><br>(малая степень<br>слабовидения) | <u>II. Умеренные</u><br>(средняя<br>степень<br>слабовидения) | <u>III. Выраженные</u><br>(высокая степень<br>слабовидения)                   | <u>IV. Значительно<br/>выраженные</u><br>(практическая или<br>абсолютная слепота)                     |
| Острота зрения   | От 0,4 до 0,7   | более 0,1 менее<br>или равно 0,3                             | От 0,05 до 0,1  | От 0 до 0,04  |
| Поле зрения<br>(периферические<br>границы по меридиану<br>от точки фиксации) | Сужено до<br>40 град.                                       | Менее 40 град.,<br>но шире 20 град.                          | Равно или менее 20<br>град., но шире 10<br>град.                              | 10 град - 0   |
| Скотомы в<br>центральной поле<br>зрения                                      | нет   | Единичные<br>относительные<br>скотомы                        | а) единичные<br>абсолютные скотомы;<br>б) множественные не<br>сливные скотомы | а) центральная<br>скотома 10 град. и<br>более;<br>б) парацентральные<br>абсолютные<br>сливные скотомы |
| Показатели ЭФИ   |   |  |   |   |
| Пороги ЭЧ (мкА)  | до<br>80  | до 120   | до 300  | более 300-0   |
| Лабильность (Гц)   |   | до 30  | до 20   | менее 20-0  |
| КЧСМ (Гц)  | до<br>45  | до 30  | до 20   | менее 20-0  |
| Зрительная<br>работоспособность  | нет снижения  | умеренное<br>снижение  | выраженное<br>снижение  | значительно<br>выраженное<br>снижение -<br>отсутствие   |

Адаптируем описанные выше математические модели оценки психоэмоционального влияния передач СМИ на человека [67; 71] к оценке психоэмоционального влияния спортивных тренировок на спортсменов.

В работе [97] приведено соотношение, позволяющее вычислять воспитание человека, получаемое им в результате непрерывного воздействия на него сюжетами и порождающимися в результате этого у него эмоциями:

$$R_i = r_i + \theta_i R_{i-1}, \quad (36.1)$$

где  $i$  – порядковый номер сюжета, воздействующего на человека и порождающего у него элементарное воспитание  $r_i$ ,  $R_i$  – суммарное воспитание человека, полученное им в результате воздействия на него общего количества

сюжетов, равных величине  $i$ ,  $\theta_i$  – коэффициент памяти, характеризующий долю предыдущего суммарного воспитания, которую помнит человек к моменту воздействия на него сюжетом с порядковым номером  $i$ ,  $\theta_i \in (0, 1 - \delta]$ ,  $0 < \delta < 1$ ,  $\delta = const$ .

В нашем случае будем считать сюжетом проведенную со спортсменом тренировку.

Предположим, что  $r_i = q = const$ ,  $q > 0$ ,  $\theta_i = \theta$ ,  $R_0 = 0$ . Легко видеть, что в рамках этих допущений соотношение (37.1) представляет собой сумму членов геометрической прогрессии, которая описывается известной формулой [97]:

$$R_i = q \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta}. \quad (36.2)$$

Пусть значение  $i$  определяет порядковый номер тренировки, то есть, каждая тренировка является сюжетом, порождающим положительное элементарное воспитание  $q$ .

Очевидно, что согласно законам геометрической прогрессии суммарное эмоциональное воспитание при непрерывных спортивных тренировках имеет предел  $R$ , который удовлетворяет соотношению

$$R = \lim_{i \rightarrow \infty} R_i = \frac{q}{1 - \theta}.$$

Таким образом, воспитание обладает сходимостью.

В работе [114] предложено в качестве показателя  $\alpha$  сходимости воспитания к своему предельному значению использовать соотношение, которое для положительной величины  $q$  принимает вид

$$\alpha = R_i - R_{i-1} = q \left( \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta} - \frac{1 - \theta^{i-1}}{1 - \theta} \right) = q \frac{\theta^{i-1} - \theta^i}{1 - \theta} = q \theta^{i-1}. \quad (36.3)$$

Отметим, что согласно соотношению (36.3), с ростом  $i$  скорость увеличения значений суммарного воспитания  $R_i$  становится медленней,  $\lim_{i \rightarrow \infty} \alpha = 0$ , а поэтому эффект эмоционального воспитания спортсмена с ростом количества непрерывных тренировок уменьшается.

Согласно гипотезе грузинского психолога Д.Н.Узнадзе [21] эффект от воспитания при неправильном проведении воспитательных мероприятий может мгновенно поменяться на противоположный. В нашем случае гипотеза Г.М. Узнадзе эквивалента тому, что положительный знак суммарного воспитания  $R_i$  меняется на отрицательный тогда, когда тренировки надоели спортсмену.

Величину  $\alpha$  в формуле (36.3) назовем параметром «надоело».

Нетрудно заметить, что, зная величины параметра «надоело»  $\alpha$ , элементарного воспитания  $q$  и коэффициента памяти  $\theta$ , можно согласно равенству (36.3) определить порядковый номер  $i$  тренировки, начиная с которой положительное отношение спортсмена к спорту может поменяться на отрицательное, а, значит, спортсмен может прекратить занятие спортом. Легко видеть, что этот порядковый номер определяется формулой

$$i = 1 + \log_{\theta} \frac{\alpha}{q}. \quad (36.4)$$

Отметим, что для того, чтобы тренировки оставляли положительное воспоминание у спортсмена после их завершения, их количество не должно превышать величину  $i$ , удовлетворяющую равенству (36.4).

Опишем формулы, позволяющие определять величину ожидания спортсменом следующей тренировки после предыдущей.

Во время перерыва в тренировках спортсмен частично забывает эмоциональное состояние, которое возникло у него после последней тренировки.

Согласно формулам (36.1) и (36.2) через  $j$  пропусков тренировок воспитание спортсмена  $R_j$  будет определяться формулой

$$R_j = \theta^j q \frac{1 - \theta^i}{1 - \theta}.$$

Эта формула соответствует формуле расчета фиктивных воспитательных тактов, предложенной в работе [97].

Пусть величина  $\beta$ , задаваемая соотношением

$$\beta = R_j - R_{j+1} = q(1 - \theta^i)\theta^j, \quad (36.5)$$

определяет величину ожидания тренировки спортсменом после их перерыва.

Очевидно, что, чем меньше величина ожидания  $\beta$ , тем с большим желанием спортсмен воспримет начало нового цикла тренировок.

Количество временных пропусков  $j$  тренировок, необходимое для доброжелательного восприятия спортсменом новых тренировок, можно получить из равенства (36.5):

$$j = \log_{\theta} \frac{\beta}{q(1 - \theta^i)}.$$

Предложенная модель является математической записью гипотезы советского психолога Д.Н. Узнадзе о, так называемых, психологических установках человека [114].

Однако для необходимых расчетов возникает проблема разработки методов измерения таких психологических параметров, как элементарное воспитание  $q$ , коэффициент памяти  $\theta$ , параметр «надоело»  $\alpha$ , величина ожидания  $\beta$ .

В приближенном варианте можно считать справедливым равенство

$$\alpha = \beta, \quad (36.6)$$

так как и  $\alpha$ , и  $\beta$  определяют, в общем-то, одно и то же понятие «надоели тренировки», только в первом случае «надоело» соответствует наступлению эмоционального отрицания тренировок, а во втором – ситуации, когда спортсмену «надоело» то, что тренировок нет.

Исходя из соотношения (36.6) и учитывая формулы (36.3) и (36.5), можем записать следующее равенство:

$$q\theta^{i-1} = q(1 - \theta^i)\theta^j. \quad (36.7)$$

Разрешив уравнение (36.7) относительно  $j$ , получим соотношение

$$j = i - 1 - \log_{\theta}(1 - \theta^i). \quad (36.8)$$

Отметим, что формула (36.8) определяет необходимое количество пропусков спортивных тренировок  $j$  при выполнении условий  $j > 0$  и положительного эмоционального восприятия спортсменом тренировок в результате их непрерывного повторения  $i$  раз, что соответствует выполнению неравенства  $q > 0$ .

Заметим также, что, для практического использования можно определять количество пропусков тренировок  $J$ , большее на единицу расчетного количества пропусков  $j$ , при этом  $J$  вычисляется по формуле

$$J = \text{ant}[j] + 1. \quad (36.9)$$

Легко видеть, что в силу выполнения условия  $\theta \in (0, 1 - \delta]$  при больших значениях величины  $i$  соотношение (36.8) можно записать в приближенном виде следующим образом:

$$j \approx i - 1. \quad (36.10)$$

Назовем тренировочным циклом суммарное количество непрерывных тренировок и пропусков тренировок до их нового возобновления.

Пусть  $n$  - количество полных тренировочных циклов,  $m_n$  - количество непрерывных тренировок в тренировочном цикле с номером  $n$ ,  $k_n$  - количество пропущенных тренировок в этом же тренировочном цикле.

Нетрудно заметить, что для вышеописанных соотношений справедливы равенства  $i = m_1$ ,  $j = k_1$ .

Согласно работе [97] эмоциональное воспитание спортсмена  $W_{m_n, k_{n-1}}$ , полученное в результате непрерывных тренировок  $m_n$  в тренировочном цикле  $n$ , можно записать в виде соотношения

$$W_{m_n, k_{n-1}} = q \frac{1 - \theta^{m_n}}{1 - \theta} + \theta^{m_n} F_{m_{n-1}, k_{n-1}},$$

где

$$F_{m_1, k_1} = q \theta^{k_1} \frac{1 - \theta^{m_1}}{1 - \theta}, \quad F_{m_{n-1}, k_{n-1}} = \theta^{k_{n-1}} \left( q \frac{1 - \theta^{m_{n-1}}}{1 - \theta} + \theta^{m_{n-1}} F_{m_{n-2}, k_{n-2}} \right), \quad F_{m_0, k_0} = 0. \quad (36.11)$$

Аналогично формуле (37.3) можем написать соотношение для пара-метра «надоело»  $\alpha_n$  для тренировочного цикла с порядковым номером  $n$ :

$$\alpha_n = W_{m_n, k_{n-1}} - W_{m_{n-1}, k_{n-1}} = q \theta^{m_n - 1} + \theta^{m_n - 1} (\theta - 1) F_{m_{n-1}, k_{n-1}}. \quad (36.12)$$

Соотношение (37.12) позволяет вычислить величину  $m_n$ :

$$m_n = 1 + \log_{\theta} \left[ \frac{\alpha_n}{q + (\theta - 1) F_{m_{n-1}, k_{n-1}}} \right].$$

Аналогично равенству (37.5) можем записать формулу величины ожидания  $\beta_n$  для этого же тренировочного цикла:

$$\beta_n = F_{m_n, k_n} - F_{m_n, k_{n+1}} = \theta^{k_n} (1 - \theta) \left( q \frac{1 - \theta^{m_n}}{1 - \theta} + \theta^{m_n} F_{m_{n-1}, k_{n-1}} \right). \quad (36.13)$$

Соотношение (36.13) дает возможность вычислить значение  $k_n$ :

$$k_n = \log_{\theta} \left[ \frac{\beta_n}{(1 - \theta) \left( q \frac{1 - \theta^{m_n}}{1 - \theta} + \theta^{m_n} F_{m_{n-1}, k_{n-1}} \right)} \right].$$

Пусть справедлива цепочка равенств

$$\alpha_l = \beta_l, \quad l = \overline{1, n},$$

которая влечет соотношение

$$q\theta^{m_{n-1}} + \theta^{m_{n-1}}(\theta - 1)F_{m_{n-1}, k_{n-1}} = \theta^{k_n} (1 - \theta) \left( q \frac{1 - \theta^{m_n}}{1 - \theta} + \theta^{m_n} F_{m_{n-1}, k_{n-1}} \right). \quad (36.14)$$

Равенство (36.14) позволяет записать формулу для вычисления  $k_n$ :

$$k_n = \log_{\theta} \left[ \frac{q\theta^{m_{n-1}} + \theta^{m_{n-1}}(\theta - 1)F_{m_{n-1}, k_{n-1}}}{(1 - \theta) \left( q \frac{1 - \theta^{m_n}}{1 - \theta} + \theta^{m_n} F_{m_{n-1}, k_{n-1}} \right)} \right]. \quad (36.15)$$

На основе соотношения (36.15) можно рассчитать приближенное количество  $k_n$  необходимых пропусков тренировок, зная коэффициент памяти  $\theta$  спортсмена, количество тренировок  $m_l$ , вызывающих положительные эмоции в каждом тренировочном цикле и используя рекуррентные формулы (36.11).

Легко видеть, что при преобразовании соотношения (36.15) его правая часть перестает зависеть от величины  $q$ . Поэтому в расчетах можно задать входной параметр  $q$  равным любому положительному числу.

Для выполнения расчетов необходимо знание психоэмоциональных параметров спортсмена:  $q$ ,  $\theta$ . Для определения этих параметров предложим использовать программу Санкт-Петербургской компании ЭЛСИС, позволяющую численно измерять эмоциональное состояние человека с помощью подсчета количества микровибраций его головы [120].

Мы предлагаем в каждом тренировочном цикле производить три измерения эмоционального состояния спортсмена: в начале первой тренировки тренировочного цикла, в конце этой тренировки и через один пропуск тренировки после второго измерения.

Пусть  $R^{[j]}$  - соответствующие измеренные значения для первого тренировочного цикла, где  $j$  - порядковый номер измерения в этом цикле,  $j = \overline{1, 3}$ .

Согласно соотношениям (36.1) можем записать формулы, определяющие эмоциональные состояния спортсмена для трех измерений:

$$R^{[1]} = F_{m_{i-1}, k_{i-1}}, \quad (36.16)$$

$$R^{[2]} = q + \theta F_{m_{i-1}, k_{i-1}}, \quad (36.17)$$

$$R^{[3]} = \theta q + \theta F_{m_{i-1}, k_{i-1}}. \quad (36.18)$$

Решая систему уравнений (36.16) – (36.18), получим соотношения

$$\theta = \frac{R^{[3]}}{R^{[2]}}, \quad q = R^{[2]} - \theta_i R^{[1]}. \quad (36.19)$$

В работе [114] показано, что коэффициенты памяти человека  $\theta$  в большинстве случаев удовлетворяют условию  $\theta \in [0.7, 0.9]$ . Несложные вычисления, выполненные на основе формулы (37.19), позволяют построить табл.2, описывающую план оптимального количества тренировок  $i$  и их пропусков  $J$  для этих коэффициентов памяти.

Анализ табл.36.2 позволяет утверждать, что при  $\theta=0.7$ , начиная с тренировки 5, а при значении  $\theta=0.9$ , начиная с тренировки 21, формула (36.9) дает те же результаты вычислений, что и соотношение (36.10).

На основе экспертного оценивания, можно сделать вывод о том, что дети-инвалиды по зрению обладают небольшим коэффициентом эмоциональной памяти, т.е., их коэффициент памяти в большинстве случаев удовлетворяет соотношению  $\theta = 0.7$ .

Первые 7 строк табл.2 предлагают один из путей сохранения постоянного интереса к тренировкам у детей-инвалидов по зрению, в частности к зимнему снегоходному туризму при коэффициенте памяти  $\theta = 0.7$ , за счет планирования количества тренировок, не причиняющих эмоциональный стресс детям, что обеспечивается учетом в выше приведенных формулах положительным восприятием каждой тренировки тренировочного цикла у спортсменов. Однако предложенные в статье формулы дают возможность планировать индивидуальные тренировки спортсменов-инвалидов (и не только инвалидов) с учетом любых значений их коэффициентов эмоциональной памяти.

Таблица 36.2

План оптимального плана количества тренировок

| Коэффициент памяти $\theta$ | Количество $i$ непрерывных тренировок | Количество $J$ пропусков тренировок |
|-----------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 0,7                         | 3                                     | 1                                   |
| -                           | 5                                     | 4                                   |
| -                           | 7                                     | 6                                   |
| -                           | 9                                     | 8                                   |
| -                           | 11                                    | 10                                  |
| -                           | 31                                    | 30                                  |
| 0,9                         | 9                                     | 4                                   |
| -                           | 11                                    | 7                                   |
| -                           | 13                                    | 10                                  |
| -                           | 15                                    | 12                                  |
| -                           | 17                                    | 15                                  |
| -                           | 19                                    | 17                                  |
| -                           | 21                                    | 20                                  |
| -                           | 25                                    | 24                                  |
| -                           | 27                                    | 26                                  |
| -                           | 29                                    | 28                                  |
| -                           | 31                                    | 30                                  |

Отметим то, что описанные выше математические модели оценки эмоционального влияния тренировок на начинающих спортсменов, и, в частности, на детей-инвалидов по зрению, позволяют планировать индивидуальные тренировочные циклы согласно измеренным коэффициентам эмоциональной памяти спортсмена с сохранением положительного восприятия каждой тренировки; также могут использоваться для построения планов тренировок не только для экстремальных, но и других видов спорта.

### 37. О ЕДИНОМ МАТЕМАТИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Рассмотрим один из подходов по применению психологических характеристик к исследованию экономических процессов [20, 49].

#### 37.1. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Введем основное определение теории биржевых эмоций: *биржевой эмоцией*  $M(S(t), t)$  будем называть реакцию биржи на какое-либо значимое событие  $S(t)$ . Таким образом, автоматически решается вопрос об измерении биржевых эмоций, так как если исходить из данного определения,

моментальной биржевой эмоцией является индекс РТС, который измеряется в пунктах.

## **37.2. ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕОРИИ ЭМОЦИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ БИРЖИ**

### **37.2.1. Понятие индекса РТС**

Индекс РТС является официальным индикатором Российской Торговой Системы и представляет собой суммарную капитализацию ведущих Российских компаний, вычисленную в долларах США и выраженную в таких единицах, чтобы 1 сентября 1995 г. индекс равнялся 100. Таким образом, например, значение индекса, равное 1500 (середина 2006 г.) означает, что за почти 11 лет рыночная капитализация компаний из списка РТС выросла в 15 раз.

Каждый будний день индекс РТС рассчитывается в течение торговой сессии при каждом изменении цены инструмента, включенного в список для его расчета. Первое значение индекса является значением открытия, последнее — значением закрытия.

Список акций для расчета (т.н. "Голубыми фишками") индексов пересматривается раз в три месяца и корректируется РТС в целях наибольшей репрезентативности индекса.

"Голубыми фишками" называются акции крупнейших и наиболее успешно развивающихся компаний. Как правило, они являются лидерами своих отраслей, регулярно выплачивают дивиденды и стараются не нарушать права даже мелких акционеров. Этим объясняется относительно небольшое количество "голубых фишек" в каждой из стран. В России это фактические монополисты в своих отраслях - РАО ЕЭС, Мосэнерго, Газпром, Сбербанк, Норникель - и ведущие нефтяные компании - они, как правило, занимают верхние строчки в индексах РТС и ММВБ. Сам термин "голубая фишка" пришел на фондовый рынок из казино - фишки этого цвета обладают наибольшей стоимостью при игре в покер.

Биржевые "голубые фишки" - это наиболее ликвидные акции. То есть их можно легко купить или продать, потому что всегда найдутся желающие совершить с ними сделку. Кроме того, они считаются очень надежными - это определяется особым статусом компаний в экономике страны. Правда, "голубые фишки" - не самое доходное вложение на рынке акций. Исследование, проводившееся в США на протяжении последних 80 лет, показало, что средняя доходность от вложений в "голубые фишки" составляла лишь 11% годовых. "Голубые фишки" служат для инвесторов индикатором того, что происходит с рынком в целом. Если их цена падает, значит будут падать и акции 'второго эшелона'. Если они растут - значит, расти будут и акции менее крупных компаний. Для того чтобы акции пользовались спросом со стороны инвесторов, ключевые акционеры компании должны принять принципиальное решение и выпустить часть принадлежащих им акций в свободное обращение

(free float). По данным Boston Consulting Group, в среднем на российском рынке обращается 27% акций компаний (в США - почти 80%). Однако значительная часть этих объемов приходится на "голубые фишки" - у компаний "второго эшелона" free float, как правило, не превышает нескольких процентов.

### 37.2.2. Основные определения экономических эмоций

В этой части монографии, введенные ранее математические определения эмоций и воспитания, представляются в контексте теории биржи, а именно, Российской Торговой Системы.

В соответствии с Методикой расчета индекса РТС, последний рассчитывается в течение торговой сессии каждые 15 сек. В архив же заносятся значения на период открытия и закрытия каждой торговой сессии, т.е. каждый рабочий день. Поэтому в дальнейшем мы будем измерять время  $t$  в периодах, равных 1 дню.

Введем несколько определений.

Определение 37.1. Биржевой эмоцией  $M(S(t),t)$  будем называть реакцию биржи на какое-либо значимое событие  $S(t)$ .

Из определения следует, что биржевой эмоцией является не что иное, как индекс РТС, который как раз и отображает все колебания рынка ценных бумаг, так как рассчитывается на основании цен сделок и котировок по 21 наиболее ликвидной ценной бумаге.

Определение 37.2. Значимое событие назовем стимулом  $S(t)$ .

Рассмотрим подробнее, что может подразумеваться под стимулом, когда мы имеем дело с биржей.

Индекс РТС – это, по сути, цена крупнейших компаний России, точнее, доля этой цены и движение индекса показывают изменение цен этих компаний. Цена компании зависит от ее нынешней прибыли и от перспектив роста ее прибыли, и от роста самой компании. Прибыль и рост компании зависят от спроса на продукцию компании и, если спрос постоянный, от любых факторов, влияющих на предложение со стороны других компаний. Например, на цену ОАО «Лукойл», занимающего значительную долю в индексах РТС и ММВБ, влияет цена нефти, которая зависит от воспринимаемой покупателями потребности и доступности нефти в ближайшем будущем. И, значит, растут ожидания роста потребности в нефти (холодная зима) растут опасения ограничения ее доступности (война в местах добычи) – растет цена нефти, растет цена ОАО «Лукойл», растет индекс РТС. Указанные индексы отражают цену не только нефтяных компаний, поэтому, не только спрос и цена на нефть влияют на движение индекса.

Так, например, имеют значение такие факторы, как:

- политическая и экономическая ситуация в стране и мире (ипотечный кризис в США);
- политика крупных компаний (слияние, образование, реорганизация и т.д.);

- корпоративные события (приостановка торгов, дополнительная эмиссия, погашение акций, дробление, консолидация, выкуп части акций, выплата дивидендов акциями);
- ожидания покупателей;
- другие события.

При введении этих определений подразумевается, что стимулы и эмоции можно каким-то образом измерять. Так как в предложенной здесь теории в качестве содержательной основы биржевой эмоции выступает индекс РТС, то и измерять биржевые эмоции мы будем в единицах измерения индекса РТС – пунктах.

Также следует отметить, что построенная в этой главе теория не требует количественного измерения стимулов, так как в рассматриваемых связях типа «стимул - реакция» нас интересует именно реакция, т.е. эмоции. Это связано с тем, что в проявившейся реакции отражается и качественная (позитивный / негативный эффект; стабильная / нестабильная ситуация; ожидание / слухи / факты), и количественная (малая / большая локация; макро / микро уровень) характеристика вызвавшего ее стимула.

Нетрудно заметить, что эмоции и стимулы в реальном мире носят парный характер, поэтому без нарушения общности можем предположить, что величины стимулов принимают только неотрицательные значения, но в случае, когда стимул оказывает благоприятное воздействие, производная биржевой эмоции  $\frac{dM(S(t),t)}{dt}$  положительна, а когда неблагоприятное - отрицательна.

### 37.2.3. Биржевое воспитание

Теория эмоций робота, приведенная в предыдущих главах монографии, может быть применена и к бирже РТС, но, т.к. в этом случае будет рассматриваться только один субъект – собственно, биржа – мы будем основываться не на коллективном, а на индивидуальном воспитании, при этом заметим, что содержательный смысл изложенной теории не теряется в контексте терминов, предложенных для биржи. Также от термина «конфронтация», используемого для обозначения отношений между группами в коллективе, т.е. множеств, состоящих по определению из нескольких субъектов, удобно перейти к термину «конфликт», который может применяться и для определения отношений типа «субъект»  $\Leftrightarrow$  «коллектив».

В этом случае теорема 3.1 должна быть сформулирована в виде теоремы 37.1.

Теорема 37.1. Для наибольшего конфликта между субъектами биржи необходимо и достаточно равенство нулю их суммарного воспитания.

Очевидно, что конфликт будет тем острее, чем больше значение  $|R(t)|$ .

Поясним также, что в данной теореме упоминается только «субъект», т.к. конфликт между субъектом и множеством субъектов есть совокупность конфликтов между отдельными субъектами.

Определение 37.1. Скрытый конфликт – конфликт, вызванный равными воспитаниями.

Определение 37.2. Открытый конфликт – конфликт, вызванный равными эмоциями.

Определение 37.3. Глобальный конфликт – конфликт, основанный как на воспитании, так и на эмоциях.

Тогда формулировку теоремы 37.1 можно усилить следующим образом:

Теорема 37.2:

- а) для наибольшего скрытого конфликта между субъектами биржи необходимо и достаточно равенство нулю их суммарного воспитания;
- б) для наибольшего открытого конфликта между субъектами биржи необходимо и достаточно равенство нулю их суммарных эмоций;
- в) для наибольшего глобального конфликта между субъектами биржи необходимо и достаточно выполнение а) и б).

Введем еще одну величину, необходимую для анализа графиков биржевого воспитания и биржевых эмоций.

#### **37.2.4. Темперамент биржи**

В этой главе мы попытаемся определить биржевой темперамент на основании величины тангенса угла наклона касательной к графику биржевого воспитания  $y = kx + b$ .

Напомним, что в психологии широко известны четыре основных типа темперамента:

- 1) сильный, подвижный, неуравновешенный (холерик),
- 2) сильный, подвижный, уравновешенный (сангвиник),
- 3) сильный, инертный, уравновешенный (флегматик),
- 4) слабый, отзывчивый, неуравновешенный (меланхолик).

Для начала, интерпретируем приведенные характеристики каждого типа темперамента применительно к теории биржи.

Основной параметр, характеризующий поведение биржи РТС – *объем торгов в единицу времени*. В качестве такой единицы удобно взять 1 торговую сессию. Объем торгов в единицу времени отражает активность биржи.

Возрастающие потребности приватизированных предприятий в инвестициях, расширение интересов инвесторов, увеличение активности региональных брокеров, а также развитие инфраструктуры рынка ценных бумаг привели к необходимости увеличить *число обращающихся в РТС ценных бумаг*. Но возможен и обратный процесс, в случае, например, приостановки торгов компанией, погашения акций, выкупа части акций т.д.

Также наряду с объемом торгов, весьма информативным показателем является *число заключенных сделок в единицу времени*. А соотношение этих двух параметров как раз и будет оказывать значительное влияние на биржевое определение темперамента (см. табл. 37.1).

Самой очевидной характеристикой биржи в целом и ее темперамента в нашем определении выступает, собственно, индекс РТС и, в частности,

скорость его изменения, то есть, если перейти к данным выше математическим определениям, моментальная биржевая эмоция  $M(S(t), t)$  и показатель скорости ее изменения  $\frac{\partial M}{\partial t}$ .

Таблица 37.1

Характеристики типов биржевого темперамента

| Тип темперамента | Объем торгов в единицу времени | Число обращающихся ценных бумаг | Число заключенных сделок в единицу времени | Скорость изменения индекса РТС |
|------------------|--------------------------------|---------------------------------|--|--------------------------------|
| Холерический     | небольшой                      | большое                         | большое                                    | высокая                        |
| Сангвинический   | большой                        | большое                         | большое                                    | средняя                        |
| Флегматический   | большой                        | большое                         | небольшое                                  | средняя                        |
| Меланхолический  | небольшой                      | небольшое                       | небольшое                                  | низкая                         |

Несмотря на то, что по таким параметрам комбинаторно можно выделить  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$  типа темперамента, делать это нецелесообразно, т.к. не удастся избежать «полутонов» в характеристиках. Рассмотренные в табл.37.1 четыре типа темперамента достаточно полно описывают возможные тип поведения биржи. Не будет лишним провести аналогию с традиционными, выделяемыми в психологии, типами человеческого темперамента: по 3 параметрам, каждый из которых может принимать 2 значения, можно выделить 8 типов темперамента, но практическое значение имеют только 4.

Таким образом, мы можем вывести следующие характеристики поведения биржи, в зависимости от типа ее темперамента в данный период времени:

1. Холерический тип: активное, неуравновешенное поведение, отличается большим числом мелких сделок (отсюда относительно небольшой объем торгов) и «скачущим» индексом РТС. Велика возможность быстрого и легкого заработка при достаточном опыте и везении брокера.
2. Сангвинический тип: активное, уравновешенное поведение, характеризуется большим числом крупных сделок, график индекс РТС не имеет ярко выраженных экстремумов. Лучший тип для получения длительного и прогнозируемого дохода.
3. Флегматический тип: инертное, уравновешенное поведение, которое проявляется в небольшом количестве сделок, но сами сделки крупные. График индекса РТС также не имеет выраженных экстремумов, ход торгов можно охарактеризовать как «вялый». Степень риска – минимальна.
4. Меланхолический тип: неуравновешенное, чувствительное к внешним факторам поведение, выражается в небольшом числе сделок и небольшом объеме торгов. График индекса РТС относительно равный. Хороший вариант для выхода на рынок с целью обучения игре на бирже.

### 37.2.5. Методика определения биржевого темперамента

Согласно разделу 16, описывающему темперамент работа или человека, темперамент описывается неким тангенсом. При анализе результатов с помощью компьютерной программы для каждого из участников исследования мы находили максимальный и минимальный тангенсы угла наклона  $\alpha$  касательной к графику воспитания по всем  $\Delta t_i$   $i = \overline{1,8}$  - т.е. для периодичных  $\Delta t_i$ . В результате был вычислен  $\max tg\alpha$  и установлено, что по величине тангенса можно определить темперамент человека.

Исходя из характеристик каждого типа темперамента мы предположили, что первый тип должен соответствовать наибольшему тангенсу, последний – наименьшему, а остальные два – некоторым его промежуточным значениям.

В результате мы получили, что каждый тип темперамента попадает в свой числовой диапазон, но точно определить его границы не смогли.

Строго говоря, точно определить эти границы нельзя, к тому же психологами доказано, что в «чистом виде» не встречается ни один из типов темперамента. Следовательно, при его определении необходимо использовать понятие многозначности. В нашем случае многозначной будет величина  $\max tg\alpha$  (см. рисунок 37.1)

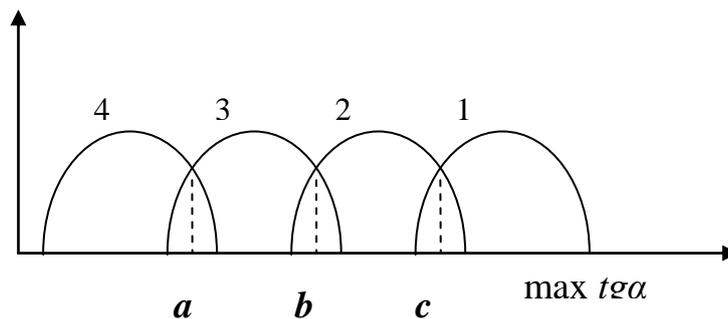


Рис. 37.1. Иллюстрация многозначности

Эта методика была применена и к бирже, относительность темперамента получалась за счет разбиения периода исследований на более короткие периоды, которые исследовались отдельно.

Для определения границ  $a, b, c$  были предложены следующие формулы:

$$dif[i] = \max_{k \in K} tg\alpha,$$

$$a = \frac{1}{4} \left[ \max_{i \in I} dif[i] + \min_{i \in I} dif[i] \right],$$

$$b = \frac{2}{4} \left[ \max_{i \in I} dif[i] + \min_{i \in I} dif[i] \right],$$

$$c = \frac{3}{4} \left[ \max_{i \in I} dif[i] + \min_{i \in I} dif[i] \right],$$

где  $K$  – множество отрезков, на которые разбивается график биржевого воспитания;  $I$  – множество выделяемых периодов в исследуемом отрезке времени.

Формулы были проверены на практике и привели к полному соответствию с имеющимися тестовыми данными.

В разделе 16 мы располагали двумя параметрами: экспериментально определенным по стандартной методике психологическим темпераментом и набором величин  $\max tg \alpha$  для каждого испытуемого. Сопоставив между собой эти данные, мы пришли к выводу, что для определения границ каждого темперамента в имеющейся выборке необходимо выделить четыре группы, две из которых окажутся ниже математического ожидания по выборке, остальные две – выше. Разделив таким образом выборку на 2, мы нашли математическое ожидание для подвыборок, а приведя все формулы к одному виду, получили значения границ типов темперамента.

Так как биржа рассматривается самостоятельно, а не в сравнении с какими-то другими показателями, то для сохранения относительности типа темперамента предлагается исследовать поведение индекса РТС, отражающего поведение биржи, выделяя в рассматриваемом промежутке времени несколько периодов для сравнения. Очевидно, для этих периодов будет выполняться условие, говорящее о том, что периоды должны быть непрерывными и не пересекающимися между собой.

Анализ индекса РТС позволил получить табл.37.2.

Таблица 37.2

Таблица темпераментов

| Таблица темпераментов | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|
| Темперамент           | 1,35 | 0,94 | 0,96 | 0,34 | 2,23 | 1,33 |
| безразмерное значение | 0,3  | 0,2  | 0,2  | 0,1  | 0,5  | 0,3  |

Анализ численных результатов позволяет сделать вывод о том, что значения темпераментов биржи определяются следующими величинами:

- Меланхоличная биржа: (0; 0,3).
- Флегматичная биржа: (0,3; 0,5).
- Сангвиническая биржа: (0,5; 0,8).
- Холерическая биржа: (0,8; 1).

В заключение этой главы отметим, что численные значения интервалов темперамента индекса РТС полностью совпадают с интервалами темперамента человека.

### 37.3. ПРОГРАММА «EXCHANGE EMOUTIONS» АНАЛИЗА ЭМОЦИОНАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ И ПОВЕДЕНИЯ БИРЖИ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИСЧИСЛЕНИЯ ЭМОЦИЙ

#### 37.3.1. Выявление наиболее конфликтных валют

Главное окно модуля представлено на рисунке 37.2.

Файл исходных данных представляет документ в формате \*.txt или \*.xls. Последний с помощью отдельно определенной в программе функции предварительно преобразуется в формат \*.txt. Образец файла исходных данных представлен на рис. 37.3, где строки – значения биржевого воспитания или биржевых эмоций для одной валюты в различные моменты времени.

Результатом работы программы являются матрицы списков конфликтных валют для каждой валюты, т.е. в результирующей матрице на месте каждой валюты находится динамический список конфликтных данной валют. Например, в группе наиболее конфликтных по воспитанию валют в ячейке таблицы  $[i,j]$  записаны валюты, которые в  $j$ -й момент времени являются конфликтными к  $i$ -й валюте. Примеры работы программы изображены на рисунке 37.4.

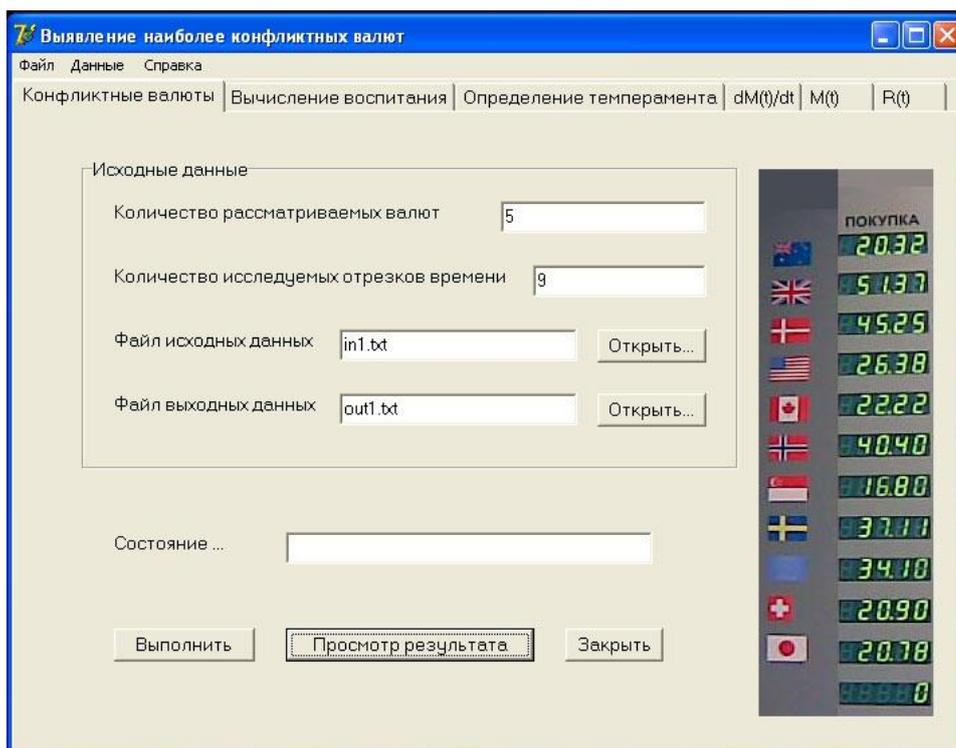


Рис. 37.2. Вкладка №1 программы «Exchange Emotions».

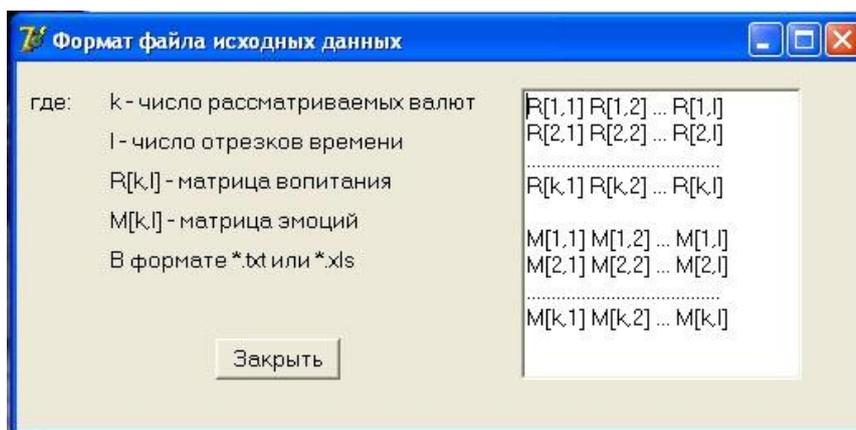


Рис. 37.3. Образец файла исходных данных для выявления наиболее конфликтных валют.

Следует отметить, что все рассчитываемые характеристики записываются в выходной файл в формате \*.txt.

Программа может быть использована для прогнозирования дальнейшего поведения интересующих пользователя валют на валютном рынке РТС, определения тактики игры на бирже, оценки политической ситуации вокруг стран-эмитентов валют.

Группы наиболее конфликтных валют

| R(t) | 1          | 2          | 3          | 4          | 5          | 6       | 7       | 8          | 9          |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|---------|---------|------------|------------|
| 1    | 2, 3, 4, 5 | 2, 3, 4, 5 | 2, 3, 4, 5 | 2, 3, 4, 5 | 4, 5       | 3, 5    | 0       | 5          | 2, 5       |
| 2    | 1, 4, 5    | 1, 3, 4, 5 | 1          | 1, 4, 5    | 3, 4, 5    | 3, 4, 5 | 3, 4, 5 | 4, 5       | 1, 5       |
| 3    | 1, 4, 5    | 2, 1       | 1          | 1, 4, 5    | 2, 4, 5    | 2, 1    | 2, 4    | 4, 5       | 4, 5       |
| 4    | 3, 2, 1, 5 | 2, 1, 5    | 1, 5       | 3, 2, 1, 5 | 3, 2, 1, 5 | 2, 5    | 3, 2    | 3, 2, 5    | 3, 5       |
| 5    | 4, 3, 2, 1 | 4, 2, 1    | 4, 1       | 4, 3, 2, 1 | 4, 3, 2, 1 | 4, 2, 1 | 2       | 4, 3, 2, 1 | 4, 3, 2, 1 |

| M(t) | 1          | 2          | 3          | 4       | 5          | 6       | 7          | 8          | 9          |
|------|------------|------------|------------|---------|------------|---------|------------|------------|------------|
| 1    | 2, 3, 4, 5 | 2, 4, 5    | 2, 3, 4, 5 | 0       | 2, 3, 4, 5 | 3, 5    | 2, 3, 4, 5 | 2, 3, 4, 5 | 2, 5       |
| 2    | 1, 3, 4, 5 | 1, 3, 4, 5 | 1, 3, 4, 5 | 3, 4, 5 | 1, 3, 4    | 3, 4, 5 | 1, 3, 4, 5 | 1, 3, 4, 5 | 1, 5       |
| 3    | 2, 1, 4, 5 | 2, 4, 5    | 2, 1, 4, 5 | 2, 4, 5 | 2, 1, 4    | 2, 1    | 2, 1, 5    | 2, 1, 5    | 4, 5       |
| 4    | 3, 2, 1, 5 | 3, 2, 1, 5 | 3, 2, 1, 5 | 3, 2, 5 | 3, 2, 1    | 2, 5    | 2, 1, 5    | 2, 1, 5    | 3, 5       |
| 5    | 4, 3, 2, 1 | 4, 3, 2, 1 | 4, 3, 2, 1 | 4, 3, 2 | 1          | 4, 2, 1 | 4, 3, 2, 1 | 4, 3, 2, 1 | 4, 3, 2, 1 |

Рис. 37.4. Примеры работы программы

### 37.3.2. Вычисление биржевого воспитания

Главное окно модуля представлено на рисунке 37.5.

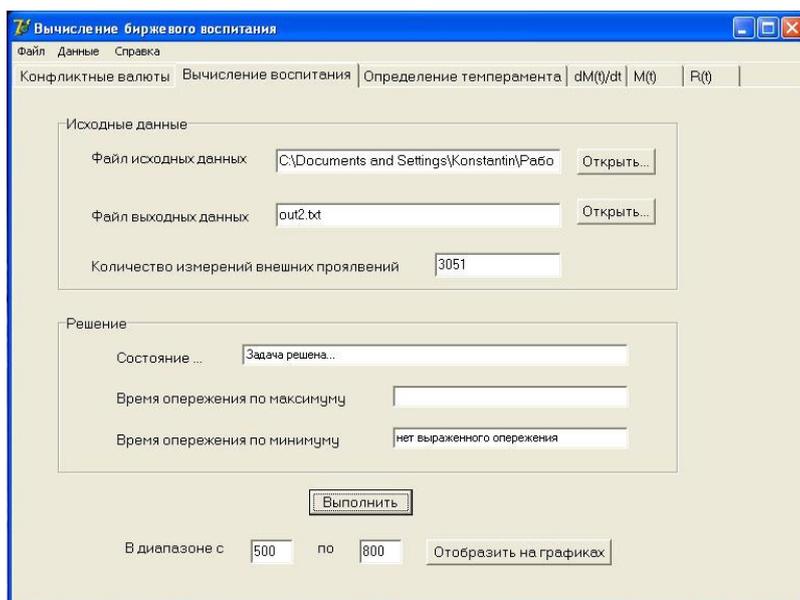


Рис. 37.5. Вкладка №2 программы «Exchange Emotions». Вычисление биржевого воспитания.

Файл исходных данных представляет собой документ в формате \*.txt или \*.xls. Как и в предыдущем случае, существует встроенный компонент для преобразования данных из \*.xls в \*.txt. Образец файла исходных данных представлен на рисунке 37.6, где строки – номер измерения, соответствующее значение биржевых эмоций (т.е. величина индекса РТС).

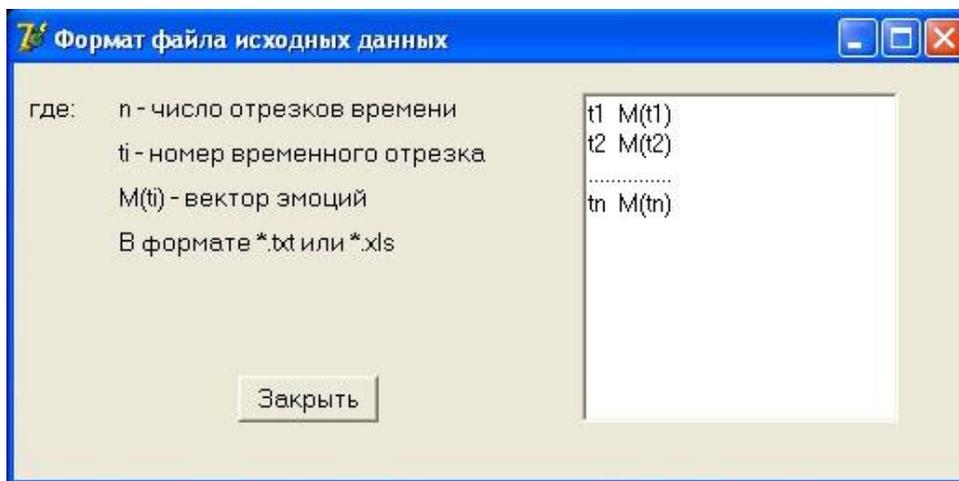


Рис. 37.6. Образец файла исходных данных для вычисления биржевого воспитания.

Результатом работы программы является матрица, строки которой определяют номер измерения, скорость изменения биржевых эмоций, биржевые эмоции, биржевое воспитание. По полученным данным строятся соответствующие графики. Следует отметить, что, т.к. количество измерений достаточно велико, в программе реализована возможность конкретизировать

исследуемый временной отрезок. Примеры графиков изображены на рисунках 37.7 – 37.9.

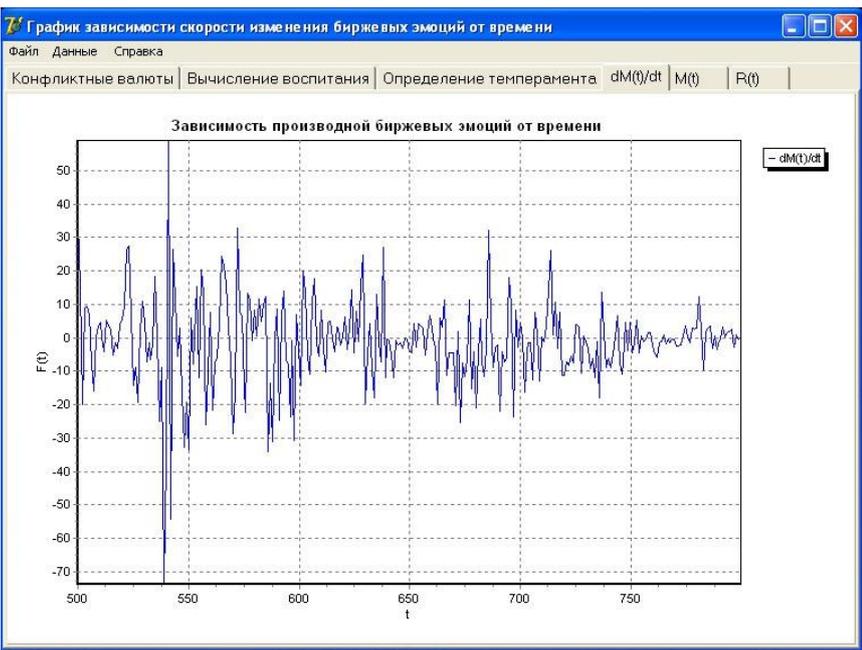


Рис. 37.7. График зависимости скорости изменения биржевых эмоций от времени

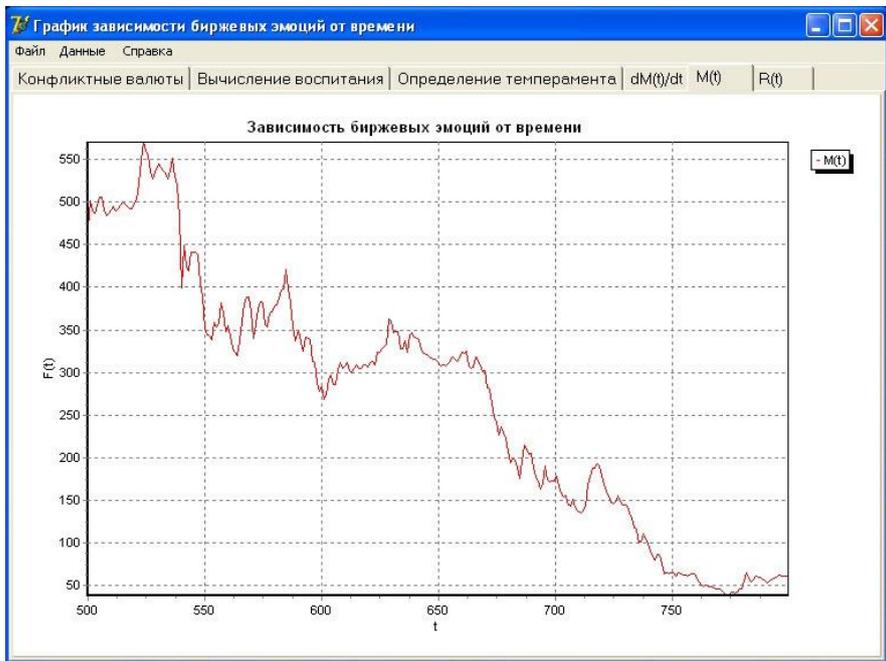


Рис. 37.8. График зависимости биржевых эмоций от времени

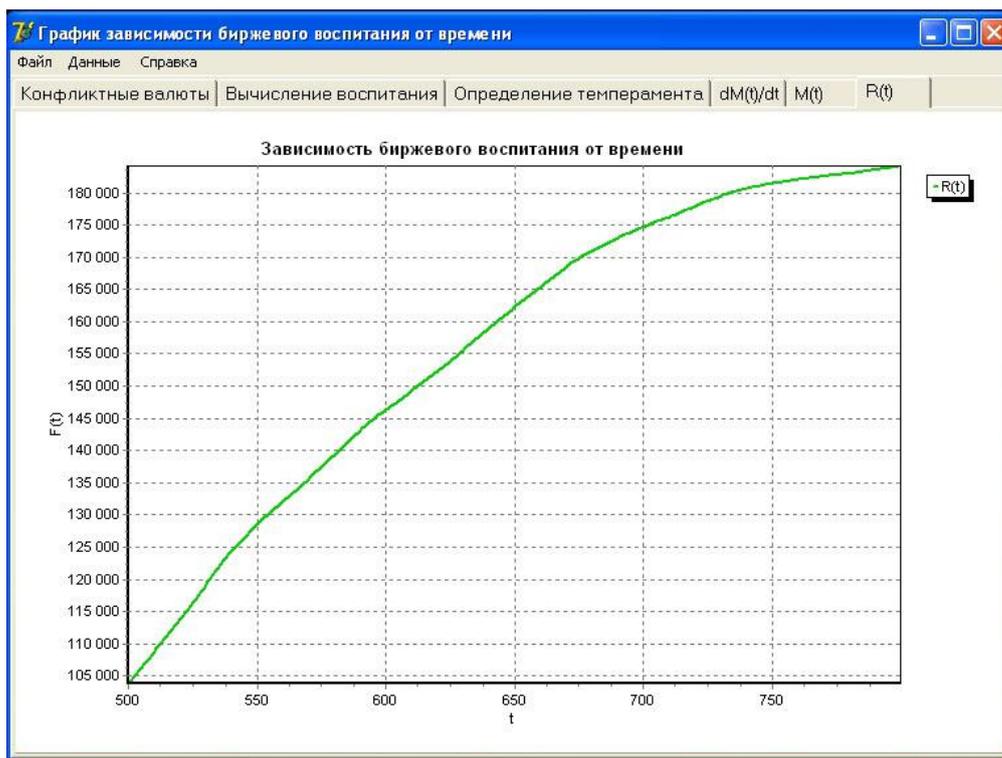


Рис. 37.9. График зависимости биржевого воспитания от времени

Программа может быть использована для прогнозирования дальнейшего поведения биржи, анализа сложившейся экономической ситуации, оценки вероятности конфликта определенных ценных бумаг.

### 37.3.3. Определение биржевого темперамента

Главное окно модуля и пример его работы представлены на рисунке 37.10.

Исходными данными, как и во втором модуле, является файл значений индекса РТС. Результат работы – гистограмма распределения величины  $\max tg \alpha$ , определяющей темперамент биржи.

Программа может использоваться для анализа текущей ситуации на торговой бирже и ее истории.

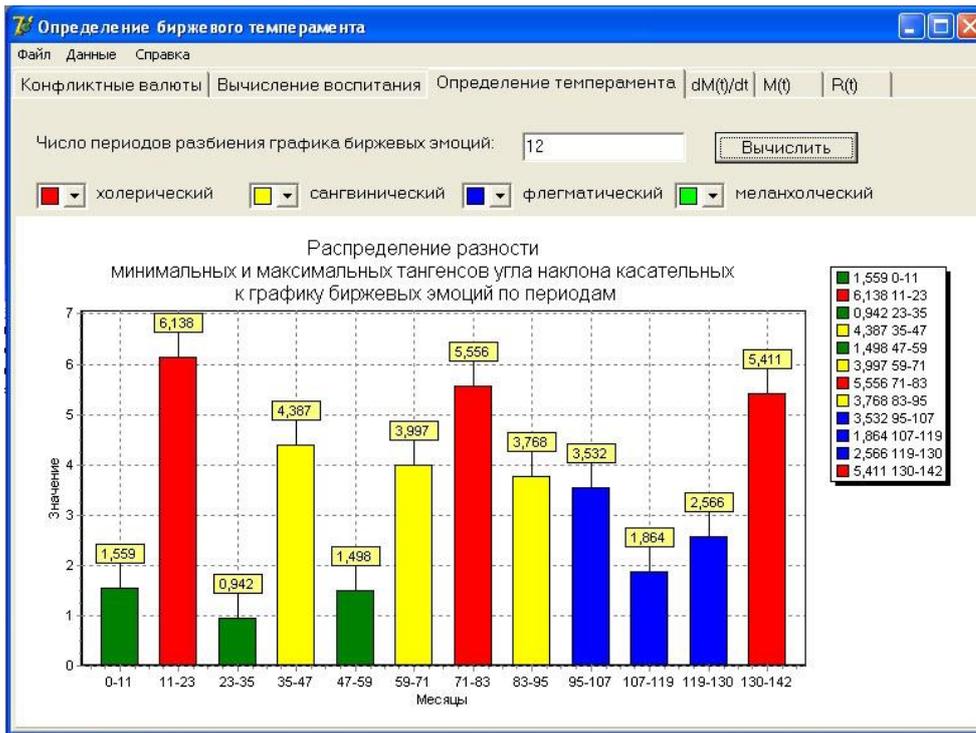


Рис. 37.10. Вкладка №3. Определение биржевого темперамента

Программа написана на языке Delphi 7. Работает под управлением ОС Windows 2000/XP. Время выполнения всех вычислительных операций не превышает нескольких секунд. Программа может быть реализована на компьютерах класса IBM PC.

## 38. КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПОВЕДЕНИЯ ПРОСТЕЙШЕГО ЭМОЦИОНАЛЬНОГО РОБОТА

Для иллюстрации теории, изложенной в разделе 2 для действий робота поставим следующую задачу: разработать компьютерную программу, моделирующую эмоциональное поведение робота, реагирующего на звуковые сигналы, которые поступают в программу через подключенный к компьютеру микрофон. Пусть программа выполняет следующую функцию: по амплитуде входного звукового сигнала определяется характер «улыбки» (смайла), выводимой программой на монитор компьютера в ответ на звуковое воздействие (грустная «улыбка», радостная «улыбка» в различных степенях проявления).

### 38.1. ВХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПРОГРАММЫ

Будем предполагать, что моделируемый робот является равномерно забывчивым. В качестве входных параметров модели, реализуемой программой,

будем использовать коэффициент памяти робота  $\theta$ , равный некоторому постоянному числу из диапазона от нуля до единицы и величину такта.

## 38.2. АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ МИМИЧЕСКОЙ ЭМОЦИОНАЛЬНОЙ РЕАКЦИИ РОБОТА

Предложим следующий алгоритм моделирования мимической эмоциональной реакции робота при взаимодействии с ним одного субъекта посредством звукового сигнала.

Представим алгоритм в виде последовательности шагов, которые необходимо выполнить для того, чтобы робот (программная система) мог мимически, эмоционально реагировать на звуковые сигналы субъекта (человека, животного и т.д.).

Этот алгоритм представим в виде следующей последовательности шагов с некоторыми пояснениями:

1. Преобразование аналогового звукового сигнала, поступающего от микрофона, в последовательность чисел, представляющих собой мгновенные значения амплитуды сигнала. Чаще всего при этом используются устройства, называемые аналого-цифровыми преобразователями. А сам способ преобразования называется импульсно-кодовой модуляцией.
2. Сбор данных, необходимый для последующего анализа.
3. Анализ и агрегирование собранных данных.
4. Выявление силы заранее определенных эмоциональных раздражителей. Другими словами: определение значений сюжетов, действующих на робота (программную систему). В качестве эмоциональных раздражителей могут выступать заранее определенные звуковые характеристики, сбор данных о которых осуществляется на втором и третьем шаге.
5. Расчет моментальных эмоциональных характеристик робота (программной системы) на основе рассмотренной модели эмоций и воспитания (см. раздел 2).
6. Расчет элементарных воспитаний на основе моментальных эмоциональных характеристик.
7. Расчет воспитания на основе элементарных воспитаний и коэффициента памяти робота (программной системы), заданного заранее, до начала работы алгоритма.
8. Визуальное проявление эмоций роботом (программной системой) на основе вычисленного воспитания.

Рассмотрим более подробно каждый из шагов представленного алгоритма.

Для реализации первого шага необходим аналогоцифровой преобразователь. Он присутствует во всех современных звуковых адаптерах. Поэтому для доступа к нему нужно организовать работу с драйвером звукового адаптера. Это можно сделать различными способами. Некоторые из них будут рассмотрены далее. Вообще говоря, важным моментом является настройка

самого преобразования, его характеристик. Необходимо выбрать поддерживаемые звуковым адаптером частоту дискретизации сигнала, дискретность сигнала, количество каналов и другие характеристики.

На втором шаге происходит сбор данных, полученных от звукового адаптера в процессе импульснокодовой модуляции. Хранение данных можно организовать различными способами, например, представлять в виде файлов различных форматов, либо хранить во внутренних структурах данных. При этом стоит учитывать, что объем данных, даже при достаточно коротком взаимодействии субъекта с роботом (программной системой), может значительно расти. Например, при частоте дискретизации 22 050 Гц, дискретности 8 бит, моноканале и 10 сек. взаимодействия робот (программная система) получит от звукового адаптера 220500 байт информации.

На третьем шаге данные анализируются и агрегируются, т.е. вычисляются какие-либо заранее определенные характеристики на основе части или всего массива данных, полученных на предыдущем шаге.

На четвертом шаге происходит сопоставление, т.е. на основе определенных значений вычисленных характеристик происходит выявление значений сюжетов. Правильное сопоставление выявляется экспериментальным путем.

Пятый шаг аналогичен четвертому, только для его выполнения происходит сопоставление моментальных эмоциональных характеристик силам воздействующих сюжетов. Правильное сопоставление также выявляется экспериментальным путем.

Шаги шестой и седьмой – это реализация вычислений на основе формул математической модели, описанных в разделе 3.

На последнем шаге алгоритма происходит организация проявления эмоций роботом (программной системой). Здесь реализовывается какой-либо способ визуального представления эмоций (например, в форме смайла).

Стоит отметить следующую особенность. Если мы хотим создать робота (программную систему), работающего в интерактивном режиме, т. е. реагирующего на звуковые сигналы мгновенно, то процессы сбора данных и их обработки должны выполнять параллельно. Таким образом, второй шаг представленного алгоритма должен выполняться параллельно со всеми последующими шагами.

### **38.3. АРХИТЕКТУРА СИСТЕМЫ SoundBot**

Рассмотрим архитектуру разработанной программной системы SoundBot [65; 97; 99 – 101], реализующую представленный выше алгоритм (см. рисунок 38.1) (числами в овалах обозначены соответствующие этапы алгоритма).

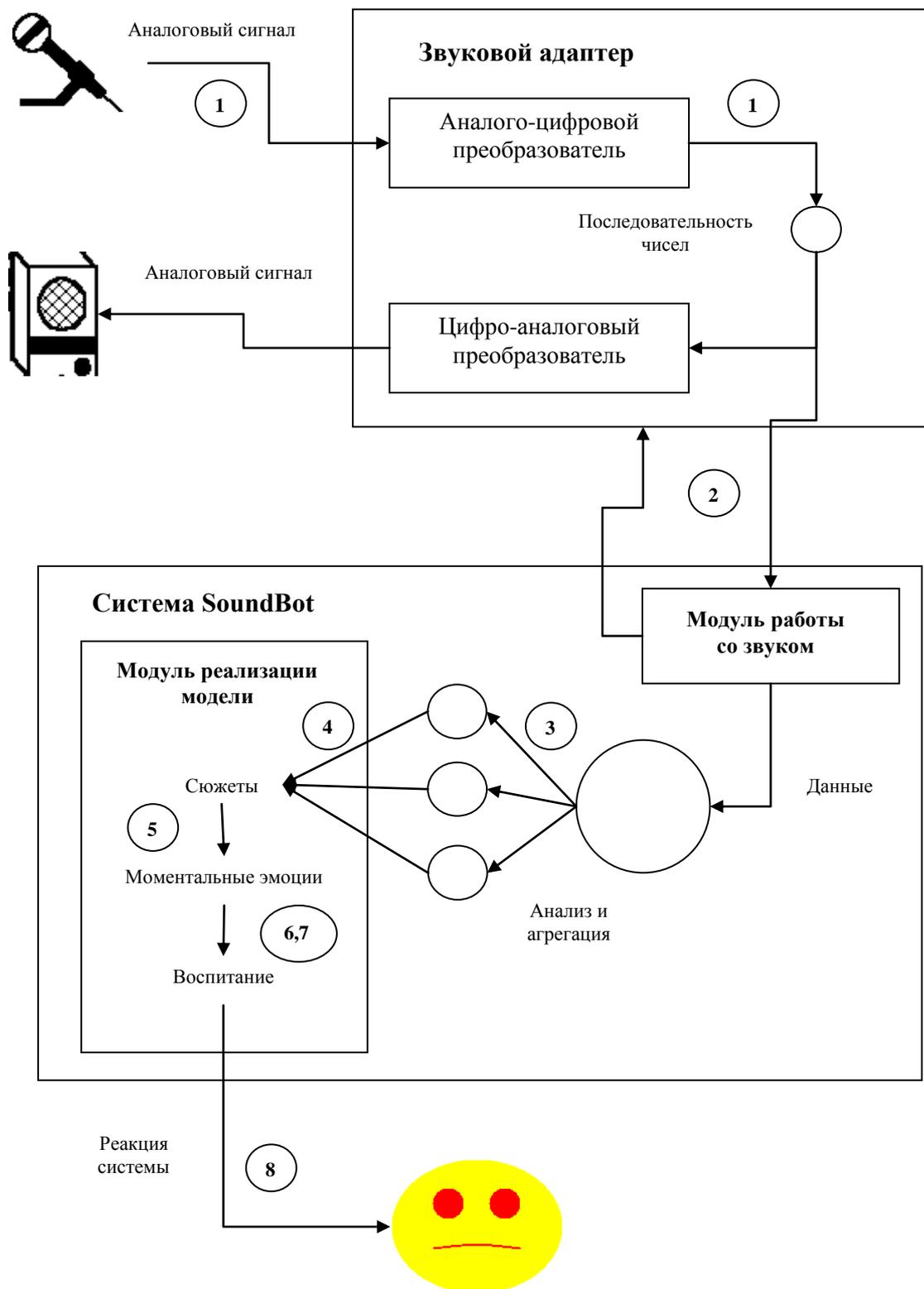


Рис. 38.1. Архитектура программной системы SoundBot

Легко видеть, что архитектура системы напрямую связана с рассмотренным ранее алгоритмом. В ней выделяются два основных модуля:

1. Модуль работы со звуком. Отвечает непосредственно за взаимодействие со звуковым адаптером и сбор необходимых числовых данных.

2. Модуль реализации модели. Отвечает за реализацию предложенной математической модели эмоций и воспитания, просчитывает параметры смайла, являющегося мимической эмоциональной реакцией системы.

Непосредственно между модулями происходит обработка, анализ и агрегация данных. Для реализации интерактивности системы оба модуля работают параллельно.

Рассмотрим основные возможности, принципы функционирования и визуальный интерфейс системы SoundBot.

#### **38.4. ОСНОВНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ СИСТЕМЫ SoundBot**

Система SoundBot реализована на языке C++ в среде Visual Studio 2008, работает на персональном компьютере класса IBM/PC под управлением операционной системы Windows XP и выше. Для работы программы необходим .NET Framework 2.0. Объем программы 100 Кб (exe-файл).

К основным функциям системы SoundBot относятся следующие:

1. Определение основных возможностей мультимедиа устройств, установленных на компьютере.
2. Воспроизведение звуковых файлов в формате .wav.
3. Воспроизведение записи звуковых файлов в формате .wav (только монозапись).
4. Эмоциональное реагирование на воспроизводимые звуковые файлы в формате .wav.

Система SoundBot может в интерактивном режиме эмоционально реагировать на звуковые сигналы, подаваемые ей через микрофон.

#### **38.5. ПРИНЦИПЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ SoundBot**

К основным принципам функционирования системы, которые следует рассмотреть подробно, нужно отнести:

1. Функционирование модуля работы со звуком.
2. Принцип параллельной работы модулей.
3. Эмоциональные раздражители, учитываемые в системе, и принципы формирования их силы.

Как было сказано ранее, существуют различные способы работы со звуковым адаптером. Рассмотренные нами способы используют системные библиотеки Windows, поэтому могут быть применены только при наличии этой операционной системы.

Наиболее простой подход – это использование интерфейса управляющих строк MCI или интерфейса управляющих сообщений MCI. MCI представляет собой универсальный, независимый от особенностей аппаратного обеспечения

интерфейс, предназначенный для управления устройствами мультимедиа, такими как звуковые и видеоадаптеры, устройства чтения (проигрывания) звуковых компакт-дисков и лазерных видеодисков [11; 12]. В большинстве случаев возможности, предоставляемые этим интерфейсом, удовлетворят потребности любого приложения мультимедиа, предназначенного для записи и воспроизведения звуковой или видеоинформации. Но его недостаток заключается в том, что мы не можем в интерактивном режиме считывать и обрабатывать данные, поступающие со звукового адаптера в систему. Поэтому данный способ нам не подходит.

Способом устранения недостатка предлагаемого подхода, основанного на использовании интерфейса управляющих строк MCI или интерфейса управляющих сообщений MCI, является использование интерфейса низкого уровня.

Общая методика использования интерфейса низкого уровня для воспроизведения wav-файлов такова. Сначала выполняется чтение и проверка формата заголовка wav-файла, открытие устройства вывода с указанием конкретного формата звуковых данных. Затем звуковые данные читаются блоками непосредственно из wav-файла, подготавливаются специальной функцией для вывода и затем передаются драйверу устройства вывода. Драйвер выводит их в звуковой адаптер [97]. Приложение имеет полный контроль над процессом воспроизведения, так как оно само должно подготовить блоки данных в оперативной памяти.

Аналогично выполняется запись звуковых данных. Вначале требуется открыть устройство ввода, указав ему формат звуковых данных. Затем необходимо заказать один или несколько блоков памяти и подготовить их для ввода, вызвав специальную функцию. После этого подготовленные блоки нужно по мере необходимости передавать драйверу устройства ввода, который заполнит их записанными звуковыми данными [97]. Для сохранения записанных данных в wav-файле приложение должно сформировать и записать в файл заголовки wav-файла и звуковые данные из подготовленных и заполненных драйвером устройства ввода блоков памяти.

В отличие от интерфейса MCI, где многие параметры принимаются по умолчанию, интерфейс низкого уровня требует внимательного и тщательного учета всех деталей процесса записи и воспроизведения. В качестве компенсации за дополнительно затраченные усилия можно получить большую гибкость и возможность работать со звуковыми данными в реальном времени [97].

Для обеспечения работы системы в интерактивном режиме, т. е. для адаптации системы к взаимодействию с пользователем в реальном времени, модули системы должны работать параллельно.

В системе SoundBot каждый из модулей выполняется в отдельном потоке, что обеспечивает следующие возможности:

1. Одновременно может выбирать новые данные со звукового адаптера и производить анализ последних с последующим вычислением воспитания, которое отражает эмоциональное состояние системы.

2. Одновременно воспроизводить, записывать звуковые данные и производить их выборку для анализа в системе.

Кроме этого для ускорения прорисовки мимической эмоциональной реакции системы, она также выполнена в отдельном потоке.

Пока в системе учитывается только один эмоциональный раздражитель (сюжет) - амплитуда воздействующего звукового сигнала. Каждый отсчет звукового сигнала вызывает раздражение в системе и формирует мгновенные эмоции согласно синусоидальному представлению функции эмоции. Сопоставление сюжетов и эмоций происходит путем указания числовых промежутков, которые показывают, какой сюжет доставляет положительные эмоции, а какой - отрицательные.

## 38.6. ВИЗУАЛЬНЫЙ ИНТЕРФЕЙС СИСТЕМЫ SoundBot

Основная форма системы содержит две вкладки. Первая для воспроизведения и обучения системы на готовых .wav файлах (см. рисунок 38.2).

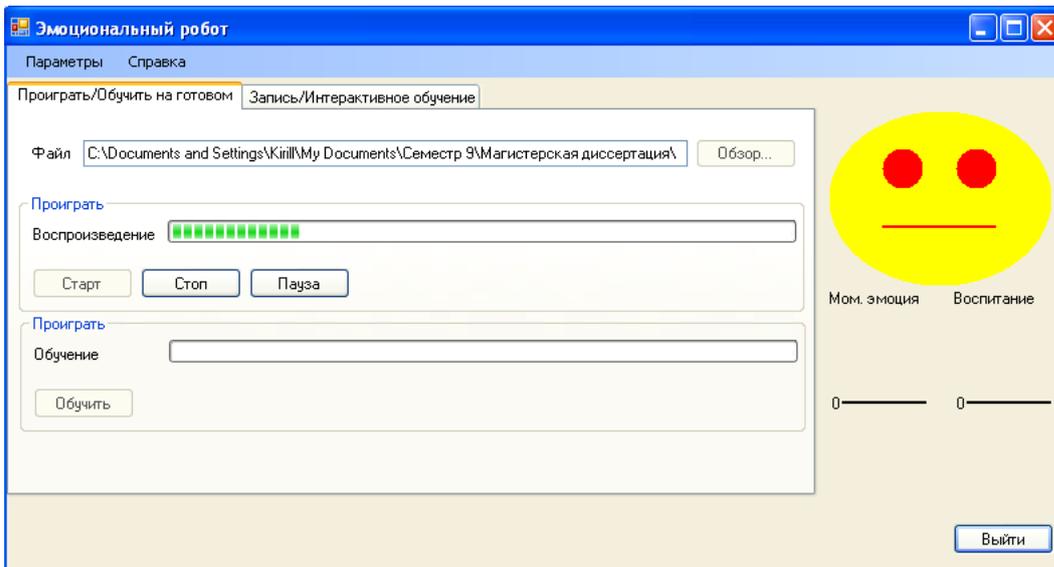


Рис. 38.2. Первая вкладка главной формы программы SoundBot

Вторая вкладка используется для записи .wav файлов и интерактивного общения с системой (см. рисунок 38.3).

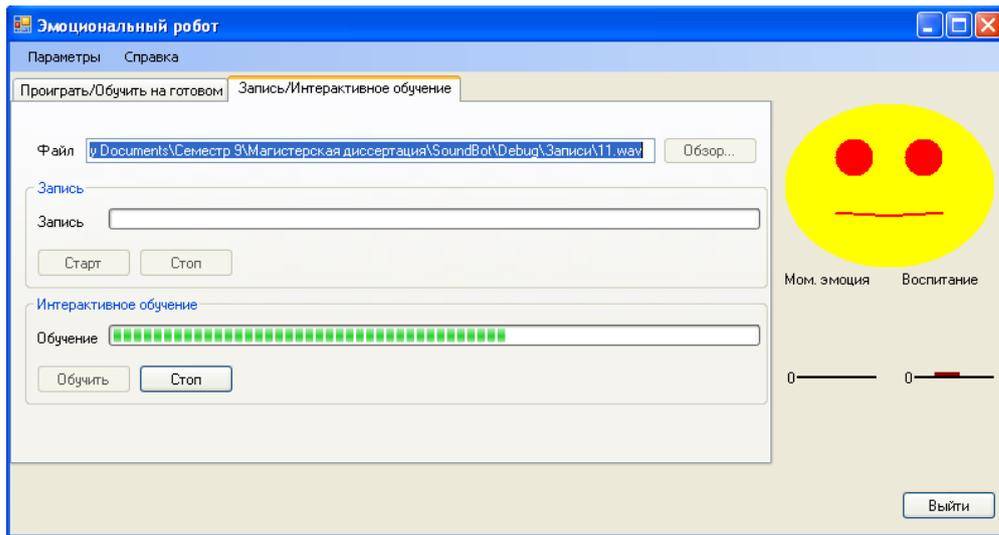


Рис. 38.3. Вторая вкладка главной формы программы SoundBot

Кроме этого, на главной форме можно видеть смайл, отображающий мимические эмоциональные реакции системы, а также текущее значение моментальной эмоции и воспитание.

При помощи главного меню формы можно задать основные параметры (параметры математической модели эмоций, параметры принципов функционирования и параметры работы со звуковыми данными).

Для задания различных параметров используются соответствующие формы (см. рисунки 38.4 и 38.5).

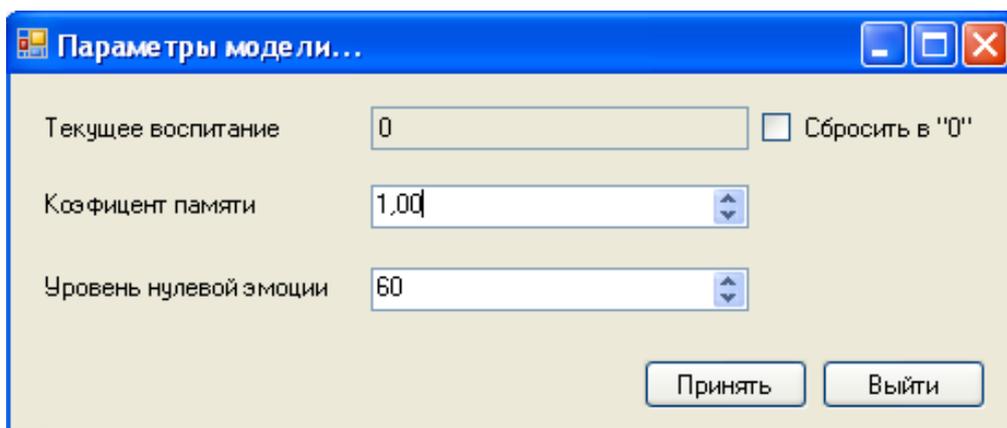


Рис. 38.4. Параметры модели

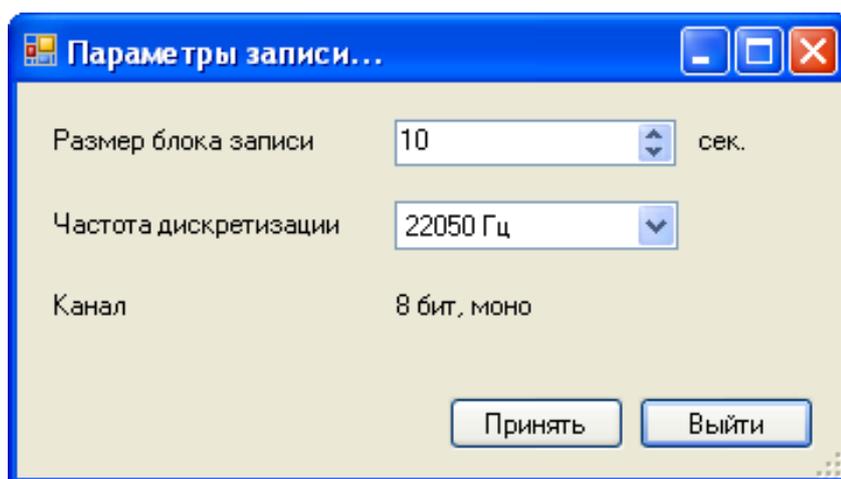


Рис. 38.5. Параметры записи

Чтобы узнать, какие характеристики импульсно-кодowego преобразования поддерживает звуковой адаптер, установленный на компьютере, можно воспользоваться функцией определения возможностей мультимедиа устройств в пункте главного меню «Справка» - «Параметры драйверов...» (настоятельно рекомендуется использовать при первом запуске системы для правильной настройки параметров записи). После использования данной функции появляется экран с описанием мультимедиа устройств (см. рисунок 38.6).

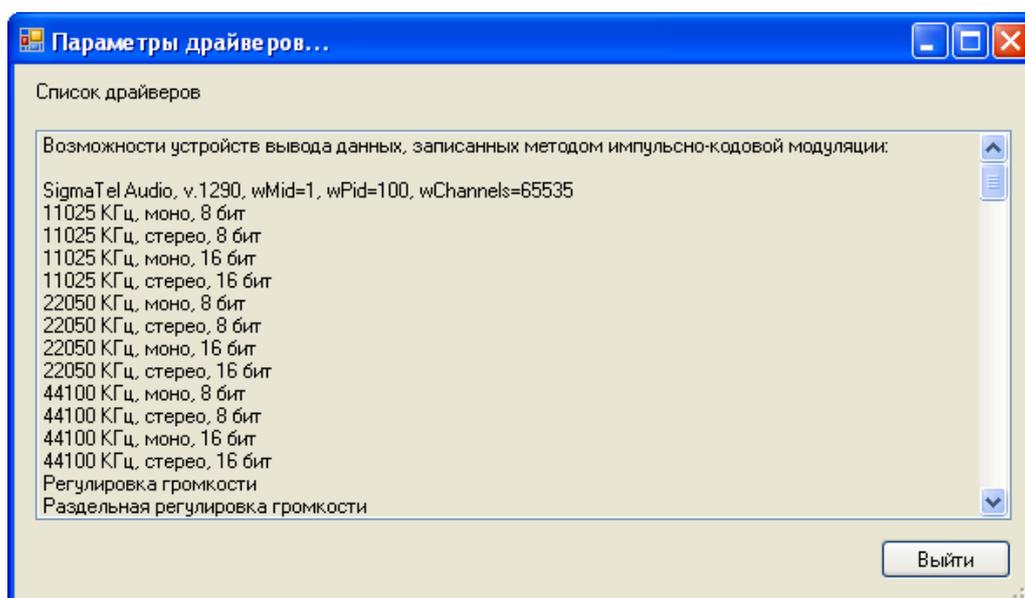


Рис. 38.6. Параметры мультимедиа устройств

Предложенный алгоритм может быть использован для создания эмоциональных роботов. Но требуется более тщательный анализ поступающих звуковых данных с выделением большего числа раздражителей, поэтому программная система SoundBot может рассматриваться как первое приближение к созданию программного обеспечения эмоциональных роботов.

Необходимо учитывать, что алгоритм и система рассчитаны на взаимодействие только с одним субъектом-человеком. Взаимодействие с несколькими субъектами требует рассмотрения более сложной математической модели.

Программная система SoundBot может быть использована, например, для работы с людьми, у которых наблюдается нарушение слуха, для постановки силы голоса актеров вне театрального зала. Систему можно использовать для определения того, какую эмоциональную реакцию поведение субъекта вызывает у окружающих (естественно, реакция системы – это и есть возможная реакция окружающих).

### 39. АНОМАЛЬНОЕ ВОСПИТАНИЕ РОБОТА

Введем следующие определения.

Определение 39.1. Аномальным воспитанием робота  $R_i$  на сюжетах  $S(t)$  назовем последовательность вида

$$R_i = r_i + \theta_i R_{i-1}, \quad (39.1)$$

для которой справедливо равенство  $\lim_{i \rightarrow \infty} R_i = \infty$ , где  $i$  – порядковый номер такта,  $R_i$  – воспитание, полученное роботом в конце такта  $i$ ,  $r_i$  – элементарное воспитание в конце такта  $i$ , причем, справедливы соотношения  $0 < \theta_i \leq Z$ ,  $Z$  – некоторая положительная постоянная,  $Z \geq 1$ .

Сформулируем и докажем следующие теоремы.

Теорема 39.1. Если  $\lim_{i \rightarrow \infty} R_i = A = \text{const} < \infty$ ,  $\lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i = 1$ , то  $\lim_{i \rightarrow \infty} r_i = 0$ .

*Доказательство*

Согласно равенству (39.1) справедлива формула

$$r_i = R_i - \theta_i R_{i-1}. \quad (39.2)$$

Переходя в соотношении (39.2) к пределу и учитывая условия теоремы, получим последовательность формул

$$\lim_{i \rightarrow \infty} r_i = \lim_{i \rightarrow \infty} R_i - \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i \lim_{i \rightarrow \infty} R_{i-1} = A - 1A = 0,$$

что и требовалось доказать.

Теорема 39.2. Для робота с равноценными положительными эмоциями при выполнении условий  $\lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i = 1$ ,  $\theta_{i+1} > \theta_i$  воспитание робота аномальное.

*Доказательство*

Сформулируем теорему несколько иначе:

если  $r_i = q > 0$ ,  $i = 1, \infty$  и  $\lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i = 1$ , то  $\lim_{i \rightarrow \infty} R_i = \infty$ .

Пусть  $\lim_{i \rightarrow \infty} R_i = A = \text{const}$ . Согласно теореме 40.1 справедливо равенство  $\lim_{i \rightarrow \infty} r_i = 0$ , но  $\lim_{i \rightarrow \infty} r_i = q$ . Поэтому  $q = 0$ , что противоречит условию теоремы 2.2 :  $q > 0$ . Поэтому последовательность  $R_i$  расходится.

Нетрудно заметить, что при выполнении условия  $r_i = q > 0$ ,  $i = \overline{1, \infty}$  соотношение (39.1) принимает вид

$$R_i = q(1 + \theta_i + \theta_i \theta_{i-1} + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} + \dots + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} \dots \theta_2 \theta_1) = qD_i. \quad (39.3)$$

Так как последовательность  $R_i$  расходится, то в силу соотношения (39.3) расходится последовательность

$$D_i = 1 + \theta_i + \theta_i \theta_{i-1} + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} + \dots + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} \dots \theta_2 \theta_1.$$

Отметим справедливость неравенства  $D_i > 0$ .

Докажем, что последовательность  $D_i$  монотонно возрастающая.

Справедливо равенство

$$D_i - D_{i-1} = (\theta_i - \theta_{i-1}) + \theta_{i-1}(\theta_i - \theta_{i-2}) + \theta_{i-1}\theta_{i-2}(\theta_i - \theta_{i-3}) + \dots + \theta_{i-1}\theta_{i-2}\dots\theta_2(\theta_i - \theta_1). \quad (39.4)$$

В силу условия теоремы 39.2 справедливы неравенства  $\theta_{i+1} > \theta_i$ ,  $i = \overline{1, \infty}$ , а поэтому согласно соотношению (39.4)  $D_i - D_{i-1} > 0$  или  $D_i > D_{i-1}$ , а, значит, согласно свойству расходящейся монотонно возрастающей последовательности

$$\lim_{i \rightarrow \infty} D_i = \infty.$$

С учетом последнего равенства и соотношения (39.3) справедлива цепочка формул

$$\lim_{i \rightarrow \infty} R_i = q \lim_{i \rightarrow \infty} D_i = \infty.$$

Таким образом, робот обладает аномальным воспитанием.

**Теорема 39.3** Если  $r_i \geq q > 0$  и  $\lim_{i \rightarrow \infty} \theta_i = 1$ ,  $\theta_{i+1} > \theta_i$  то воспитание робота аномальное.

*Доказательство*

Записав равенство (39.1) в развернутой форме и учитывая условие  $r_i > q > 0$ , получим следующую цепочку соотношений:

$$\begin{aligned} \lim_{i \rightarrow \infty} R_i &= \lim_{i \rightarrow \infty} (r_i + \theta_i R_{i-1}) = \lim_{i \rightarrow \infty} (r_i + \theta_i r_{i-1} + \theta_i \theta_{i-1} r_{i-2} + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} r_{i-3} + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} \dots \theta_2 \theta_1 r_0) \geq \\ &\geq \lim_{i \rightarrow \infty} [q(1 + \theta_i + \theta_i \theta_{i-1} + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} + \dots + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} \dots \theta_2 \theta_1)] = \infty, \end{aligned} \quad (39.4)$$

что и требовалось доказать.

**Теорема 39.4**

Если  $\theta_i \geq 1$ ,  $r_i \geq q > 0$ ,  $i = \overline{1, \infty}$ , то воспитание робота аномальное.

*Доказательство.*

Аналогично формуле (39.4) можем записать цепочку соотношений

$$\begin{aligned} \lim_{i \rightarrow \infty} R_i &= \lim_{i \rightarrow \infty} (r_i + \theta_i R_{i-1}) = \lim_{i \rightarrow \infty} (r_i + \theta_i r_{i-1} + \theta_i \theta_{i-1} r_{i-2} + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} r_{i-3} + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} \dots \theta_2 \theta_1 r_0) \geq \\ &\geq \lim_{i \rightarrow \infty} [q(1 + \theta_i + \theta_i \theta_{i-1} + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} + \dots + \theta_i \theta_{i-1} \theta_{i-2} \dots \theta_2 \theta_1)] \geq \\ &\geq \lim_{i \rightarrow \infty} [q(1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1)] \geq \lim_{i \rightarrow \infty} qi = \infty. \end{aligned}$$

Следовательно,  $\lim_{i \rightarrow \infty} R_i = \infty$ , то есть воспитание робота аномально.

В разделе 36 было показано, что групповая память роботов описывается формулой (36.6), которая имеет вид

$$\bar{R}_i = \bar{r}_i + \bar{\theta}_i \bar{R}_{i-1}, \quad (39.5)$$

где коэффициент групповой памяти определяется соотношением

$$\bar{\theta}_i = \frac{\sum_{j=1}^n \theta_{j,i} R_{j,i-1}}{\sum_{j=1}^n R_{j,i-1}}. \quad (39.6)$$

Отметим то, что справедливо неравенство  $R_{j,i-1} > 0$ .

Сформулируем и докажем следующую теорему.

**Теорема 39.5** Если  $\exists l$  такое, что  $\lim_{i \rightarrow \infty} \theta_{l,i} = 1$  и  $r_{l,i} \geq q > 0$ ,  $R_{r,i} < \infty$  при  $k \neq l$ ,

то воспитание группы аномальное.

*Доказательство*

Так как  $\lim_{i \rightarrow \infty} \theta_{ji} = 1$  и  $r_i \geq q > 0$ , то согласно теореме 39.3 справедливо соотношение

$$\lim_{i \rightarrow \infty} R_{l,i} = \infty. \quad (39.7)$$

С учетом формулы (39.7), переходя к пределу при  $i \rightarrow \infty$  в обеих частях соотношения (39.6), получим

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \bar{\theta}_i = \frac{\lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \theta_{j,i} R_{j,i}}{\lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n R_{j,i}} = \frac{\lim_{i \rightarrow \infty} \theta_{l,i} \lim_{i \rightarrow \infty} R_{l,i}}{\lim_{i \rightarrow \infty} R_{l,i}} = \lim_{i \rightarrow \infty} \theta_{l,i} = 1. \quad (39.8)$$

В силу равенства (39.8) и согласно теореме 39.3 справедлива формула

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \bar{R}_i = \infty,$$

т.е., воспитание группы роботов является аномальным, что и требовалось доказать.

Также нетрудно доказать утверждение, говорящее о том, что если, по крайней мере, существует одно аномальное воспитание в группе роботов при возрастающем и монотонном бесконечном стремлении индивидуальных коэффициентов памяти роботов к единице с увеличением количества тактов, или не меньшем единицы хотя бы одного индивидуального коэффициента памяти, то воспитание всей группы будет аномальным.

Будем считать, что индивидуальное аномальное воспитание соответствует психическому заболеванию отдельного робота, а групповое аномальное воспитание означает психоз группы роботов в целом (психоз толпы).

#### **40. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ РОБОТОВ**

В настоящем разделе рассматривается непрерывное общение двух роботов друг с другом, при этом один робот, названный компьютером, имеет

абсолютную память, а второй робот обладает способностью частично забывать прошлое. Второго робота будем называть роботом с неабсолютной памятью или просто – "робот".

Будем рассматривать равномерно забывчивых роботов с равноценными эмоциями, влекущими элементарное воспитание  $q$  [49, 65].

#### 40.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ РОБОТА

Предположим, что в воспитательном процессе при общении робота и компьютера присутствует только один воспитательный уровень с эмоцией, влекущей воспитание  $q$ .

Согласно работе [65] в этом случае компьютер после эмоциональных тактов, количество которых равно  $j$ , получит воспитание  $\bar{R}_j^{[1]}$ , удовлетворяющее соотношению

$$\bar{R}_j^{[1]} = qj, \quad (40.1)$$

а робот с неабсолютной памятью получит воспитание

$$R_j^{[1]} = q \frac{1 - \theta^j}{1 - \theta}, \quad (40.2)$$

где  $\theta$  – коэффициент памяти робота,  $\theta \in [0, 1)$ .

Согласно работе [65] роботом-лидером в группе роботов является робот с наибольшим по модулю воспитанием. Поэтому, считая, что робот попадает в компьютерную зависимость, если компьютер становится лидером, введем следующее определение.

Определение 40.1. Робот впадает в компьютерную зависимость, если модуль воспитания компьютера больше модуля воспитания робота.

#### 40.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ РОБОТА

Согласно определению 40.1 условие компьютерной зависимости робота можно записать формулой  $|\bar{R}_j^{[1]}| > |R_j^{[1]}|$ , которая с учетом соотношений (40.1) и (40.2) примет вид

$$|qj| > \left| q \frac{1 - \theta^j}{1 - \theta} \right|. \quad (40.3)$$

Легко видеть, что соотношение (40.3) эквивалентно неравенству

$$j > \frac{1 - \theta^j}{1 - \theta}.$$

Введем функцию  $\Gamma(j, \theta) = j - \frac{1 - \theta^j}{1 - \theta}$ , которую назовем функцией компьютерной зависимости. Очевидно, что согласно определению, если выполняется условие  $\Gamma(j, \theta) > 0$ , то существует компьютерная зависимость робота, иначе зависимость отсутствует. Чем больше значение функции  $\Gamma(j, \theta)$ , тем сильнее компьютерная зависимость.

Очевидно, что условие  $\Gamma(j, \theta) = 0$  отвечает за критическое состояние взаимоотношения "робот – компьютер", после возникновения которого может появиться компьютерная зависимость у робота.

Вычисления показывают, что уже на первом такте [65] при взаимоотношениях «робот – компьютер» возникает это критическое состояние, а, начиная со второго такта, робот впадает в компьютерную зависимость при любых значениях коэффициентов памяти. Причем значения функции компьютерной зависимости  $\Gamma(j, \theta)$  при равных порядковых номерах тактов тем больше, чем меньше коэффициенты памяти. Этот факт говорит о том, что робот с малыми коэффициентами памяти впадает в более сильную компьютерную зависимость, чем робот с большими величинами  $\theta$ .

Рассмотрим соотношения, определяющие компьютерную зависимость и основанные на моделях алгоритма Д.Н.Узнадзе.

Согласно работе [63] переход на уровень воспитания  $k+1$  с уровня воспитания  $k$  возникает у робота, когда его воспитание удовлетворяет соотношению

$$R^{[k]} = \frac{q}{(1-\theta)^k} + \varepsilon \frac{(1-\theta)^k - 1}{\theta(1-\theta)^{k-1}}, \quad (40.4)$$

где  $q$  – элементарное воспитание робота при равноценных эмоциях на первом воспитательном уровне,  $\varepsilon$  – восприимчивость робота к воспитанию [70].

В работе [70] введена формула, определяющая относительную восприимчивость  $\alpha$  робота к воспитанию, которая имеет вид

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{\frac{q}{1-\theta}}.$$

Легко показать, что в обозначениях  $\alpha$  соотношение (40.4) запишется в виде формулы

$$R^{[k]} = q \frac{\alpha}{\theta} + q \frac{1}{(1-\theta)^k} \left( 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right). \quad (40.5)$$

Очевидно, что для компьютера с абсолютной памятью воспитание  $\bar{R}^{[k+1]}$  при переходе на воспитательный уровень  $k+1$  можно записать соотношением

$$\bar{R}^{[k+1]} = q \prod_{i=1}^k j_i, \quad (40.6)$$

где  $j_i$  – количество тактов на воспитательном уровне  $i$ .

На основе вышеприведенного определения можно записать формулу, определяющую компьютерную зависимость робота. Она будет иметь вид

$$\left| \bar{R}^{[k+1]} \right| > |R^{[k+1]}|.$$

Эта формула с учетом соотношений (40.5) и (40.6) примет вид

$$\left| q \prod_{i=1}^k j_i \right| > \left| q \frac{\alpha}{\theta} + q \frac{1}{(1-\theta)^k} \left( 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right) \right|. \quad (40.7)$$

Легко видеть, что соотношение (40.7) эквивалентно формуле

$$\prod_{i=1}^k j_i > \left| \frac{\alpha}{\theta} + \frac{1}{(1-\theta)^k} \left( 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right) \right|. \quad (40.8)$$

Отметим справедливость неравенства

$$\left| \frac{\alpha}{\theta} + \frac{1}{(1-\theta)^k} \left( 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right) \right| \leq \frac{\alpha}{\theta} + \frac{1}{(1-\theta)^k} \left| 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right|. \quad (40.9)$$

Очевидно, что если будет справедливо неравенство

$$\prod_{i=1}^k j_i > \frac{\alpha}{\theta} + \frac{1}{(1-\theta)^k} \left| 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right|, \quad (40.10)$$

то будет справедливо соотношение (40.8).

Запишем соотношение (40.10) в следующем виде:

$$D_k > \frac{\alpha}{\theta},$$

где  $D_k = \prod_{i=1}^k j_i - \frac{1}{(1-\theta)^k} \left| 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right|$ .

Покажем, что существуют условия, при которых справедлива формула  $\lim_{k \rightarrow \infty} D_k = \infty$ .

Пусть начиная с некоторого значения  $L$  верны соотношения  $j_i > \frac{1}{1-\theta}$ ,

$i = L, \infty$ .

Тогда при условии выполнения неравенства

$$\prod_{i=1}^{L-1} j_i > \frac{1}{(1-\theta)^L} \left| 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right|$$

можно записать следующую цепочку формул:

$$\begin{aligned} & \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \prod_{i=1}^k j_i - \frac{1}{(1-\theta)^k} \left| 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right| \right] > \\ & > \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{(1-\theta)^{k-L}} \left( \prod_{i=1}^{L-1} j_i - \frac{1}{(1-\theta)^L} \left| 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right| \right) \right] = \infty, \end{aligned} \quad (40.11)$$

Легко видеть, что формула (40.11) автоматически влечет выполнение неравенства (40.7), а следовательно, и компьютерную зависимость робота.

Результаты написанного выше можно сформулировать в виде следующей леммы.

Лемма 40.1. Если, начиная с некоторого номера  $L$ , справедливы соотношения

$$j_i > \frac{1}{1-\theta}, \quad i = L, \infty,$$

$$\prod_{i=1}^{L-1} j_i > \frac{1}{(1-\theta)^L} \left| 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right|,$$

то робот с течением времени впадет в компьютерную зависимость.

Получим формулы, позволяющие вычислять количество тактов на каждом воспитательном уровне.

Согласно алгоритму Д.Н.Узнадзе [65] справедливо соотношение

$$R^{[i]} \frac{1-\theta^{j_{i+1}}}{1-\theta} = R^{[i+1]}. \quad (40.12)$$

С учетом равенства (40.5) соотношение (40.12) эквивалентно формуле

$$\left[ \frac{\alpha}{\theta} + \frac{1}{(1-\theta)^i} \left( 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right) \right] \frac{1-\theta^{j_{i+1}}}{1-\theta} =$$

$$= \frac{\alpha}{\theta} + \frac{1}{(1-\theta)^{i+1}} \left( 1 - \frac{\alpha}{\theta} \right). \quad (40.13)$$

Разрешив уравнение (40.13) относительно  $j_{i+1}$ , получим формулу, определяющую количество тактов  $j_{i+1}$  на воспитательном уровне с порядковым номером  $i+1$ , которая будет иметь вид

$$j_{i+1} = \log_{\theta} \frac{\alpha[(1-\theta)^i - (1-\theta)^{i+1}]}{(1-\theta)^i \alpha + \theta - \alpha}. \quad (40.14)$$

Исходя из соотношения (40.14) и леммы можно сформулировать теорему.

Теорема 40.1. Если, начиная с некоторого номера  $L$ , справедливы соотношения

$$\log_{\theta} \frac{\alpha[(1-\theta)^i - (1-\theta)^{i+1}]}{(1-\theta)^i \alpha + \theta - \alpha} > \frac{1}{1-\theta}, \quad i = L, \infty,$$

то робот с течением времени впадет в компьютерную зависимость.

Очевидно, что верхняя граница  $T$  времени, после которого робот впадает в компьютерную зависимость, удовлетворяет равенству

$$T = \tau \sum_{i=2}^k j_i + \tau =$$

$$= \tau \left[ 1 + \sum_{i=2}^k \log_{\theta} \frac{\alpha[(1-\theta)^i - (1-\theta)^{i+1}]}{(1-\theta)^i \alpha + \theta - \alpha} \right],$$

где  $\tau$  – продолжительность одного такта,  $k$  – порядковый номер уровня алгоритма Д.Н.Узнадзе, при котором робот впадает в компьютерную зависимость.

#### **41. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ БЕЗОПАСНОСТИ РОБОТОВ ДЛЯ ЧЕЛОВЕКА**

В настоящее время в связи с интенсивным развитием науки этические проблемы новых знаний приобретают все более острый характер.

Примером этого может служить активно развивающаяся робототехника, на основе которой человечество стремится возложить на машины все больше и больше своих интеллектуальных функций. В Соединенных Штатах Америки уже выработано новое понятие Е-существа, являющегося электронной копией человека [124]. В Канаде, Японии, Швеции, Южной Корее активно ведутся разработки по созданию человекоподобных эмоциональных роботов, которые пока не принимают самостоятельных решений, но реагируют на внешние раздражители-стимулы [49].

Однако в настоящее время в развитых государствах ведутся исследования в оборонной промышленности по созданию интеллектуальных роботов, способных в боевых действиях принимать самостоятельные решения. Так, в Великобритании уже разработан боевой беспилотный бомбардировщик под названием "Громовержец". Уникальность "Громо-вержца" состоит в том, что он является практически полностью автономным беспилотником: аппарат может самостоятельно маневрировать и выполнять другие действия, не требуя постоянного контроля со стороны оператора. К человеку "Громовержец" обращается только за разрешением – уничтожить ли выбранную цель [70].

Очевидно, что решение интеллектуального вопроса об уничтожении цели человек может легко передать британскому бомбардировщику, выполнив несложные изменения в компьютерной программе, описывающей действия "Громовержца" в боевых условиях.

Впервые решение проблемы безопасности роботов для человека предложил американский писатель-фантаст Айзек Азимов. Он сформулировал три закона робототехники, обуславливающие эту безопасность:

- 1 Робот не может причинить вред человеку или своим бездействием допустить, чтобы человеку был причинён вред.
- 2 Робот должен повиноваться всем приказам, которые даёт человек, кроме тех случаев, когда эти приказы противоречат Первому Закону.
- 3 Робот должен заботиться о своей безопасности в той мере, в которой это не противоречит Первому и Второму законам.

В настоящем разделе рассматриваются математические модели, посвященные реализации законов робототехники, а именно той их части, где говорится: "*Робот не может причинить вред человеку...*".

В работах [49, 65] введены понятия эмоций робота и его воспитания. Будем предполагать, что робот постоянно переживает эмоции.

В качестве цели  $A$  воспитания робота [65], обеспечивающего безопасность человека от действий интеллектуальной машины, примем положительное число, значение которого заведомо больше воспитания робота, удовлетворяющего алгоритму Д.Н.Узнадзе для большого количества воспитательных уровней [97] робота.

В работе [65] рассматриваются математические модели, соответствующие случаям, когда сюжеты-стимулы порождают эмоции роботов, поэтому для оценки безопасности роботов для человека важно научиться классифицировать типы сюжетов и эмоции робота, отвечающие за угрозы человеку. Мы будем предполагать, что роботы умеют это делать, и опишем правила реакции робота на сюжеты-угрозы человеку, порождающие соответствующие отрицательные эмоции робота.

Будем предполагать, что робот может самостоятельно оценить, приближает ли вырабатываемая им эмоция к цели  $A$ . В работе [66] приведена математическая модель, позволяющая предписывать знак вырабатываемой роботом эмоции. Общий принцип предписывания знака эмоции следующий: если эмоция приближает робота к поставленной цели  $A$ , то эмоция робота положительна, если эмоция удаляет робота от цели, то эмоция робота отрицательна.

Пусть для безопасности человека при отрицательном значении эмоции робот не выполняет действия, порождаемого этой эмоцией. Сказанное можно описать следующим математическим соотношением если

$$\min_{t \in [t_{i-1}^{[k]}, t_i^{[k]}]} V_i^{[k]}(t) \leq 0, \quad (41.1)$$

то робот никаких действий, причиняющих вред человеку, не выполняет.

В неравенстве (41.1) использованы следующие обозначения [65]:

$$\begin{aligned} V_i^{[k]}(t) &= \\ &= M^{[k]}(t) + R_{i-1}^{[k]}(t) \frac{d\theta_i^{[k]}(t)}{dt} + \frac{dR_{i-1}^{[k]}(t)}{dt} \theta_i^{[k]}(t) \end{aligned}$$

– итоговая эмоция робота, порожденная сюжетом-угрозой,  $i$  – порядковый номер эмоционального такта,  $k$  – порядковый номер воспитательного уровня,  $t$  – текущее время воспитания робота,  $M^{[k]}(t)$  – эталонная эмоция воспитательного уровня  $k$ ,  $R_{i-1}^{[k]}(t)$  – воспитание робота на воспитательном уровне  $k$ , соответствующее такту  $i-1$ ,

$$R_i^k(t) = \int_{t_{i-1}^{[k]}}^t M^{[k]}(\tau) d\tau + \theta_i^{[k]}(t) R_{i-1}^{[k]}(t),$$

$t_i^{[k]}$  – время конца такта  $i$  воспитательного уровня  $k$ ,  $t_{i-1}^{[k]}$  – время начала такта  $i$  воспитательного уровня  $k$ ,  $t \in [t_{i-1}^{[k]}, t_i^{[k]}]$ ,  $\theta_i^{[k]}(t)$  – коэффициент эмоциональной памяти робота для такта  $i$  воспитательного уровня  $k$ .

Опишем условия, при которых робот опасен для человека.

В работе [65] предложена математическая модель-гипотеза, описывающая силу воли робота и человека.

Силой воли при достижении цели  $A$  названа функция

$$Y(t) = \frac{\int_0^t \delta(\tau) d\tau}{t},$$

где  $\delta(t)$  – величина достижения цели ко времени  $t$ , которая удовлетворяет соотношению  $\delta(t) = \frac{R_i^{[k]}(t)}{A}$ .

Предполагая истинность положения психологии о том, что существо с более сильной волей / при большем значении модуля функции  $Y(t)$  / может психологически подавить существо со слабой силой воли / при меньшем значении модуля функции  $Y(t)$ /, в работе [69] доказана теорема о том, что робот с абсолютной памятью опасен для человека. Эту теорему можно перефразировать так: *"Помнящая все и не способная забывать прошлое эмоциональная машина опасна для человека"*.

## ЧАСТЬ II

# ЭМОЦИОНАЛЬНО-ЛОГИЧЕСКИЕ РОБОТЫ С НЕАБСОЛЮТНОЙ ПАМЯТЬЮ

### 42. ОБ ИНФОРМАЦИОННЫХ АСПЕКТАХ Е-существа

В настоящее время ученые США рассматривают вопрос о создании электронной копии человека, которую называют Е-существом [124].

Попробуем исследовать идею американцев с информационной точки зрения.

Сделаем ряд замечаний:

1. Любой человек не обладает абсолютной памятью, т.е. часть полученной информации он забывает: это его природное свойство.
2. Существующий человек способен накапливать информацию, моментально не забывая часть ее, конечными порциями.

Приведем следующие определения.

Определение 42.1. Порцией будем называть количество новой информации, которая полностью запоминается человеком.

Определение 42.2. Время поступления порции назовем информационным тактом.

Отметим одно очевидное свойство порции: количество бит  $s_i$  в порции  $i$  ограничено, т.е. существует такое число  $q$ , для которого всегда справедливы неравенства

$$s_i \leq q, \quad q \geq 0, \quad i = 0, \infty.$$

Аналогично методике, изложенной в разделе 2, запишем формулу

$$S_{i+1} = s_{i+1} + \lambda_{i+1} S_i, \quad (42.1)$$

где  $i$  – номер информационного такта,  $i = 0, n$ ;  $s_{i+1}$  – порция с порядковым номером  $i+1$ ;  $S_{i+1}$  – вся информация, которую запомнил человек в результате  $i+1$  информационного такта;  $\lambda_{i+1}$  – коэффициент информационной памяти человека (характеризует часть запоминаемой полной информации от предыдущих  $i$  информационных тактов). Очевидно, что коэффициент информационной памяти человека, соответствующий концу информационного такта, удовлетворяет соотношению  $0 \leq \lambda < 1 - \delta$ ,  $\delta > 0$ ,  $\delta = const$ ,

$\lambda \geq \lambda_i$ ,  $i = 0, \infty$ , причем существует такое число  $\lambda < 1$ , что  $\lambda \geq \lambda_i$ ,  $i = 0, \infty$ ,  $\lambda \in (0, 1)$ .

В силу свойства информации справедливо неравенство  $s_i \geq 0$ , следовательно, вся накопленная информация больше или равна нулю.

Предположим, что создана электронная копия человека. Докажем одно из информационных свойств этой копии.

Теорема 42.1. Полная информация  $S$ , которую может запомнить чип копии, ограничена.

Доказательство. Используя методику, изложенную в разделе 2, свойства порции и соотношение (42.1), легко получить неравенство

$$S_{i+1} \leq q \frac{1 - \lambda^{i+1}}{1 - \lambda}. \quad (42.2)$$

Переходя в неравенстве (42.2) к пределу при бесконечном увеличении количества тактов (времени существования бессмертного человека), получим цепочку соотношений

$$S = \lim_{i \rightarrow \infty} S_i \leq q \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1 - \lambda^i}{1 - \lambda} = \frac{q}{1 - \lambda} < \infty.$$

Таким образом, теорема доказана.

Следствие 42.1. Невозможно создать Е-существо с неабсолютной памятью, которое имело бы способность бесконечного накапливания информации.

Доказательство очевидно следует из формулировки теоремы 42.1.

Таким образом, следует важный вывод о том, что *единственное бесконечно существующее Е-существо, являющееся развивающейся, эволюционирующей копией обычного земного человека, невозможно, хотя бы из информационных соображений.*

Бессмертное электронное существо со способностями неограниченного накопления информации [124] возможно только в том случае, если оно будет обладать абсолютной информационной памятью (при выполнении условий

$\lambda_i \equiv 1, \quad i = 1, \infty$ ), но это существо уже не будет копией обычного забывчивого человека, это существо можно лишь называть роботом.

Для бесконечной информационной эволюции Е-существа с неабсолютной памятью можно сказать, что «перезаписывать» информацию из чипа электронного Е-существа-предка с неабсолютной памятью в чип потомка с неабсолютной памятью необходимо в тот момент, когда величина накопленной информации будет близка к величине  $S$ . С целью дальнейшего накопления информации Е-существом (копией обычного земного человека с неабсолютной памятью) необходимо регулярно переписывать в чипе существа-потомка полученную конечную информацию существа-предка, т.е. полагать  $s_0$  равным  $S_k$ , где  $k$  – количество информационных тактов Е-существа-предка за все время его существования.

Отметим одно свойство информационных коэффициентов памяти, изменяющихся во время  $t$  длительности информационного такта, где  $t \in [t_i, t_{i+1}]$ .

Теорема 42.2.  $\lambda_{i+1}(0) = 1$ .

Доказательство. Аналогично соотношению (42.1) можем записать формулу

$$S_{i+1}(0) = s_{i+1}(0) + \lambda_{i+1}(0)S_i. \quad (42.3)$$

Но в начальный момент информационного такта справедливы соотношения

$$S_{i+1}(0) = S_i, \quad s_{i+1}(0) = 0. \quad (42.4)$$

Подставляя равенства (42.4) в формулу (42.3) и решая полученное уравнение относительно  $\lambda_{i+1}(0)$ , получим соотношение  $\lambda_{i+1}(0) = 1$ , что и требовалось доказать.

Определим линейную зависимость, позволяющую приближенно описывать изменение информационного коэффициента памяти во время информационного такта.

Очевидно, что  $S_{i+1} = s_{i+1} + \lambda_{i+1}(t_{i+1})S_i$ . Следовательно, справедлива формула

$$\lambda_{i+1} = \lambda_{i+1}(t_{i+1}) = \frac{S_{i+1} - s_{i+1}}{S_i}. \quad (42.5)$$

Предположим справедливость равенства

$$\lambda_{i+1}(t) = at + b.$$

В силу теоремы 42.2 и соотношения (42.5) справедлива система линейных уравнений

$$\lambda_{i+1}(0) = b = 1, \quad (42.6)$$

$$\lambda_{i+1}(t_{i+1}) = \lambda_{i+1} = a(t_{i+1} - t_i) + b. \quad (42.7)$$

Решая систему уравнений (42.6) – (42.7), получим соотношения

$$a = \frac{\lambda_{i+1} - 1}{t_{i+1} - t_i}, \quad b = 1.$$

Таким образом, можем записать формулу

$$\lambda_{i+1}(t) \approx \frac{S_{i+1} - s_{i+1} - 1}{S_i} t + 1,$$

где  $t \in [t_i, t_{i+1}]$ .

Легко видеть, что многие положения теории эмоциональных роботов, изложенные в предыдущих главах настоящей монографии, можно без труда адаптировать к аспектам накапливания информации Е-существом. Мы предлагаем читателям книги сделать это самим в качестве интеллектуальных упражнений.

Определение 42.3. Функцию  $C(t)$  будем называть стимулом, если она обладает следующими свойствами:

- 1) область определения  $C(t)$ :  $t \in [0, t^*]$ ,  $t^* > 0$ ,  $t^* < \infty$ ;

- 2)  $C(t) > 0$  для любого  $t \in [0, t^*]$ ;
- 3)  $C(t)$  – однозначная и непрерывная функция;
- 4)  $C(t)$  – ограниченная функция.

Определение 42.4. Функцию  $S(t)$  будем называть сюжетом, если она обладает следующими свойствами:

- 1) область определения  $S(t)$ :  $t \in [0, t^*]$   $t^* > 0, t^* < \infty$ ;
- 2)  $S(t) > 0$  для любого  $t \in [0, t^*]$ ;
- 3)  $S(t)$  – взаимно-однозначная функция;
- 4)  $S(t)$  – ограниченная функция.

Исходя из введенных определений [155], очевидна теорема 42.3.

Теорема 42.3. Функция  $\int_0^t C(\tau) d\tau$  является сюжетом, где  $t \in [0, t^*]$

Доказательство очевидно.

Будем предполагать справедливость равенства  $s_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} C_i(\tau) d\tau$ , где  $C_i(\tau)$  –

стимул с областью определения  $\tau \in [t_{i-1}, t_i]$ .

Легко доказать следующую теорему.

Теорема 42.4. Если  $C_i(\tau)$  есть скорость потока информации, то величина  $S_i$  является численным значением сюжета, соответствующего концу информационного такта с порядковым номером  $i$ .

Доказательство очевидно.

Определение 42.5. Логическим действием робота назовем процесс, который можно описать в виде алгоритма.

Определение 42.6. Робота, обладающего логическими действиями, назовем информационным роботом.

Определение 42.7. Робота, запоминание информации которым описывается с помощью информационных коэффициентов памяти, назовем роботом с неабсолютной информационной памятью.

Пусть в результате действия сюжета  $S_i$  робот должен принять логическое альтернативное решение. Введем гипотезу, говорящую о том, что робот оценивает логический результат своих интеллектуальных действий на основе знака и величины информационного воспитания  $H_i$ , которое порождается в его чипах полученным логическим действием.

Не нарушая общности, можем записать соотношение

$$H_i = b_i S_i,$$

где  $b_i = const$ .

Введем еще одну гипотезу: коэффициент  $b_i$  определяет знак эмоционального результата, влекущего информационное воспитание логического действия робота.

Теорема 42.5. Если последовательность коэффициентов  $|b_i|$ ,  $i = 1, \infty$  равномерно ограничена и справедливы соотношения (42.1), то справедливы неравенства

$$|H_i| \leq bs \frac{1 - \lambda^{i+1}}{1 - \lambda}, \quad |H| = \lim_{i \rightarrow \infty} |H_i| \leq bs \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1 - \lambda^i}{1 - \lambda} = b \frac{s}{1 - \lambda} < \infty,$$

где  $|b_i| \leq b$ .

Доказательство. Справедливость неравенства  $|H_i| \leq bs \frac{1 - \lambda^{i+1}}{1 - \lambda}$  очевидно следует из соотношения (42.1). Доказательство справедливости второго неравенства в формулировке теоремы следует из цепочки соотношений

$$|H| = \lim_{i \rightarrow \infty} |H_i| \leq bs \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1 - \lambda^i}{1 - \lambda} = b \frac{s}{1 - \lambda} < \infty. \text{ Таким образом, теорема доказана.}$$

Следствие 42.2. При условиях теоремы 42.5 информационные воспитания, соответствующие концам информационных тактов ограничены и стремятся к постоянной величине при бесконечном увеличении времени существования робота с неабсолютной памятью.

Доказательство очевидно.

Будем считать, что существует такое число  $J > 0$ , что для любых эмоций робота выполняется условие  $|M(t)| \leq J$ .

Рассмотрим случай, когда вывод, полученный в результате интеллектуальной деятельности робота, влечет одновременно и эмоциональное воспитание, порожденное эмоцией робота [155], и информационное воспитание, являющееся результатом оценивания логических действий.

В этом случае возможен ступор (ситуация, соответствующая психологическому конфликту между эмоциональной и логической сферами мышления робота) [155], обуславливающий следующее равенство:

$$R_j + H_i = 0, \quad (42.8)$$

где  $j$  – порядковый номер эмоционального такта [155].

Будем считать, что выполнение условия  $|R_j| > |H_i|$  влечет принятие решения роботом на основе эмоций, а справедливость неравенства  $|R_j| < |H_i|$  – принятие решения на основе логики.

Введем определения.

Определение 42.8. Фиктивным информационным тактом назовем временной интервал, равный информационному такту, но при отсутствии информационного воздействия на робота.

Определение 42.9. Информационного робота, у которого порции равны для любого информационного такта, назовем равно информационным роботом.

Определение 42.10. Информационного робота с неабсолютной памятью, у которого все информационные коэффициенты памяти равны между собой, назовем равноценно забывчивым роботом.

Сформулируем следующую теорему.

Теорема 42.6. Для равномерно забывчивого робота с равноценными эмоциями, одновременно являющегося равно информационным и равноценно забывчивым, условие наступления ступора при выборе альтернативного решения между логическим и эмоциональным решениями определяется равенством

$$q \frac{1-\theta^j}{1-\theta} = -b_i s \frac{1-\lambda^i}{1-\lambda},$$

где  $j$  - порядковый номер эмоционального такта,  $i$  - порядковый номер информационного такта,  $\theta_j = \theta$ ,  $\lambda_i = \lambda$ .

Доказательство следует из условия (42.8), формулы воспитания равномерно забывчивых роботов с равноценными эмоциями и условия теоремы 42.5.

Заметим, что на основе теоремы об антиступорных коэффициентах, изложенной в работе [65], при выполнении тождества  $b_i s \equiv -q$  существуют коэффициенты  $\theta$  и  $\lambda$ , для которых условие ступора не наступит ни при каких значениях  $j$  и  $i$ . Примером таких коэффициентов могут быть

$$\theta = \frac{1}{2} \text{ и } \lambda = \frac{1}{3}.$$

Очевидно, что при выполнении условия  $q \frac{1-\theta^j}{1-\theta} > -b_i s \frac{1-\lambda^i}{1-\lambda}$  альтернативное решение роботом будет приниматься в пользу эмоций, а при справедливости неравенства  $q \frac{1-\theta^j}{1-\theta} < -b_i s \frac{1-\lambda^i}{1-\lambda}$  - в пользу логики.

Рассмотрим конфликт между равномерно забывчивым роботом с равноценными эмоциями и роботом с абсолютной памятью с равноценными эмоциями.

Очевидно, что условие конфликта между этими роботами примет вид

$$q \frac{1-\theta^j}{1-\theta} + z i = 0. \quad (42.9)$$

Пусть справедливо равенство  $q = -z$ , тогда соотношение (42.9) эквивалентно формуле

$$\frac{1-\theta^j}{1-\theta} = i. \quad (42.10)$$

Сформулируем и докажем теоремы.

Теорема 42.7. Конфликт между равномерно забывчивым роботом с равноценными эмоциями  $q$  и роботом с абсолютной памятью с равноценными эмоциями  $-q$  возможен на первом такте воспитательного процесса.

Доказательство. Очевидно, что при выполнении равенств  $j = 1, i = 1$  равенство (42.10) обращается в тождество, которое доказывает теорему.

Теорема 42.8. Существуют антиконфликтные коэффициенты памяти, при которых конфликт между равномерно забывчивым роботом с равноценными эмоциями и элементарными воспитаниями, равными  $q$ , и роботом с абсолютной памятью с равноценными эмоциями и элементарными воспитаниями, равными  $-q$ , при выполнении условия  $i > 1$  невозможен.

Доказательство. Покажем, что при условиях теоремы 42.8 существует такой коэффициент памяти  $\theta$ , для которого соотношение (42.10) никогда не обращается в тождество.

Очевидно, что равенство (42.10) эквивалентно формуле

$$\theta^j - i\theta + i - 1 = 0. \quad (42.11)$$

Пусть справедливо равенство  $\theta = \frac{1}{2}$ .

Подставляя последнее равенство в соотношение (42.11), получим равенство

$$1 - i2^{j-1} + (i-1)2^j = 0, \quad (42.12)$$

откуда следует запись

$$2^{j-1} = \frac{1}{2-i}. \quad (42.13)$$

Для  $i > 2$  в правой части соотношения (42.13) стоит отрицательное число, а в левой – положительное, что говорит о невозможности тождества (42.10) при  $\theta = \frac{1}{2}$ .

Рассмотрим соотношение (42.12) при  $i = 2$ . Очевидно, что в этом случае формула (42.12) примет вид неправильного числового тождества:  $1 = 0$ .

Таким образом,  $\theta = \frac{1}{2}$  является антиконфликтным коэффициентом.

Теорема доказана.

Легко показать, что при неопределенности альтернативного выбора [65] между равноценными забывающимися эмоциями и не забывающимися равноценными эмоциями коэффициент  $\theta = \frac{1}{2}$  является антиступорным коэффициентом памяти [65, 97].

При справедливости тождества  $b_i s \equiv -q$  конфликт между эмоциональной и логической составляющими результатов интеллектуального процесса равно информационного равномерно забывчивого робота с абсолютной логической памятью никогда не наступит (при количестве информационных тактов, большем 1 для коэффициента памяти, удовлетворяющего равенству  $\theta = \frac{1}{2}$ ).

Аналогично можно сформулировать следующее: при справедливости тождества  $b_i s \equiv -q$  конфликт между эмоциональной и логической

составляющими результатов интеллектуального процесса равно информационного равноценно забывчивого робота с абсолютной эмоциональной памятью никогда не наступит при количестве тактов, большем 1, для коэффициента памяти, удовлетворяющего равенству  $\theta = \frac{1}{2}$ .

Исходя из написанного, можно сказать, что мы нашли универсальный антиступорный и антиконфликтный коэффициент памяти  $\theta = \frac{1}{2}$ , который позволяет избежать ступоров и конфликтов, если робот не обладает или логической, или эмоциональной абсолютной памятью.

Определение 42.11. Постоянное состояние конфликта при любых значениях  $i$  и  $j$  назовем вечным конфликтом.

Очевидно, что состояние вечного конфликта для забывчивых роботов с равноценными и равноинформационными характеристиками будет описывать равенство

$$q \frac{1-\theta^j}{1-\theta} = -b_i s \frac{1-\lambda^i}{1-\lambda},$$

которое эквивалентно соотношению

$$\frac{1-\theta^j}{1-\theta} = -\frac{b_i s}{q} \frac{1-\lambda^i}{1-\lambda}. \quad (42.14)$$

Зафиксируем  $i$  и введем следующее обозначение:  $A = -\frac{b_i s}{q} \frac{1-\lambda^i}{1-\lambda}$ .

Равенство (42.14) примет вид

$$\frac{1-\theta^j}{1-\theta} = A. \quad (42.15)$$

Легко видеть, что соотношение (42.15) влечет равенство

$$\frac{1-\theta^j}{1-\theta} = \frac{1-\theta^{j+k}}{1-\theta}, \quad k > 0. \quad (42.16)$$

Решением уравнения (42.16) является значение  $\theta = 0$ .

Таким образом, соотношение (42.16) эквивалентно равенству

$$q = -b_i s \frac{1-\lambda^i}{1-\lambda},$$

причем справедлива формула  $-\frac{b_i s}{q} \frac{1-\lambda^i}{1-\lambda} = 1$ .

Следовательно, необходимым условием вечного конфликта является выполнение равенства

$$b_i = \text{const} \frac{1-\lambda}{1-\lambda^i}. \quad (42.17)$$

Рассмотрим случай, когда один из роботов обладает абсолютной информационной памятью.

Аналогично предыдущим математическим выкладкам можно показать, что в этом случае условием вечного конфликта является выполнение равенства

$$q = -b_i s_i.$$

Таким образом, необходимое условие вечного конфликта примет вид

$$b_i = \frac{const}{i}. \quad (42.18)$$

Для роботов мы можем сами задавать значения  $q, s, \theta, \lambda$  и зависимости  $b_i = b_i(\lambda, i)$ , моделируя этим поведение роботов при принятии альтернативных решений.

Заметим, что при вечном конфликте постоянно осуществляется неразрешимый выбор при принятии альтернативного решения между информационным и эмоциональным воспитанием, что влечет неуверенность робота в поступке, порождаемом альтернативным выбором.

Изучим свойства накапливания информации роботом.

Очевидно, что для робота с неабсолютной информационной памятью информация, остающаяся в его памяти при отсутствии дополнительно поступающей информации в его чипы, удовлетворяет неравенствам

$$S_k \leq s \prod_{i=1}^k \lambda_i \leq s \lambda^k,$$

где  $k$  – количество фиктивных информационных тактов, характеризующих временные этапы забывания информации роботом.

Определение 42.12. Полным информационным циклом назовем количество информационных тактов, равное сумме количества тактов при воздействии поступающей информации и количества тактов, соответствующих отсутствию воздействий информации на робота до наступления следующего информационного воздействия.

Таким образом, информация, накопленная роботом в результате нескольких информационных тактов, описывается соотношением

$$\Lambda_{f_w, j_w}^{[w]} = \left( \begin{array}{c} f_w \approx [w] \\ \prod_{k=1} \lambda_k \end{array} \right) \left[ s_{j_w+1}^{[w]} + \sum_{k=1}^{j_w+1} s_{k-1}^{[w]} \prod_{j=1}^{j_w+1-k} \lambda_j^{[w]} + \left( \prod_{i=1}^{j_w} \lambda_i^{[w]} \Lambda_{f_{w-1}, j_{w-1}}^{[w-1]} \right) \right],$$

$$w = 2, m,$$

$$\Lambda_{f_1, j_1}^{[1]} = \left( \begin{array}{c} f_1 \approx [1] \\ \prod_{k=1} \lambda_k \end{array} \right) \left[ s_{j_1+1}^{[1]} + \sum_{k=1}^{j_1+1} s_{k-1}^{[1]} \prod_{j=1}^{j_1+1-k} \lambda_j^{[1]} \right],$$

где  $[w]$  – обозначение переменных, соответствующих информационному циклу

–  $\approx [w]$

с номером  $w$ ,  $w=1, m$ ,  $\lambda_k$  соответствует коэффициентам информационной памяти цикла с номером  $w$  для информационных тактов без эмоциональных воспитаний,  $k$  – номер информационного такта,  $f_w$  – количество информационных тактов цикла с номером  $w$  без информационных воздействий,  $j_w$  – количество информационных тактов цикла с номером  $w$  при непрерывных информационных воздействиях.

Введем следующее определение.

Определение 42.13. Информационным коэффициентом полезного действия (ИКПД)  $\chi_i$  назовем величину, удовлетворяющую соотношению

$$\chi_i = \frac{\Lambda^{[m]}_{f_m, j_m}}{i \sum_{k=1} s_k},$$

где  $i = \sum_{w=1}^m j_w$ .

Очевидно, что величины  $\chi_i \in [0, 1]$ .

Легко видеть, что чем ближе значение  $\chi_i$  к единице, тем робот успешнее запоминает сюжеты.

Определение 42.14. Логическим коэффициентом полезного действия (ЛКПД)  $\mathcal{G}_i$  назовем величину, удовлетворяющую равенству

$$\mathcal{G}_i = \chi_i \text{sign}(b_i).$$

Легко видеть, что значения  $\mathcal{G}_i$  удовлетворяют условию  $\mathcal{G}_i \in [-1, 1]$ .

При положительном эмоциональном восприятии результата информационного действия ЛКПД больше нуля, при отрицательном эмоциональном восприятии логический коэффициент полезного действия меньше нуля.

Рассмотрим свойства ИКПД равноценно забывчивого равноинформационного робота. Очевидно, что  $\chi_i$  для такого робота определяется формулой

$$\chi_i = \frac{1 - \lambda^i}{i(1 - \lambda)}. \quad (42.18)$$

Сформулируем следующую теорему.

Теорема 42.9. Для равноинформационного равноценно забывчивого робота информационный коэффициент полезного действия стремится к нулю при бесконечном увеличении количества информационных тактов.

Доказательство. На основе формулы (42.18) можем записать цепочку соотношений

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \chi_i = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1 - \lambda^i}{i(1 - \lambda)} = \frac{1}{1 - \lambda} \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i} = 0,$$

которая доказывает теорему.

Сформулируем и докажем несколько общих теорем, посвященных роботам с неабсолютной информационной памятью.

Теорема 42.10. Если существует такое число  $g > 0$ , причем  $s_i \geq g$ , то ИКПД робота с неабсолютной информационной памятью стремится к нулю с увеличением количества информационных тактов.

Доказательство. Очевидна цепочка соотношений

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \chi_i = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{\Lambda^{[m]}_{f_m \cdot j_m}}{\sum_{k=1}^i s_k} \leq \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{s \frac{1 - \lambda^i}{1 - \lambda}}{ig} = \frac{s}{g \lim_{i \rightarrow \infty} i} = 0,$$

где  $i = \sum_{w=1}^m j_w$ .

Теорема 42.10 доказана.

Теорема 42.11. Если выполняются условия теоремы 42.9, то для робота с неабсолютной информационной памятью справедлива формула  $\lim_{i \rightarrow \infty} \mathcal{G}_i = 0$ .

Доказательство. Легко видеть, что справедлива цепочка соотношений

$$\lim_{i \rightarrow \infty} |\mathcal{G}_i| = \lim_{i \rightarrow \infty} |\text{sign}(b_i)| \chi_i = \lim_{i \rightarrow \infty} \chi_i.$$

Согласно теореме 42.9 верна формула  $\lim_{i \rightarrow \infty} \chi_i = 0$ , следовательно

$$\lim_{i \rightarrow \infty} |\mathcal{G}_i| = \lim_{i \rightarrow \infty} \chi_i = 0, \quad i = \sum_{w=1}^m j_w.$$

Теорема доказана.

Теоремы 42.10 и 42.11 можно перефразировать следующим образом: при некоторых мягких условиях информационный коэффициент полезного действия и логический коэффициент полезного действия робота с неабсолютной информационной памятью с течением времени стремятся к нулю, то есть эффективность накопления информации роботом и логическая реакция робота на поступающую информацию с течением времени становятся незначительными.

Полученные теоретические результаты позволяют строить прогноз поведения Е-существа при некоторых допущениях математических моделей. В отличие от существующих математических методов, пытающихся напрямую копировать интеллектуальную и эмоциональную сферы деятельности человека на роботов, мы строим упрощенную модель копии человека. Но эта модель, на наш взгляд, позволяет выявить общие особенности поведения человека или робота с неабсолютной механической памятью и не учитывает индивидуальных особенностей психологии человека.

### 43. АЛГОРИТМ НАКОПЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ РОБОТОМ

В разделе 42 процесс накопления информации роботом представлен в следующем виде:

$$\begin{cases} S_{i+1} = s_{i+1} + \lambda_{i+1} \cdot S_i, & i = 0, 1, 2, \dots, \\ S_0 = s_0 \end{cases} \quad (43.1)$$

где  $i$  – номер информационного такта,  $i = \overline{0, n}$ ;  $s_{i+1}$  – порция информации, которую запомнил робот к концу такта с номером  $i+1$ ,  $0 \leq s_{i+1} < \infty$ ;  $S_{i+1}$  – информация, которую запомнил робот в результате  $i+1$  информационных тактов;  $\lambda_{i+1}$  – коэффициент информационной памяти  $0 < \lambda_{i+1} \leq 1 - \delta$ ,  $\delta \in (0; 1)$ ,  $\delta = const$ .

Введем следующее определение.

Определение 43.1. Равномерным процессом накопления информации роботом назовем процесс накопления информации с равными порциями информации  $s_i$  и равными коэффициентами информационной памяти  $\lambda_i$  на каждом такте  $i$ , т.е.  $h = s_1 = \dots = s_n = \dots$  и  $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = \dots$ .

Исходя из свойства неотрицательности и ограниченности порции информации  $s_i$ , полученной на такте  $i$ , верна цепочка неравенств  $0 \leq h < \infty$ .

При  $0 < \lambda \leq 1 - \delta$ ,  $0 < \delta < 1$ ,  $\delta = const$  равенство (43.1) описывает бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, поэтому процесс накопления информации, который отражает равенство (43.1), ограничен при  $i \rightarrow \infty$ .

Исходя из того, что (43.1) – бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, верно равенство

$$S_i = h \frac{1 - \lambda^{i+1}}{1 - \lambda}. \quad (43.2)$$

Соотношение (43.2) влечет равенство  $\lim_{i \rightarrow \infty} S_i = \frac{h}{1 - \lambda}$ , правая часть которого определяет численное предельное значение процесса накопления информации роботом. Обозначим  $U = \lim_{i \rightarrow \infty} S_i = \frac{h}{1 - \lambda}$ .

Следовательно, процесс накопления информации роботом ограничен. Рисунок 43.1 показывает эту особенность процесса.

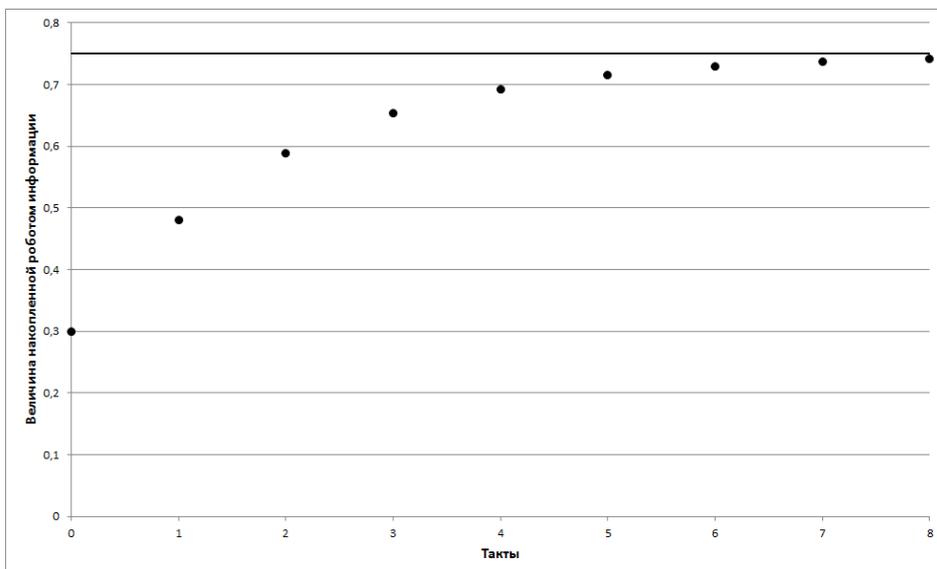


Рис. 43.1. Ограниченность процесса накопления информации робота

Исследования психологических и физиологических особенностей человека создают теоретическую основу для развития робототехники и искусственного интеллекта, в т. ч. для решения прикладных задач, не связанных с психологией и нейрофизиологией. В связи с этим применим психологические теории в рамках математического моделирования роботов для решения задачи накопления ими информации на нескольких уровнях с учетом забывания части полученной ранее информации.

Советский психолог Д.Н. Узнадзе [92] выдвинул гипотезу о существовании у человека установок. Он пишет [92], что человек осуществляет те акты, процессы и поведение, установка на которые выработалась у него под воздействием ситуации. Взаимодействие живого существа и среды может быть представлено следующим образом: на живое существо, движимое импульсом удовлетворения определенной потребности, начинает воздействовать внешняя ситуация и вызывает в нем соответствующее ситуации целостное изменение на основе определенной установки. Так, по Д.Н. Узнадзе, внешние воздействия на человека отражаются в его реакции не напрямую, а опосредованно через установку. Таким образом, установка определяет комплексную реакцию всех психологических и физиологических подсистем человека на внешний раздражитель.

Согласно исследованиям Д.Н. Узнадзе, с одной стороны, установка достаточно устойчива и не меняется в течение длительного периода жизни человека. С другой стороны, некоторое серьезное воздействие на человека может изменить его установку. Тем самым изменяется реакция человека на внешние раздражители и, можно считать, что это означает начало нового периода его жизни [14; 92].

В статье [63] описана интерпретация гипотезы грузинского психолога Д.Н. Узнадзе для решения проблемы ограниченности эмоционального воспитания робота за счет, так называемого, перехода воспитания с уровня на уровень. Как только эмоциональная установка изменяется, робот заканчивает

эмоциональное воспитание на текущем уровне воспитания и продолжает эмоциональное воспитание на следующем уровне. В рамках каждого уровня процесс воспитания проходит по модели, описанной в работах [63; 64; 97].

Применим гипотезу Д.Н. Узнадзе для решения проблемы ограниченности процесса накопления информации роботом. Для этого предлагается рассматривать процесс накопления информации роботом аналогично процессу эмоционального воспитания [63]. Установкой в этом случае будем считать порцию информации, полученную от рецепторов робота.

Определение 43.2. Информационной установкой  $h$  назовем фиксированную порцию информации, одинаковую для некоторой последовательности сменяющих друг друга тактов.

Определение 43.3. Уровнем  $l$  накопления информации роботом назовем количество смен значений информационной установки  $h$  до текущего такта процесса накопления информации.

Обозначим через  $s_i^{[l]}$  величину информации, которую запоминает робот на такте  $i$  уровня накопления  $l$ . Отметим, что порция информации  $s_i^{[l]}$  удовлетворяет неравенству  $0 < s_i^{[l]} < \infty$  и измеряется в битах.

Обозначим через  $h^{[l]}$  коэффициент информационной памяти робота на уровне накопления  $l$ , т.е.  $h^{[l]} = s_0^{[l]} = s_1^{[l]} = \dots$  и  $0 < h^{[l]} < \infty$ . Через  $\lambda^{[l]}$  обозначим коэффициент кратковременной памяти робота на уровне накопления  $l$ .

Предельную величину информации для уровня  $l$  обозначим  $U^{[l]}$ .

Введем следующее условие. Будем считать, что накопление информации на уровне  $l$  заканчивается при выполнении следующего неравенства:

$$|U^{[l]} - S_i^{[l]}| < \sigma^{[l]},$$

где  $S_i^{[l]}$  – величина накопленной информации на такте  $i$  уровня  $l$ ,  $U^{[l]}$  – предельная величина информации для уровня  $l$ ,  $\sigma^{[l]}$  – величина отклонения текущего значения величины накопленной информации от предельной величины информации на уровне  $l$ .

После этого процесс накопления информации переходит на следующий уровень и продолжается на уровне  $l+1$ .

Значение  $\sigma^{[l]}$  задается извне и должно удовлетворять условиям  $0 < \sigma^{[l]} < U^{[l]}$ .

Таким образом, процесс накопления информации роботом для уровня  $l$  можно описать следующей формулой:

$$\begin{cases} S_{i+1}^{[l]} = h^{[l]} + \lambda^{[l]} \cdot S_i^{[l]} \\ S_0^{[l]} = h^{[l]} \end{cases}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad l = 1, 2, 3, \dots \quad (43.3)$$

Рисунок 43.2 демонстрирует уровень 1 и уровень 2 (уровни накопления информации роботом).

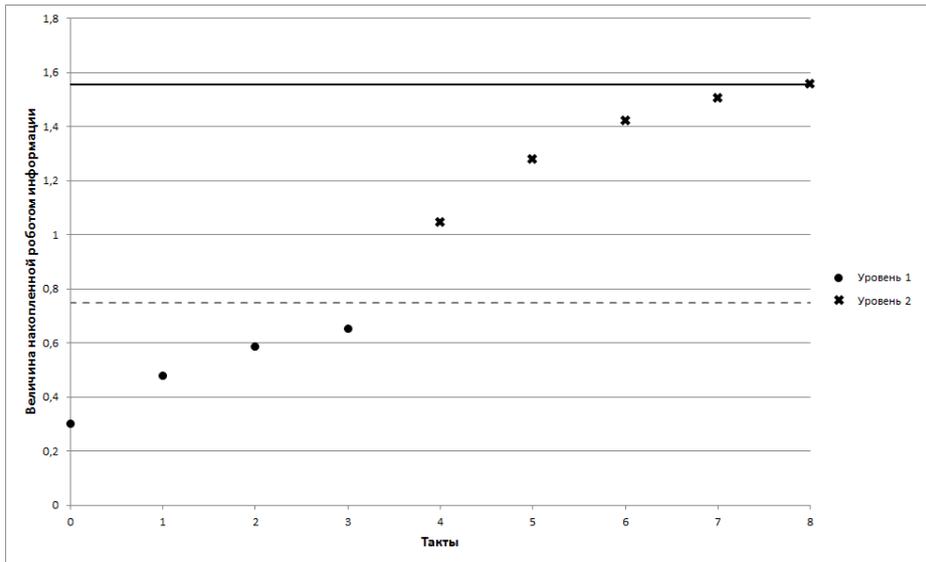


Рис. 43.2. Многоуровневый процесс накопления информации роботом

Пунктирной линией на рис.43.2 обозначена предельная величина информации для уровня  $l = 1$ .

Исходя из вышеизложенного, можно предложить следующий алгоритм накопления роботом информации на нескольких уровнях:

Шаг 1. Задаются  $L, l=1, i = 0, h^{[1]}, \lambda^{[1]}, S_0^{[1]} = h^{[1]}$ .

Шаг 2. Если  $l < L$ , то идем к шагу 3, иначе к шагу 7

Шаг 3. Вычисляем значение накопленной роботом информации согласно формуле  $S_{i+1}^{[l]} = h^{[l]} + \lambda^{[l]} S_i^{[l]}$ .

Шаг 4. Вычисляется предельная величина информации  $U^{[l]}$  для уровня  $l$  по формуле  $U^{[l]} = \frac{h^{[l]}}{1 - \lambda^{[l]}}$ .

Шаг 5. Если  $|S_i^{[l]} - U^{[l]}| > \sigma^{[l]}$ , то номер такта  $i$  увеличивается на 1 и осуществляется переход к пункту шагу 3.

Шаг 6. Осуществляем присваивание  $h^{[l+1]} = S_i^{[l]}$ . Порядковый номер уровня  $l$  и номер такта  $i$  увеличиваем на единицу. Зададим  $\sigma^{[l]}, \lambda^{[l]}$ . Идем к шагу 3.

Шаг 7. Конец.

Предложенный алгоритм изменения величины порций накапливаемой информации назовем алгоритмом Д.Н. Узнадзе для информационной памяти.

Пусть переход с уровня накопления информации  $l$  на уровень  $l+1$  осуществляется при выполнении условия

$$S_0^{[l+1]} = S^{[l]} + \frac{h^{[l]}}{1 - \lambda^{[l]}} - \sigma^{[l]}, \quad l = 1, 2, \dots, \quad (43.4)$$

где  $0 < \sigma^{[l]} < \frac{h^{[l]}}{1 - \lambda^{[l]}}$ ,  $\sigma^{[l]}$  – величина отклонения текущего значения величины накопленной информации от предельной величины информации на уровне  $l$ ,  $S^{[l]}$  – величина накопленной информации на нулевом такте уровня накопления информации  $l + 1$ .

Из выражения (43.4) следует справедливость равенства

$$S^{[l]} = S_0^{[l+1]}. \quad (43.5)$$

**Определение 43.4.** Равномерным многоуровневым процессом накопления информации роботом назовем процесс накопления информации с равными коэффициентами информационной памяти  $\lambda^{[l]} (0 < \lambda^{[l]} \leq 1 - \delta, 0 < \delta < 1, \delta = const)$  и равными величинами отклонения текущего значения величины накопленной информации от предельной величины информации на каждом уровне  $l$ , т.е.  $\lambda = \lambda^{[1]} = \lambda^{[2]} = \dots$  и  $\sigma = \sigma^{[1]} = \sigma^{[2]} = \dots$  на протяжении всего процесса накопления информации роботом.

Для равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом выразим величину накопленной информации  $S$  через  $\lambda$ ,  $\sigma$  и  $h^{[1]}$ .

Будем считать, что верна система равенств:

$$\begin{cases} S^{[1]} = h^{[1]} \\ S^{[l]} = h^{[l]} = \frac{h^{[l-1]}}{1 - \lambda} - \sigma, l > 1 \end{cases}. \quad (43.6)$$

Выразим  $h^{[l]}$  через  $h^{[1]}$

$$\begin{aligned} h^{[l]} &= \frac{h^{[l-1]}}{1 - \lambda} - \sigma = \frac{1}{(1 - \lambda)^2} h^{[l-2]} - \sigma \left( 1 + \frac{1}{1 - \lambda} \right) = \frac{1}{(1 - \lambda)^3} h^{[l-3]} - \\ &- \sigma \left( 1 + \frac{1}{1 - \lambda} + \frac{1}{(1 - \lambda)^2} \right) = \frac{1}{(1 - \lambda)^{l-1}} h^{[1]} - \sigma \left( 1 + \frac{1}{1 - \lambda} + \frac{1}{(1 - \lambda)^2} + \dots + \frac{1}{(1 - \lambda)^{l-2}} \right) = \\ &= \frac{1}{(1 - \lambda)^{l-1}} h^{[1]} - \sigma \frac{1 - \left( \frac{1}{1 - \lambda} \right)^{l-1}}{1 - \frac{1}{1 - \lambda}} = \frac{h^{[1]}}{(1 - \lambda)^{l-1}} - \sigma \frac{1 - (1 - \lambda)^{l-1}}{\lambda (1 - \lambda)^{l-2}} \end{aligned}$$

Тогда верна следующая цепочка равенств:

$$S^{[l]} = h^{[l]} = \frac{h^{[1]}}{(1 - \lambda)^{l-1}} - \sigma \frac{1 - (1 - \lambda)^{l-1}}{\lambda (1 - \lambda)^{l-2}}, l = 1, 2, \dots$$

Зафиксируем  $h = h^{[1]}$ . В результате, исходя из алгоритма Д.Н. Узнадзе, численное значение величины накопленной информации, при котором осуществляется переход с уровня  $l$  на уровень  $l + 1$ , удовлетворяет соотношению

$$S^{[l]} = \frac{h}{(1-\lambda)^{l-1}} - \sigma \frac{1-(1-\lambda)^{l-1}}{\lambda(1-\lambda)^{l-2}}, \quad l=1, 2, \dots \quad (43.7)$$

После преобразования формулы (43.7) получим следующую цепочку равенств:

$$S^{[l]} = \frac{h \cdot \lambda - \sigma [1 - \lambda - (1-\lambda)^l]}{\lambda(1-\lambda)^{l-1}} = \sigma \left[ \frac{\lambda \left( \frac{h}{\sigma} + 1 \right) - 1}{\lambda(1-\lambda)^{l-1}} + \frac{1-\lambda}{\lambda} \right].$$

Рассмотрим функцию  $f(h) = \lambda \left( \frac{h}{\sigma} + 1 \right)$ . Функция  $f(h)$  является линейной и монотонно возрастающей, ввиду справедливости неравенств  $0 < \lambda \leq 1 - \delta$ , где  $\delta \in (0; 1)$ ,  $\delta = const$  и  $\sigma > 0$ .

Рассмотрим случай  $f(h) = 1$ . В этом случае  $h = \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \sigma$  и верно соотношение  $\lim_{l \rightarrow \infty} S^{[l]} = h$ .

При  $f(h) > 1$  верно неравенство  $h > \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \sigma$ , а значение величины накопленной информации стремится к положительной бесконечности  $\lim_{l \rightarrow \infty} S^{[l]} = +\infty$ .

При  $f(h) < 1$  выполняется неравенство  $h < \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \sigma$ , значение величины накопленной информации стремится к отрицательной бесконечности  $\lim_{l \rightarrow \infty} S^{[l]} = -\infty$ .

В последнем случае при  $f(h) < 1$  величина накопленной информации  $S^{[l]}$  уменьшается, что противоречит смыслу накопления информации.

Для удовлетворения смыслу накопления информации и свойству неотрицательности информации введем ограничение в виде неравенства

$$h \geq \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \sigma.$$

Выполнение неравенства  $h \geq \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \sigma$  является необходимым и достаточным условием накопления информации роботом.

**Определение 43.5.** Долю величины отклонения  $\sigma^{[l]}$  от предельной величины информации  $U^{[l]}$ , при которой осуществляется переход на новый уровень накопления информации, назовем относительной восприимчивостью робота к накоплению информации  $\beta^{[l]}$ .

При компьютерной реализации алгоритма Д.Н. Узнадзе в качестве одного из входных параметров целесообразнее использовать относительную

восприимчивость робота к накоплению информации  $\beta$ , смысл которой определяется следующей формулой:

$$\beta^{[l]} = \frac{\sigma^{[l]}}{U^{[l]}}. \quad (43.8)$$

Заметим, что относительно  $\beta^{[l]}$  справедливо неравенство  $0 < \beta^{[l]} < 1$ .

Ввиду рассуждений, приведенных выше, выполнение условия  $\beta = \lambda$  для равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом приводит к выполнению соотношения  $\lim_{l \rightarrow \infty} S^{[l]} = h$ . В случае выполнения неравенства  $\beta < \lambda$  верно соотношение  $\lim_{l \rightarrow \infty} S^{[l]} = +\infty$ . При выполнении неравенства  $\beta > \lambda$  справедливо соотношение  $\lim_{l \rightarrow \infty} S^{[l]} = -\infty$ , что противоречит смыслу накопления информации. Следовательно, для удовлетворения смыслу накопления информации и свойству неотрицательности информации необходимо выполнение ограничения в виде неравенства  $\beta \leq \lambda$ , которое является необходимым и достаточным условием накопления информации роботом.

Запишем соотношение (43.7) через относительную восприимчивость робота к накоплению информации  $\beta$ . Для этого из равенства (43.8) выразим  $\sigma^{[l]}$ . Тогда согласно соотношению (43.4) получим следующую цепочку равенств:

$$S^{[l]} = \frac{h}{(1-\lambda)^{l-1}} - \frac{\beta \cdot h}{(1-\lambda)} \frac{1-(1-\lambda)^{l-1}}{\lambda(1-\lambda)^{l-2}} = \frac{\beta \cdot h}{\lambda} + \frac{h}{(1-\lambda)^{l-1}} \left(1 - \frac{\beta}{\lambda}\right). \quad (43.9)$$

Согласно шагу 6 алгоритма Д.Н. Узнадзе при переходе с уровня  $l$  на уровень  $l+1$  происходит присвоение  $h^{[l+1]} = S_i^{[l]}$ . Согласно шагу 3 алгоритма Д.Н. Узнадзе для уровня  $l$  верно равенство  $S_{i+1}^{[l]} = h^{[l]} + \lambda^{[l]} \cdot S_i^{[l]}$ , которое является суммой членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии, где  $\lambda^{[l]}$  – знаменатель прогрессии ( $0 < \lambda^{[l]} \leq 1 - \delta$ ,  $\delta \in (0; 1)$ ,  $\delta = const$ ) и  $h^{[l]}$  – первый член ряда на уровне  $l$ .

С учетом вышесказанного справедливо равенство:

$$S^{[l]} \frac{1 - \lambda^{i^*+1}}{1 - \lambda} = S^{[l+1]}, \quad l = 1, 2, \dots \quad (43.10)$$

где  $S^{[l]}$  и  $S^{[l+1]}$  – величины накопленной информации к нулевому такту уровней  $l$  и  $l+1$  соответственно,  $(i^*+1)$  – номер такта уровня  $l$ , при котором происходит переход на уровень  $l+1$ .

С учетом равенства (43.9) соотношение (43.10) эквивалентно формуле

$$\left[ \frac{\beta}{\lambda} + \frac{1}{(1-\lambda)^{l-1}} \left( 1 - \frac{\beta}{\lambda} \right) \right] \frac{1 - \lambda^{i^*+1}}{1-\lambda} = \frac{\beta}{\lambda} + \frac{1}{(1-\lambda)^l} \left( 1 - \frac{\beta}{\lambda} \right). \quad (43.11)$$

Сделаем несколько преобразований равенства (43.11).

$$\begin{aligned} \frac{\beta(1-\lambda)^{l-1} + \lambda - \beta}{\lambda(1-\lambda)^l} (1 - \lambda^{i^*+1}) &= \frac{\beta(1-\lambda)^l + \lambda - \beta}{\lambda(1-\lambda)^l} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1 - \lambda^{i^*+1} &= \frac{\beta(1-\lambda)^l + \lambda - \beta}{\beta(1-\lambda)^{l-1} + \lambda - \beta} \Leftrightarrow \lambda^{i^*+1} = \frac{\beta(1-\lambda)^{l-1} - \beta(1-\lambda)^l}{\beta(1-\lambda)^{l-1} + \lambda - \beta} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \lambda^{i^*+1} &= \frac{\lambda\beta(1-\lambda)^{l-1}}{\beta(1-\lambda)^{l-1} + \lambda - \beta}. \end{aligned}$$

Разрешив вышеприведенное уравнение относительно  $i^*$ , получим формулу, определяющую количество тактов  $i^*$  на уровне  $l$ :

$$i^* = \log_{\lambda} \left( \frac{\lambda\beta(1-\lambda)^{l-1}}{\beta(1-\lambda)^{l-1} + \lambda - \beta} \right) - 1.$$

#### **44. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ РАВНОМЕРНОГО МНОГОУРОВНЕВОГО ПРОЦЕССА НАКОПЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ РОБОТОМ**

Формула (43.7) описывает равномерный многоуровневый процесс накопления информации роботом и может быть применима для генерации последовательности точек в каждом такте каждого уровня, которая будет соответствовать этому процессу.

Актуальным является решение обратной задачи. Рассмотрим робота, у которого накопление информации происходит за счет равномерного информационного процесса.

Пусть параметры  $\lambda$  и  $h$  этого процесса не известны. Измерим у робота величины накопленной им информации  $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_n$ . Необходимо определить  $\lambda$  и  $h$  на основе значений  $\bar{S}_i$ , где  $i = \overline{1, n}$ .

В работе К.В. Черникова [97] рассмотрен случай аппроксимации непрерывного эмоционального процесса воспитания робота эквивалентным воспитательным процессом на одном уровне.

Рассмотрим случай аппроксимации реального процесса накопления информации роботом равномерным многоуровневым процессом накопления информации роботом.

Пусть известны экспериментальные значения накопленной роботом информации  $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_n$ , где  $n$  – количество замеров накопленной информации в памяти робота.

Равномерный многоуровневый процесс накопления информации роботом, протекающий на нескольких уровнях накопления информации, определяется следующими характеристиками:

- 1)  $\lambda$ , коэффициентом кратковременной информационной памяти;
- 2)  $h$ , информационной установкой;
- 3)  $\sigma$ , величиной отклонения текущего значения величины накопленной информации от предельной величины информации для всех уровней.

Минимизируем квадрат отклонения равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом в узловых точках от набора экспериментальных значений накопленной информации роботом. Эту функцию будем считать целевой функцией. Величину отклонения текущего значения величины накопленной информации от предельной величины информации на всех уровнях зафиксируем равной  $\sigma$ .

Запишем целевую функцию в следующем виде:

$$J_{l,i}(\lambda, h) = \sum_{j=1}^n (\bar{S}_j - S_{i_j}^{[l]})^2 \quad (44.1)$$

Обратим внимание на то, что целевая функция, с одной стороны, дифференцируема по переменным  $h$  и  $\lambda$ , с другой стороны, изменяется с дискретным шагом по переменным  $l_1, l_2, \dots, l_n$  и  $i_1, i_2, \dots, i_n$ .

Разделим задачу идентификации параметров на следующие подзадачи:

1. Генерация всех возможных последовательностей  $\{l\} = l_1, l_2, \dots, l_n$  и  $\{i\} = i_1, i_2, \dots, i_n$ ;
2. Решение оптимизационной задачи нахождения минимума целевой функции  $J_{l,i}(\lambda, h)$  методом множителей Лагранжа для каждой сгенерированной пары последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$ .

Решением задачи идентификации параметров будет являться точка  $(\lambda^*, h^*) = \arg \min_{\lambda, h} \left\{ \min_{l, i} (J_{l,i}(\lambda, h)) \right\}$ .

#### **45. РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ РАВНОМЕРНОГО МНОГОУРОВНЕВОГО ПРОЦЕССА НАКОПЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ РОБОТОМ**

Для равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом согласно формулам (43.7) информационная установка  $h^{[l]}$  на уровне  $l$  удовлетворяет следующему соотношению:

$$h^{[l]} = \frac{h}{(1-\lambda)^{l-1}} - \sigma \frac{1-(1-\lambda)^{l-1}}{\lambda(1-\lambda)^{l-2}}. \quad (45.1)$$

Преобразовав равенство (43.3) для равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом, получаем следующее соотношение:

$$S_i^{[l]} = h^{[l]} \frac{1-\lambda^{i+1}}{1-\lambda}. \quad (45.2)$$

Получаем, что равномерный многоуровневый процесс накопления информации роботом на основе формул (45.1) и (45.2) можно представить следующим равенством:

$$S_i^{[l]} = \left( \frac{h}{(1-\lambda)^{l-1}} - \sigma \frac{1-(1-\lambda)^{l-1}}{\lambda(1-\lambda)^{l-2}} \right) \frac{1-\lambda^{i+1}}{1-\lambda}. \quad (45.3)$$

Для нахождения минимума целевой функции воспользуемся методом множителей Лагранжа. Будем учитывать ограничение на коэффициент кратковременной информационной памяти  $0 < \lambda \leq 1 - \delta$ . Однако метод множителей Лагранжа предполагает использование ограничений типа равенств или нестрогих неравенств. Для решения данной оптимизационной задачи будем использовать ограничение на коэффициент кратковременной информационной памяти в виде цепочки неравенств  $\delta \leq \lambda < 1 - \delta$ , где  $0 < \delta \ll 1$ ,  $\delta = const$ .

Равномерный многоуровневый процесс накопления информации роботом подразумевает ограничения на информационную установку  $h$  в виде неравенства  $h > 0$ . Однако для корректного использования метода множителей Лагранжа, который предполагает использование ограничений типа равенств или нечетких неравенств, будем учитывать ограничение на информационную установку  $h$  в виде цепочки неравенств  $\varepsilon \leq h \leq M$ , где  $0 < \varepsilon \ll 1$ ,  $\varepsilon = const$ ,  $M$  – фиксированное большое число.

Оптимизационную задачу для решения методом множителей Лагранжа можно представить следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{l,i}(\lambda, h) = \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - \left( \frac{h}{(1-\lambda)^{l_{j-1}}} - \sigma \frac{1-(1-\lambda)^{l_{j-1}}}{\lambda(1-\lambda)^{l_{j-2}}} \right) \frac{1-\lambda^{i_{j+1}}}{1-\lambda} \right)^2 \rightarrow \min, \\ -\lambda + \delta \leq 0, \\ \lambda + \delta - 1 \leq 0, \\ -h + \varepsilon \leq 0 \\ h - M \leq 0 \end{array} \right. \quad (45.4)$$

Прежде чем решать эту оптимизационную задачу, исследуем предельные свойства целевой функции  $J_{l,i}(\lambda, h)$ .

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} J_{l,i}(\lambda, h) = \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - \left( h - \sigma \frac{1}{0} + \sigma \frac{1}{0} - \sigma \right) \left( \frac{1}{1-0} - 0 \right) \right)^2 = +\infty \quad (45.5)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 1} J_{l,i}(\lambda, h) = \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - \left( \frac{h}{0^{l_j-1}} - \sigma \frac{1}{0^{l_j-2}} + \sigma \frac{1}{1} - \sigma \right) \left( \frac{1}{1-1} - \frac{1^{i_j+1}}{1-1} \right) \right)^2 = +\infty \quad (45.6)$$

$$\lim_{h \rightarrow +\infty} J_{l,i}(\lambda, h) = \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - \left( \frac{\infty}{(1-\lambda)^{l_j-1}} - \sigma \frac{1}{\lambda(1-\lambda)^{l_j-2}} + \sigma \frac{1}{\lambda} - \sigma \right) \left( \frac{1}{1-\lambda} - \frac{\lambda^{i_j+1}}{1-\lambda} \right) \right)^2 = +\infty \quad (45.7)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} J_{l,i}(\lambda, h) = \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j + \left( \sigma \frac{1 - (1-\lambda)^{l_j-1}}{\lambda(1-\lambda)^{l_j-2}} \right) \frac{1 - \lambda^{i_j+1}}{1-\lambda} \right)^2 \neq \infty \quad (45.8)$$

Функцию Лагранжа с учетом того, что соответствующие множители Лагранжа будут обозначены, как  $\psi_i$  ( $i = \overline{0,4}$ ), можно записать следующим образом:

$$L_{l,i}(\lambda, h) = \psi_0 \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - S_{i_j}^{[l_j]} \right)^2 + \psi_1(-\lambda + \delta) + \psi_2(\lambda + \delta - 1) + \psi_3(-h + \varepsilon) + \psi_4(h - M)$$

Условия стационарности в методе множителей Лагранжа описываются следующими цепочками равенств:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_{l,i}(\lambda, h)}{\partial h} &= \psi_0 \left[ 2 \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - S_{i_j}^{[l_j]} \right) \left( - \frac{\partial S_{i_j}^{[l_j]}}{\partial h} \right) \right] - \psi_3 + \psi_4 = 0, \\ \frac{\partial L_{l,i}(\lambda, h)}{\partial \lambda} &= \psi_0 \left[ 2 \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - S_{i_j}^{[l_j]} \right) \left( - \frac{\partial S_{i_j}^{[l_j]}}{\partial \lambda} \right) \right] - \psi_1 + \psi_2 = 0. \end{aligned} \quad (45.9)$$

Выпишем соотношения неотрицательности:

$$\psi_0 \geq 0, \quad \psi_1 \geq 0, \quad \psi_2 \geq 0, \quad \psi_3 \geq 0, \quad \psi_4 \geq 0.$$

Выпишем соотношения дополняющей нежесткости:

$$\psi_1(-\lambda + \delta) = 0, \quad \psi_2(\lambda + \delta - 1) = 0, \quad \psi_3(-h + \varepsilon) = 0, \quad \psi_4(h - M) = 0.$$

Рассмотрим следующие случаи:

Случай 1. Пусть  $\psi_0 = 0$ . Тогда, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} -\psi_3 + \psi_4 = 0, \\ -\psi_1 + \psi_2 = 0, \\ \psi_1 \geq 0, \quad \psi_2 \geq 0, \quad \psi_3 \geq 0, \quad \psi_4 \geq 0, \\ \psi_1(-\lambda + \delta) = 0, \\ \psi_2(\lambda + \delta - 1) = 0, \\ \psi_3(-h + \varepsilon) = 0, \\ \psi_4(h - M) = 0 \end{cases}$$

Получаем следующие решения:

Решение 1.1.  $\psi_1 = \psi_2 > 0, \psi_3 = \psi_4 = 0$  тогда  $\lambda = \frac{1}{2}, \delta = \frac{1}{2}, \varepsilon \leq h \leq M$ .

Решение 1.2.  $\psi_3 = \psi_4 > 0, \psi_1 = \psi_2 = 0$ , тогда  $h = \varepsilon = M, \delta < \lambda \leq 1 - \delta$ .

Решение 1.3.  $\psi_1 = \psi_2 > 0, \psi_3 = \psi_4 > 0$ , то  $\lambda = \frac{1}{2}, \delta = \frac{1}{2}, h = \varepsilon = M$ .

Решение 1.1 не удовлетворяет условию, что  $\delta \ll 1$ . Решение 1.2 не удовлетворяет условию,  $\varepsilon \ll 1$ , в то время как  $M$ , – фиксированное большое число, и поэтому  $\varepsilon \neq M$ . Решение 1.3 аналогично решениям 1.1 и 1.2 не удовлетворяет условиям решения задачи.

Случай 2. Пусть  $\psi_0 = 1$ . Получаем следующую систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_{l,i}(\lambda, h)}{\partial h} = 0, \\ \frac{\partial L_{l,i}(\lambda, h)}{\partial \lambda} = 0, \\ \psi_1 \geq 0, \psi_2 \geq 0, \psi_3 \geq 0, \psi_4 \geq 0, \\ \psi_1(-\lambda + \delta) = 0, \\ \psi_2(\lambda + \delta - 1) = 0, \\ \psi_3(-h + \varepsilon) = 0, \\ \psi_4(h - M) = 0 \end{array} \right. \quad (45.10)$$

Учитывая предельные свойства целевой функции  $J_{l,i}(\lambda, h)$ , получаем следующие значения множителей Лагранжа:  $\psi_1 = 0, \psi_2 = 0, \psi_4 = 0$ . Исходя из этого, получаем следующие решения системы:

Решение 2.1.  $\psi_0 = 1, \psi_1 = 0, \psi_2 = 0, \psi_3 = 0, \psi_4 = 0$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_{l,i}(\lambda, h)}{\partial h} = \left[ 2 \sum_{j=1}^n (\bar{S}_j - S_{i_j}^{[l_j]}) \left( -\frac{\partial S_{i_j}^{[l_j]}}{\partial h} \right) \right] = 0, \\ \frac{\partial L_{l,i}(\lambda, h)}{\partial \lambda} = \left[ 2 \sum_{j=1}^n (\bar{S}_j - S_{i_j}^{[l_j]}) \left( -\frac{\partial S_{i_j}^{[l_j]}}{\partial \lambda} \right) \right] = 0. \end{array} \right.$$

Решение 2.2.  $\psi_0 = 1, \psi_1 = 0, \psi_2 = 0, \psi_3 > 0, \psi_4 = 0$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_{l,i}(\lambda, h)}{\partial h} = 0, \\ \frac{\partial L_{l,i}(\lambda, h)}{\partial \lambda} = 0, \\ \psi_0 = 1, \psi_1 = 0, \psi_2 = 0, \psi_3 > 0, \psi_4 = 0, \\ h = \varepsilon \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L_{l,i}(\lambda, \varepsilon)}{\partial \lambda} = 0, \\ \psi_0 = 1, \psi_1 = 0, \psi_2 = 0 \end{array} \right.$$

(45.11) Перейдем к нахождению производных функции Лагранжа  $L_{l,i}(\lambda, h)$ .

Преобразуем формулу (45.3):

$$S_i^{(l)} = \left( \frac{h}{(1-\lambda)^{l-1}} - \sigma \frac{1-(1-\lambda)^{l-1}}{\lambda(1-\lambda)^{l-2}} \right) \frac{1-\lambda^{l+1}}{1-\lambda} = \frac{h(1-\lambda^{l+1})}{(1-\lambda)^l} - \sigma \frac{(1-(1-\lambda)^{l-1})(1-\lambda^{l+1})}{\lambda(1-\lambda)^{l-1}}. \quad (45.12)$$

На основе формулы (45.12) выполним необходимые преобразования производных (45.9):

А.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_{l,i}}{\partial h} &= -2 \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - \frac{h(1-\lambda^{j+1})}{(1-\lambda)^{l_j}} + \sigma \frac{(1-(1-\lambda)^{l_j-1})(1-\lambda^{j+1})}{\lambda(1-\lambda)^{l_j-1}} \right) \frac{1-\lambda^{j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j \frac{1-\lambda^{j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} - \frac{h(1-\lambda^{j+1})^2}{(1-\lambda)^{2l_j}} + \sigma \frac{(1-(1-\lambda)^{l_j-1})(1-\lambda^{j+1})^2}{\lambda(1-\lambda)^{2l_j-1}} \right) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sum_{j=1}^n \bar{S}_j \frac{1-\lambda^{j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} - h \sum_{j=1}^n \frac{(1-\lambda^{j+1})^2}{(1-\lambda)^{2l_j}} + \sigma \sum_{j=1}^n \frac{(1-(1-\lambda)^{l_j-1})(1-\lambda^{j+1})^2}{\lambda(1-\lambda)^{2l_j-1}} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow h = \frac{\sum_{j=1}^n \bar{S}_j \frac{1-\lambda^{j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} + \sigma \sum_{j=1}^n \frac{(1-(1-\lambda)^{l_j-1})(1-\lambda^{j+1})^2}{\lambda(1-\lambda)^{2l_j-1}}}{\sum_{j=1}^n \frac{(1-\lambda^{j+1})^2}{(1-\lambda)^{2l_j}}} \\ &\Rightarrow h = \frac{\sum_{j=1}^n \bar{S}_j \frac{1-\lambda^{j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} + \sigma \frac{(1-\lambda^{j+1})^2}{\lambda(1-\lambda)^{2l_j-1}} - \sigma \frac{(1-\lambda^{j+1})^2}{\lambda(1-\lambda)^{l_j}}}{\sum_{j=1}^n \frac{(1-\lambda^{j+1})^2}{(1-\lambda)^{2l_j}}} \\ &\Rightarrow h = \frac{\sum_{j=1}^n \bar{S}_j \frac{1-\lambda^{j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} - \sigma \frac{(1-\lambda^{j+1})^2}{\lambda(1-\lambda)^{l_j}} + \frac{\sigma(1-\lambda)(1-\lambda^{j+1})^2}{\lambda(1-\lambda)^{2l_j}}}{\sum_{j=1}^n \frac{(1-\lambda^{j+1})^2}{(1-\lambda)^{2l_j}}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow h = \frac{\sum_{j=1}^n \left( \left( \bar{S}_j - \sigma \frac{1 - \lambda^{i_j+1}}{\lambda} \right) \frac{1 - \lambda^{i_j+1}}{(1 - \lambda)^{l_j}} \right)}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{1 - \lambda^{i_j+1}}{(1 - \lambda)^{l_j}} \right)^2} + \frac{\sigma(1 - \lambda)}{\lambda}. \quad (45.13)$$

$$B. \frac{\partial L_{l,i}}{\partial \lambda} = \psi_0 \left[ 2 \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - S_{i_j}^{[l_j]} \right) \left( - \frac{\partial S_{i_j}^{[l_j]}}{\partial \lambda} \right) \right] - \psi_1 + \psi_2 = 0.$$

Из решения получаем  $\psi_1 = \psi_2 = 0$ , по предположению  $\psi_0 = 1$ , поэтому

$$\frac{\partial L_{l,i}}{\partial \lambda} = 2 \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - S_{i_j}^{[l_j]} \right) \left( - \frac{\partial S_{i_j}^{[l_j]}}{\partial \lambda} \right) = 0. \quad (45.14)$$

Выполним следующие преобразования формулы (45.12):

$$\begin{aligned} S_i^{[l]} &= \frac{h(1 - \lambda^{i+1})}{(1 - \lambda)^l} - \sigma \frac{(1 - (1 - \lambda)^{l-1})(1 - \lambda^{i+1})}{\lambda(1 - \lambda)^{l-1}} = \frac{h(1 - \lambda^{i+1})}{(1 - \lambda)^l} - \sigma \frac{(1 - \lambda^{i+1}) - (1 - \lambda^{i+1})(1 - \lambda)^{k-1}}{\lambda(1 - \lambda)^{l-1}} = \\ &= h \frac{(1 - \lambda^{i+1})}{(1 - \lambda)^l} - \sigma \frac{1 - \lambda^{i+1}}{\lambda(1 - \lambda)^{l-1}} + \sigma \frac{1 - \lambda^{i+1}}{\lambda} \end{aligned} \quad (45.15)$$

Выполним следующую цепочку преобразований и вычислим производную  $S_i^{[l]}$  по  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_i^{[l]}}{\partial \lambda} &= h \frac{l(1 - \lambda^{i+1})(1 - \lambda)^{l-1} - (i+1)\lambda^i(1 - \lambda)^l}{(1 - \lambda)^{2l}} - \\ &- \sigma \frac{-(i+1)\lambda^i \lambda(1 - \lambda)^{l-1} - (1 - \lambda^{i+1})(1 - \lambda)^{l-1} + \lambda(l-1)(1 - \lambda)^{l-2}(-1)}{\lambda^2(1 - \lambda)^{2l-2}} + \\ &+ \sigma \frac{-(i+1)\lambda^i \lambda - (1 - \lambda^{i+1})}{\lambda^2} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\partial S_i^{[l]}}{\partial \lambda} = lh \frac{1 - \lambda^{i+1}}{(1 - \lambda)^{l+1}} - h \frac{(i+1)\lambda^i(1 - \lambda)}{(1 - \lambda)^{l+1}} + \\ &+ \sigma \frac{(i+1)\lambda^{i+1}(1 - \lambda)^{l-1} + (1 - \lambda^{i+1})(1 - \lambda)^{l-1} - (1 - \lambda^{i+1})\lambda(l-1)(1 - \lambda)^{l-2}}{\lambda^2(1 - \lambda)^{2l-2}} + \\ &+ \sigma \frac{-(i+1)\lambda^{i+1} - (1 - \lambda^{i+1})}{\lambda^2} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \Leftrightarrow \frac{\partial S_i^{[l]}}{\partial \lambda} = lh \frac{1 - \lambda^{i+1}}{(1 - \lambda)^{l+1}} - h \frac{(i+1)\lambda^i(1 - \lambda)}{(1 - \lambda)^{l+1}} + \\
& + \sigma \frac{(i+1)\lambda^{i+1}(1 - \lambda)^{l-1}}{\lambda^2(1 - \lambda)^{2l-2}} + \sigma \frac{(1 - \lambda^{i+1})(1 - \lambda)^{l-1}}{\lambda^2(1 - \lambda)^{2l-2}} - \sigma \frac{(1 - \lambda^{i+1})\lambda(l-1)(1 - \lambda)^{l-2}}{\lambda^2(1 - \lambda)^{2l-2}} - \\
& - \sigma \frac{(i+1)\lambda^{i+1}}{\lambda^2} - \sigma \frac{1 - \lambda^{i+1}}{\lambda^2} \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \frac{\partial S_i^{[l]}}{\partial \lambda} = lh \frac{1 - \lambda^{i+1}}{(1 - \lambda)^{l+1}} - h \frac{(i+1)\lambda^i(1 - \lambda)}{(1 - \lambda)^{l+1}} + \sigma \frac{(i+1)\lambda^{i+1}(1 - \lambda)^2}{\lambda^2(1 - \lambda)^{l+1}} - \sigma \frac{(i+1)\lambda^{i+1}}{\lambda^2} \\
& + \sigma \frac{(1 - \lambda^{i+1})}{\lambda^2(1 - \lambda)^{l-1}} - \sigma \frac{(1 - \lambda^{i+1})\lambda(l-1)}{\lambda^2(1 - \lambda)^l} - \sigma \frac{1 - \lambda^{i+1}}{\lambda^2} \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \frac{\partial S_i^{[l]}}{\partial \lambda} = lh \frac{1 - \lambda^{i+1}}{(1 - \lambda)^{l+1}} - (i+1)\lambda^i(1 - \lambda) \left( \frac{h\lambda - \sigma(1 - \lambda)(1 - (1 - \lambda)^{l-1})}{\lambda(1 - \lambda)^{l+1}} \right) - \\
& - \sigma(1 - \lambda^{i+1})(1 - \lambda) \left( \frac{(1 - \lambda)^k + l\lambda - 1}{\lambda^2(1 - \lambda)^{l+1}} \right) \tag{45.16}
\end{aligned}$$

Вернемся к нахождению производной функции  $L_{l,i}$  по  $\lambda$ . Подставим (45.15) и (45.16) в (45.14) и получим следующую цепочку равенств:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_{l,i}}{\partial \lambda} &= 2 \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - S_{i_j}^{[l_j]} \right) \left( - \frac{\partial S_{i_j}^{[l_j]}}{\partial \lambda} \right) = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - \left( h \frac{1 - \lambda^{i_j+1}}{(1 - \lambda)^{l_j}} - \sigma \frac{1 - \lambda^{i_j+1}}{\lambda(1 - \lambda)^{l_j-1}} + \sigma \frac{1 - \lambda^{i_j+1}}{\lambda} \right) \right) \times \\
&\times \left( lh \frac{1 - \lambda^{i_j+1}}{(1 - \lambda)^{l_j+1}} - (i_j + 1)\lambda^{i_j}(1 - \lambda) \left( \frac{h\lambda - \sigma(1 - \lambda)(1 - (1 - \lambda)^{l_j-1})}{\lambda(1 - \lambda)^{l_j+1}} \right) - \right. \\
&\quad \left. - \sigma(1 - \lambda^{i_j+1})(1 - \lambda) \left( \frac{(1 - \lambda)^{l_j} + l_j\lambda - 1}{\lambda^2(1 - \lambda)^{l_j+1}} \right) \right) = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j - \left( \frac{h}{(1 - \lambda)^{l_j}} - \sigma(1 - \lambda) \left( \frac{1 - (1 - \lambda)^{l_j-1}}{\lambda(1 - \lambda)^{l_j}} \right) \right) (1 - \lambda^{i_j+1}) \right) \times \\
&\times \left( l_j h \frac{1 - \lambda^{i_j+1}}{(1 - \lambda)^{l_j+1}} - (i_j + 1)\lambda^{i_j}(1 - \lambda) \left( \frac{h\lambda - \sigma(1 - \lambda)(1 - (1 - \lambda)^{l_j-1})}{\lambda(1 - \lambda)^{l_j+1}} \right) - \right. \\
&\quad \left. - \sigma(1 - \lambda^{i_j+1})(1 - \lambda) \left( \frac{(1 - \lambda)^{l_j} + l_j\lambda - 1}{\lambda^2(1 - \lambda)^{l_j+1}} \right) \right) = 0 \Leftrightarrow
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \left( \frac{\bar{S}_j \lambda (1-\lambda)^{l_j}}{\lambda (1-\lambda)^{l_j}} - \frac{(h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{l_{j-1}}))(1-\lambda^{i_j+1})}{\lambda (1-\lambda)^{l_j}} \right) \times \\
& \times \left( l_j h \frac{1-\lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_{j+1}}} - (i_j+1) \lambda^{i_j} (1-\lambda) \left( \frac{h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{l_{j-1}})}{\lambda (1-\lambda)^{l_{j+1}}} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \sigma(1-\lambda^{i_j+1})(1-\lambda) \left( \frac{(1-\lambda)^{l_j} + l_j \lambda - 1}{\lambda^2 (1-\lambda)^{l_{j+1}}} \right) \right) = 0 \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \frac{1}{\lambda (1-\lambda)^{l_j}} \left( \bar{S}_j \lambda (1-\lambda)^{l_j} - (h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{l_{j-1}}))(1-\lambda^{i_j+1}) \right) \times \\
& \quad \times \left( \frac{l_j h \lambda^2 (1-\lambda^{i_j+1})}{\lambda^2 (1-\lambda)^{l_{j+1}}} - \frac{(i_j+1) \lambda^{i_j+1} (1-\lambda) (h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{l_{j-1}}))}{\lambda^2 (1-\lambda)^{l_{j+1}}} - \right. \\
& \quad \left. - \frac{\sigma(1-\lambda^{i_j+1})(1-\lambda)((1-\lambda)^{l_j} + l_j \lambda - 1)}{\lambda^2 (1-\lambda)^{l_{j+1}}} \right) = 0 \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \frac{1}{\lambda (1-\lambda)^{l_j}} \frac{1}{\lambda^2 (1-\lambda)^{l_{j+1}}} \left( \bar{S}_j \lambda (1-\lambda)^{l_j} - (h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{l_{j-1}}))(1-\lambda^{i_j+1}) \right) \times \\
& \times \left( l_j h \lambda^2 (1-\lambda^{i_j+1}) - (i_j+1) \lambda^{i_j+1} (1-\lambda) (h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{l_{j-1}})) - \sigma(1-\lambda^{i_j+1})(1-\lambda)((1-\lambda)^{l_j} + l_j \lambda - 1) \right) = 0 \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j \lambda - (h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{l_{j-1}})) \frac{1-\lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} \right) \times \tag{45.17} \\
& \times \left( l_j h \lambda^2 \frac{1-\lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_{j+1}}} - \frac{(i_j+1) \lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} (h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{l_{j-1}})) - \sigma \frac{1-\lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} ((1-\lambda)^{l_j} + l_j \lambda - 1) \right) = 0
\end{aligned}$$

На основе Решения 2.1 системы (45.10) и на основе формул (45.17) получаем систему уравнений для нахождения критических точек, в которых целевая функция может достигать минимума.

$$\left\{ \begin{aligned}
& h = \frac{\sum_{j=1}^n \left( \left( \bar{S}_j - \sigma \frac{1-\lambda^{i_j+1}}{\lambda} \right) \frac{1-\lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} \right)}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{1-\lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} \right)^2} + \frac{\sigma(1-\lambda)}{\lambda} \\
& \sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j \lambda - (h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{l_{j-1}})) \frac{1-\lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} \right) \times \\
& \times \left( l_j h \lambda^2 \frac{1-\lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_{j+1}}} - \frac{(i_j+1) \lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} (h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{l_{j-1}})) - \sigma \frac{1-\lambda^{i_j+1}}{(1-\lambda)^{l_j}} ((1-\lambda)^{l_j} + l_j \lambda - 1) \right) = 0
\end{aligned} \right. \tag{45.18}$$

На основе Решения 2.2 системы (45.10) и формул (45.11) и (45.17) получаем еще одно уравнение, для нахождения критических точек, в которых целевая функция может достигать минимума.

$$\sum_{j=1}^n \left( \bar{S}_j \lambda - (\varepsilon \lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{j-1})) \frac{1-\lambda^{j+1}}{(1-\lambda)^j} \right) \times \\ \times \left( l_j h \lambda^2 \frac{1-\lambda^{j+1}}{(1-\lambda)^{j+1}} - \frac{(i_j+1)\lambda^{j+1}}{(1-\lambda)^j} (h\lambda - \sigma(1-\lambda)(1-(1-\lambda)^{j-1})) - \sigma \frac{1-\lambda^{j+1}}{(1-\lambda)^j} ((1-\lambda)^j + l_j \lambda - 1) \right) = 0 \quad (45.19)$$

По теореме Вейерштрасса [13] непрерывная функция на непустом ограниченном замкнутом подмножестве конечномерного пространства достигает своего абсолютного минимума. По построению целевая функция  $J_{l,i}(\lambda, h)$  непрерывна на замкнутой области определения  $\delta \leq \lambda \leq 1 - \delta$ ,  $\varepsilon \leq h \leq M$ . Поэтому целевая функция  $J_{l,i}(\lambda, h)$  имеет минимум при этих ограничениях, а значит, среди всех локальных минимумов можно найти наименьший. Таким образом, оптимизационная задача имеет хотя бы одно решение.

#### **46. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ГЕНЕРАЦИИ ВСЕХ ВОЗМОЖНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ УРОВНЕЙ НАКОПЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ И ТАКТОВ**

В разделах 44 и 45 подробно рассматривается решение оптимизационной задачи. В настоящем разделе рассмотрим задачу генерации всех возможных последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$ .

Не уменьшая общности задачи, далее будем считать, что все значения  $\bar{S}$  разные и отсортированы по возрастанию, т.е.  $\bar{S}_p < \bar{S}_q$  при  $1 \leq p < q \leq n$ . В случае, если значения  $\bar{S}$  не отсортированы, отсортируем их и переобозначим последовательность. В случае, если значения  $\bar{S}$  повторяются, удалим дубликаты, соответственно уменьшим значение  $n$  и также переобозначим последовательность. Данная процедура необходима для уменьшения количества вариантов перебора элементов последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$ .

Будем считать, что процесс накопления информации роботом можно отобразить на координатной двумерной плоскости  $P$ , оси которой соответствуют времени протекания процесса и величине накопленной информации. Не уменьшая общности, будем считать  $\langle \langle l_u, i_u \rangle, S_u \rangle$  координатами точки  $u$  на плоскости  $P$ , которая соответствует концу такта  $i_u$  на уровне  $l_u$  и имеет значение накопленной информации  $S_u$ . Таким образом, координаты  $l_u$  и  $i_u$  – временные координаты (номер уровня и номер временного такта на этом уровне), а  $S_u$  является координатой точки  $u$  по оси накопленной информации.

Некоторую последовательность из  $n$  точек на плоскости  $P$  будем обозначать  $\langle \langle \langle l, i \rangle, S \rangle \rangle$ , где  $l = l_1, \dots, l_n$ ,  $i = i_1, \dots, i_n$ ,  $S = S_1, \dots, S_n$ .

Переформулируем задачу идентификации параметров равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом: найти такую пару  $h$  и  $\lambda$ , для которой целевая функция (44.1) достигнет минимума на множестве всех возможных последовательностей точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle_\gamma$ . Причем  $\gamma$  – порядковый номер сгенерированной последовательности точек на плоскости  $P$ , а  $\bar{S} = \bar{S}_1, \dots, \bar{S}_n$  – набор экспериментальных величин накопленной информации роботом.

Как было описано выше, в общем случае задача имеет множество решений, которые появляются в результате двух особенностей задачи идентификации параметров равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом:

1. Целевая функция (44.1) нелинейная и может иметь несколько экстремумов.
2. Оптимизационная задача решается столько раз, сколько будет сгенерировано последовательностей точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle_\gamma$ .

Пусть  $T$  – время реального процесса накопления информации, т.е. время функционирования робота, за которое с него снимаются показания накопленной информации,  $\tau$  – время, которое длится один такт накопления информации роботом.  $T$  и  $\tau$  измеряются в секундах.  $L_{MAX}$  – максимальное количество уровней накопления информации, которое может пройти робот за время  $T$ ,  $J^{[l]}$  – количество тактов накопления информации на уровне  $l$ .

Исходя из введенных предположений, получаем равенство

$$T = \sum_{l=1}^{L_{MAX}} (\tau \cdot J^{[l]})$$

Пусть  $J_{MAX} = \max_l \{J^{[l]}\}$ , где  $l = \overline{1, L_{MAX}}$ . Верно равенство

$$\tilde{T} = \tau \cdot L_{MAX} \cdot J_{MAX}, \quad (46.1)$$

т.е.  $T \leq \tilde{T}$ . Преобразовав неравенство, получаем следующее соотношение:

$$J_{MAX} = \frac{\tilde{T}}{\tau \cdot L_{MAX}}$$

Введем следующие ограничения. Будем осуществлять перебор значений  $i$  и  $l$  при условии, что  $0 \leq i \leq J_{MAX}$  и  $1 \leq l \leq L_{MAX}$ .

Для решения задачи идентификации параметров в качестве одного из них будем использовать время моделирования  $\tilde{T}$ . На практике это будет означать, что для каждого уровня накопления информации  $l$  будет перебираться  $J_{MAX}$  тактов, а, значит, множество решений, найденных для времени моделирования  $\tilde{T}$ , будут включать в себя множество решений для времени реального процесса накопления информации  $T$ .

Таким образом, входными данными алгоритма являются:

1.  $\sigma$  – величина отклонения текущего значения величины накопленной информации от предельной величины информации для всех уровней;
2.  $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_n$  – последовательность величин накопленной информации роботом (экспериментальные значения реального процесса накопления информации роботом);
3.  $\tilde{T}$  – время моделирования;
4.  $\tau$  – время, которое длится один такт накопления информации роботом;
5.  $L_{MAX}$  – максимальное количество уровней накопления информации, которое может пройти робот за время  $\tilde{T}$ .

Задача идентификации параметров, представленная в начале раздела 0, является обратной задачей по отношению к задаче построения равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом, который при фиксированной величине отклонения  $\sigma$  можно построить, зная два входных параметра: коэффициент кратковременной информационной памяти  $\lambda$  и информационную установку  $h$ . Эти параметры являются выходными параметрами задачи идентификации параметров. На основе ее решения (параметров  $\lambda$  и  $h$ ) можно построить равномерный многоуровневый процесс накопления информации роботом для иллюстрации и верификации, полученного решения. Поэтому выходными данными алгоритма будут следующие параметры:

1.  $J_{MAX}$  – максимальное количество тактов на одном уровне накопления информации.
2. Множество всех последовательностей точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle$  на плоскости  $P$ , где  $1 \leq l_j \leq L_{MAX}$ ,  $0 \leq i_j \leq J_{MAX}$  и  $1 \leq j \leq n$ .
3.  $\lambda$  – коэффициент кратковременной информационной памяти.
4.  $h$  – информационная установка.
5. последовательность точек  $\langle\langle l^*, i^*, S \rangle\rangle_{\gamma^*}$  на плоскости  $P$ , где каждая точка  $\langle\langle l_j^*, i_j^*, S_j \rangle\rangle$  соответствует значению построенного равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом на такте  $i_j^*$  уровня  $l_j^*$ , причем  $j = \overline{0, \tilde{T}}$  и  $\tilde{T}$  соответствует последнему такту времени моделирования  $\tilde{T}$ .

Предложим следующий **алгоритм решения задачи идентификации параметров**:

Шаг 1. Считываем входные параметры (см. выше).

Шаг 2. Сортируем по возрастанию экспериментальные значения накопленной информации  $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_n$ .

Шаг 3. Инициализируем последовательность точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle_{\gamma}$ , где  $l_j = 1$ ,  $i_j = j - 1$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

Шаг 4. Определяем значения левой части (45.19) на основе сгенерированной последовательности точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle_\gamma$ .

Шаг 5. Выполняем отделение корней нелинейного уравнения (45.19).

Шаг 6. Для каждого отделенного корня выполняем его уточнение на основе метода дихотомии.

Шаг 7. Сохраняем полученное решение в «журнал».

Шаг 8. Если можно сгенерировать новую последовательность точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle_\gamma$  (подробнее ниже), то генерируем ее и переходим к шагу 4, иначе переходим к шагу 9.

Шаг 9. Среди решений, записанных в журнал, определяем «лучшее» решение задачи идентификации параметров, т.е. решение, которое соответствует точке  $(\lambda^*, h^*) = \arg \min_{\lambda, h} \left\{ \min_{l, i} (J_{l, i}(\lambda, h)) \right\}$ .

Шаг 10. На основе «лучшего» решения восстанавливаем равномерный многоуровневый процесс накопления информации роботом.

Шаг 11. Визуализируем полученный процесс накопления информации роботом на диаграмме.

Более подробно рассмотрим шаг 8 алгоритма, связанный с генерацией последовательности точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle_\gamma$  на плоскости  $P$ .

Значения  $l_j$  и  $i_j$  определяют то, какому уровню накопления информации и какому такту на этом уровне соответствует экспериментальное значение  $\bar{S}_j$ .

Алгоритм генерации последовательности точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle_\gamma$  делится на две части:

1. Генерация последовательности  $\{l\}$ , которая с точки зрения комбинаторики является перестановкой с повторениями и удовлетворяет следующим условиям:

а.  $l_j \in [1; L_{MAX}]$ , где  $j = \overline{1, n}$ .

б.  $\sum_{d=1}^{L_{MAX}} p_d = n$ , где  $p_d$  – количество повторений каждого элемента из множества  $[1; L_{MAX}]$  в перестановке  $\{l\}$ , т.е. сумма повторений каждого элемента равна количеству элементов,  $p_d$  может быть равно нулю для некоторых элементов.

в.  $l_k \leq l_m$ , где  $1 \leq k < m \leq n$ , т.е. элементы перестановки отсортированы по возрастанию.

2. Генерация последовательности  $\{i\}$ , которая удовлетворяет следующим условиям:

а.  $i_j \in [0; J_{MAX}]$ , где  $j = \overline{1, n}$ .

- б.  $i = \tilde{i}^1 \oplus \tilde{i}^2 \oplus \dots \oplus \tilde{i}^{L_{MAX}}$ , где символ  $\oplus$  является знаком конкатенации  $\tilde{i}^d$ , перестановок без повторений,  $d \in [1; L_{MAX}]$ .
- с.  $\tilde{i}^d = \{i_1, \dots, i_{p_d}\}$ , где  $p_d$  – длина перестановки  $\tilde{i}^d$  и равна количеству повторений некоторого элемента  $d$  из множества  $[1; L_{MAX}]$  в перестановке  $\{l\}$  (см. п. 1.б условий генерации последовательности  $\{l\}$ ).
- д. если  $p_d = 0$ , то  $\tilde{i}^d = \emptyset$ .
- е.  $\tilde{i}_u^d < \tilde{i}_v^d$ , где  $1 \leq u < v \leq p_d$  для каждой перестановки  $\tilde{i}^d$ , т.е. элементы каждой перестановки  $\tilde{i}^d$  отсортированы по возрастанию.

Другими словами, элементы перестановки  $\tilde{i}^d$  соответствуют информационным тактам на уровне накопления информации  $d$ . Количество перестановок  $\tilde{i}^d$  для уровня накопления информации  $d$  равно количеству сочетаний из количества элементов множества  $[0; J_{MAX}]$  по  $p_d$ , т.е.  $C_{J_{MAX}+1}^{p_d}$ . Исключением будем считать случай, когда  $p_d = 0$ . Тогда количество перестановок  $\tilde{i}^d$  равно нулю.

Таким образом, длина последовательности  $\{l\}$  равна сумме длин перестановок  $\tilde{i}^d$  и, следовательно, длине последовательности  $\{i\}$  и равна  $n$ , количеству экспериментальных значений  $\bar{S}$ . Это означает, что после генерации последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$ , каждому значению  $\bar{S}_j$ , где  $j = \overline{1, n}$ , можно поставить в соответствие координаты точки  $\langle \langle l_j, i_j \rangle, \bar{S}_j \rangle$  на плоскости  $P$ . Все  $n$  точек образуют последовательность точек  $\langle \langle l, i \rangle, \bar{S} \rangle_\gamma$ , где  $\gamma$  – порядковый номер выполненной генерации последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$ .

Рисунок. 46.1 демонстрирует пример последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$  после одной из генераций ( $n = 9$ ,  $L_{MAX} = 7$ ,  $J_{MAX} = 4$ ).

|     | Уровень 1 |   |   | Уровень 2 |   | Ур-нь 5 | Уровень 7 |   |   |
|-----|-----------|---|---|-----------|---|---------|-----------|---|---|
| $l$ | 1         | 1 | 1 | 2         | 2 | 5       | 7         | 7 | 7 |
| $i$ | 0         | 1 | 2 | 1         | 2 | 0       | 0         | 3 | 4 |

Рис. 46.1. Последовательности  $\{l\}$  и  $\{i\}$

**Алгоритм генерации последовательности уровней накопления информации  $\{l\}$**  описывается следующими шагами:

Шаг 1. Инициализируем начальную последовательность  $\{l\}$  (рисунок 46.2 (a)).

- Шаг 2. Если последовательность  $\{l\}$  можно сгенерировать, т.е. предыдущая последовательность не является финальной (рисунок 46.2 (b)), переходим к Шагу 3, иначе переходим к Шагу 12.
- Шаг 3. Присваиваем  $j$  значение  $n$ .
- Шаг 4. Если  $l_j = L_{MAX}$ , то переходим к Шагу 5, иначе переходим к Шагу 6.
- Шаг 5. Уменьшаем значение  $j = j - 1$ . Переходим к Шагу 4.
- Шаг 6. Увеличиваем значение  $j$ -го элемента последовательности на единицу  $l_j = l_j + 1$ .
- Шаг 7. Если  $j \neq n$ , то переходим к Шагу 8, иначе переходим к Шагу 11.
- Шаг 8. Присваиваем  $u$  значение  $j + 1$ .
- Шаг 9. Присваиваем  $l_u = l_j$ .
- Шаг 10. Если  $u < n$ , то увеличиваем значение  $u = u + 1$  и переходим к Шагу 9, иначе переходим к Шагу 11.
- Шаг 11. Используем перестановку  $\{l\}$  для генерации последовательности  $\{i\}$ . Переходим к Шагу 2.
- Шаг 12. Конец алгоритма.

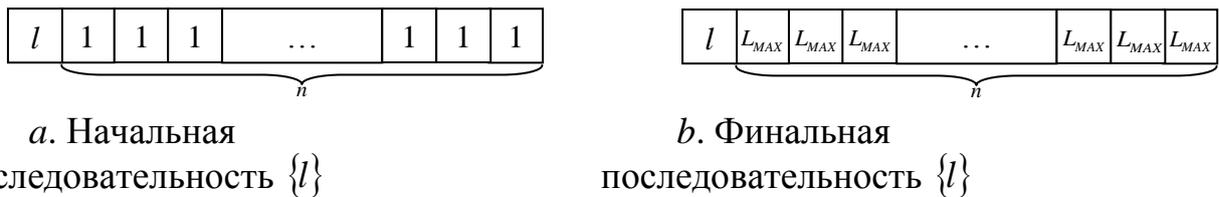


Рис. 46.2. Начальная и финальная последовательности  $\{l\}$

Отметим, что шаги 7-10 алгоритма обеспечивают осуществления условия 1.с генерации последовательности  $\{l\}$ .

**Алгоритм генерации последовательности тактов  $\{i\}$**  выполняется для каждой сгенерированной перестановки  $\{l\}$ , полученной на Шаге 11 алгоритма генерации последовательности  $\{l\}$ .

Шаг 1. Выделяем все подпоследовательности с повторяющимися элементами  $l_j$  в перестановке  $\{l\}$ . Запоминаем номера позиций первого и последнего элемента каждой подпоследовательности относительно всей последовательности  $\{l\}$ . Эти номера позиций определяют длину  $p_d$  каждой перестановки  $\tilde{i}^d$ , а также они равны номерам позиций первого и последнего элемента соответствующей перестановки  $\tilde{i}^d$  относительно всей последовательности  $\{i\}$ . Таким образом, конкатенация перестановок  $\tilde{i}$  будет выполняться посредством заполнения элементов этих перестановок в последовательность  $\{i\}$  в соответствии с номерами позиций первого и последнего элемента перестановки  $\tilde{i}^d$ .

Шаг 2. Инициализируем  $d$  значением 1.

- Шаг 3. Если перестановку  $\tilde{i}^d$  можно сгенерировать (подробнее ниже), т.е. предыдущая перестановка не является финальной (Шаг 4. Рис. 46.2(b)), переходим к Шагу 4, иначе переходим к Шагу 8.
- Шаг 5. Генерируем перестановку  $\tilde{i}^d$ . В соответствии с номерами позиций первого и последнего элемента перестановки  $\tilde{i}^d$  заполняем последовательность  $\{i\}$ .
- Шаг 6. Увеличиваем значение  $d = d + 1$ .
- Шаг 7. Если  $d$  не превышает номер последней перестановки, которая входит в последовательность  $\{i\}$ , то переходим к Шагу 3, иначе переходим к Шагу 7.
- Шаг 8. Все перестановки  $\tilde{i}^d$  сгенерированы и записаны в последовательность  $\{i\}$ . Выполняем алгоритм решения оптимизационной задачи, передаем ему на вход сгенерированные последовательности  $\{l\}$  и  $\{i\}$ . Переходим к Шагу 3.
- Шаг 9. Если  $d > 1$ , то уменьшаем значение  $d = d - 1$ , переходим к Шагу 3, иначе переходим к Шагу 9.
- Шаг 10. Конец алгоритма.

Необходимо отметить, что **алгоритм генерации перестановки  $\tilde{i}^d$**  повторяет алгоритм генерации последовательности  $\{l\}$  с точностью до обозначений за исключением четырех шагов. Ввиду идентичности алгоритмов приведем только шаги, которые отличаются.

- Шаг 1 Инициализируем начальную перестановку  $\tilde{i}^d$  (рис. 46.3 (a)).
- Шаг 2 Если перестановку  $\tilde{i}^d$  можно сгенерировать, т.е. предыдущая перестановка не является финальной (рис. 46.3 (b)), переходим к Шагу 3, иначе переходим к Шагу 12.
- Шаг 4. Если  $i_j = J_{MAX} - p_d + j$ , то переходим к Шагу 5, иначе переходим к Шагу 6.
- Шаг 8. Присваиваем  $\tilde{i}_u^d = \tilde{i}_{u-1}^d + 1$ .

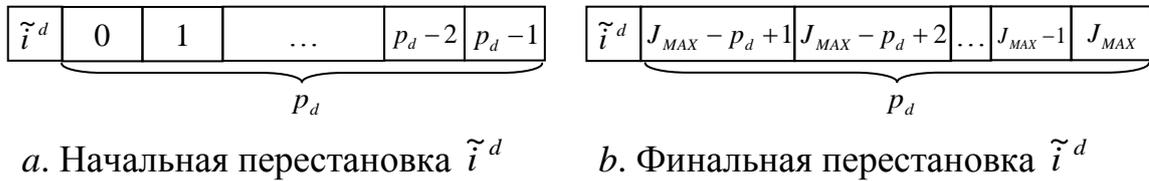


Рис. 46.3. Начальная и финальная перестановки  $\tilde{i}^d$

Отметим, что шаги 7-10 алгоритма обеспечивают осуществления условия 2.е генерации последовательности  $\{i\}$ .

Рассмотрим пример. Пусть  $n = 2$ ,  $L_{MAX} = 2$ ,  $J_{MAX} = 2$ ,  $\bar{S} = \{\bar{S}_1, \bar{S}_2\}$ .

Начальная последовательность  $\{l\} = \{1, 1\}$ . Практически это означает, что  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$  находятся на первом уровне накопления информации. Поэтому для

первого уровня  $\tilde{i}$  количество перестановок определяется следующей формулой –  $C_{2+1}^2 = 3$ . Эти перестановки будут использоваться в качестве последовательностей  $\{i\}$ . Приведем все возможные последовательности  $\{i\}$ , которые соответствуют условиям генерации  $\{i\} = \{0,1\}$ ,  $\{i\} = \{0,2\}$ ,  $\{i\} = \{1,2\}$ .

Следующая последовательность  $\{l\} = \{1,2\}$ . Это означает, что  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$  находятся на первом и втором уровнях накопления информации соответственно. Таким образом, последовательность  $\{i\}$  будет результатом конкатенации перестановок  $\tilde{i}^1$  и  $\tilde{i}^2$ , каждая из которых будет содержать один элемент из множества  $\{0,1,2\}$ . Все комбинации перестановок дадут следующие последовательности  $\{i\}$ , которые соответствуют условиям генерации  $\{i\} = \{0,0\}$ ,  $\{i\} = \{0,1\}$ ,  $\{i\} = \{0,2\}$ ,  $\{i\} = \{1,0\}$ ,  $\{i\} = \{1,1\}$ ,  $\{i\} = \{1,2\}$ ,  $\{i\} = \{2,0\}$ ,  $\{i\} = \{2,1\}$ ,  $\{i\} = \{2,2\}$ .

Последняя последовательность уровней, которую возможно сгенерировать, –  $\{l\} = \{2,2\}$ . Это означает, что  $\bar{S}_1$  и  $\bar{S}_2$  находятся на втором уровне накопления информации. Также как и в случае с последовательностью  $\{l\} = \{1,1\}$ , количество перестановок определяется следующей формулой –  $C_{2+1}^2 = 3$ . Эти перестановки будут использоваться в качестве последовательностей  $\{i\}$ . Таким образом, последовательности тактов будут следующими  $\{i\} = \{0,1\}$ ,  $\{i\} = \{0,2\}$ ,  $\{i\} = \{1,2\}$ .

Рисунок 46.4 отражает в табличном виде множество всех последовательностей точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle_\gamma$  на плоскости  $P$  для данного примера. Штриховкой показана принадлежность точек к разным уровням накопления информации.

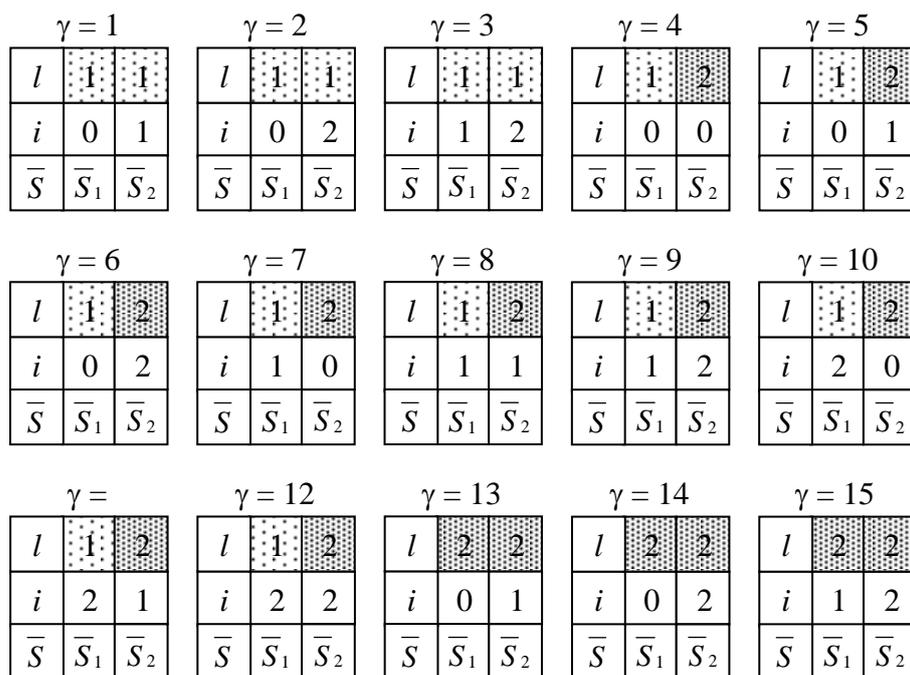


Рис. 46.4. Множество всех последовательностей точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle_\gamma$

Теперь более подробно рассмотрим шаг 10 алгоритма решения задачи идентификации параметров, а именно определение «лучшего» решения. Множество решений такой задачи конечно при условии, что  $0 \leq i \leq J_{MAX}$  и  $1 \leq l \leq L_{MAX}$ . В разделе 44 приводится целевая функция (44.1), которую в процессе решения необходимо минимизировать. Для каждой последовательности точек  $\langle\langle l, i, \bar{S} \rangle\rangle_\gamma$  решим оптимизационную задачу и определим минимальное значение целевой функции  $J_{l,i}(\lambda, h)$ .

Таким образом, решение задачи идентификации параметров  $\lambda$  и  $h$ , будет доставлять минимум такой целевой функции  $J_{l,i}(\lambda, h)$ , которая на множестве всех возможных последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$  имеет минимальное значение, т.е. решением задачи идентификации параметров будет являться точка  $(\lambda^*, h^*) = \arg \min_{\lambda, h} \{ \min_{l, i} (J_{l,i}(\lambda, h)) \}$ .

#### **47. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ**

Ввиду сложности уравнений, описывающих решение оптимизационной задачи, а также использования для решения задачи идентификации параметров алгоритма генерации всех возможных последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$ , исследуем устойчивость задачи на конкретном примере.

Пусть  $\tilde{T} = 12$ ;  $\tau = 1$ ;  $L_{MAX} = 2$ ;  $\sigma = 0,0001$ . Рассмотрим следующую последовательность экспериментальных величин накопленной информации роботом:

$$\bar{S}_1 = 8,1500; \bar{S}_2 = 10,1345; \bar{S}_3 = 12,6686; \bar{S}_4 = 30,1768; \bar{S}_5 = 42,1540.$$

Для исследования зависимости решения задачи идентификации параметров  $h$  и  $\lambda$  от входных данных поочередно внесем в каждое значение  $\bar{S}_j$ ,  $j = \overline{1,5}$  погрешность размером 0,1%.

Таблица 47.1 содержит результаты исследования устойчивости задачи. Первая строка таблицы содержит исходные данные без погрешности. Серые ячейки содержат экспериментальные значения с погрешностью. В столбцах «Относительная погрешность» содержатся значения относительного отклонения значения соответствующего выходного параметра, определенного на данных с погрешностью, от значения выходного параметра, определенного на исходных данных.

Таблица 47.1

Результаты исследования устойчивости решения задачи идентификации параметров

| Входные параметры |             |             |             |             | Выходные параметры |                      |           |                            |
|-------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------------|----------------------|-----------|----------------------------|
| $\bar{S}_1$       | $\bar{S}_2$ | $\bar{S}_3$ | $\bar{S}_4$ | $\bar{S}_5$ | $h$                | Относ. погр. $h$ (%) | $\lambda$ | Относ. погр. $\lambda$ (%) |
| 8,1500            | 10,1345     | 12,6686     | 30,1768     | 42,1540     | 2,4847             |                      | 0,8008    |                            |
| 8,1581            | 10,1345     | 12,6686     | 30,1768     | 42,1540     | 2,4847             | 0,0000               | 0,8008    | 0,0000                     |
| 8,1500            | 10,1446     | 12,6686     | 30,1768     | 42,1540     | 2,4847             | 0,0000               | 0,8008    | 0,0000                     |
| 8,1500            | 10,1345     | 12,6812     | 30,1768     | 42,1540     | 2,4848             | 0,0040               | 0,8008    | 0,0000                     |
| 8,1500            | 10,1345     | 12,6686     | 30,2069     | 42,1540     | 2,4854             | 0,0282               | 0,8008    | 0,0000                     |
| 8,1500            | 10,1345     | 12,6686     | 30,1768     | 42,1961     | 2,4800             | 0,1892               | 0,8012    | 0,0500                     |

В результате исследования решения задачи идентификации параметров получаем, что относительная погрешность выходных параметров имеет тот же порядок, что и погрешность, внесенная во входные параметры. Таким образом, малое приращение исходных параметров  $\bar{S}_j$ ,  $j = \overline{1,5}$  приводит к малому приращению искомым величин  $h$  и  $\lambda$ . Следовательно, решение задачи идентификации параметров устойчиво.

#### 48. ПРОГРАММА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ РАВНОМЕРНОГО МНОГОУРОВНЕГО ПРОЦЕССА НАКОПЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ РОБОТОМ

Для решения задачи идентификации параметров равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом была реализована программа, которая была зарегистрирована в Роспатенте под названием «Решение оптимизационной задачи восписания робота» и получила свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ.

##### 48.1. АРХИТЕКТУРА ПРОГРАММЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ

Рассмотрим архитектуру программы для решения задачи идентификации параметров, которая реализована на основе алгоритмов, представленных в разделе 46.

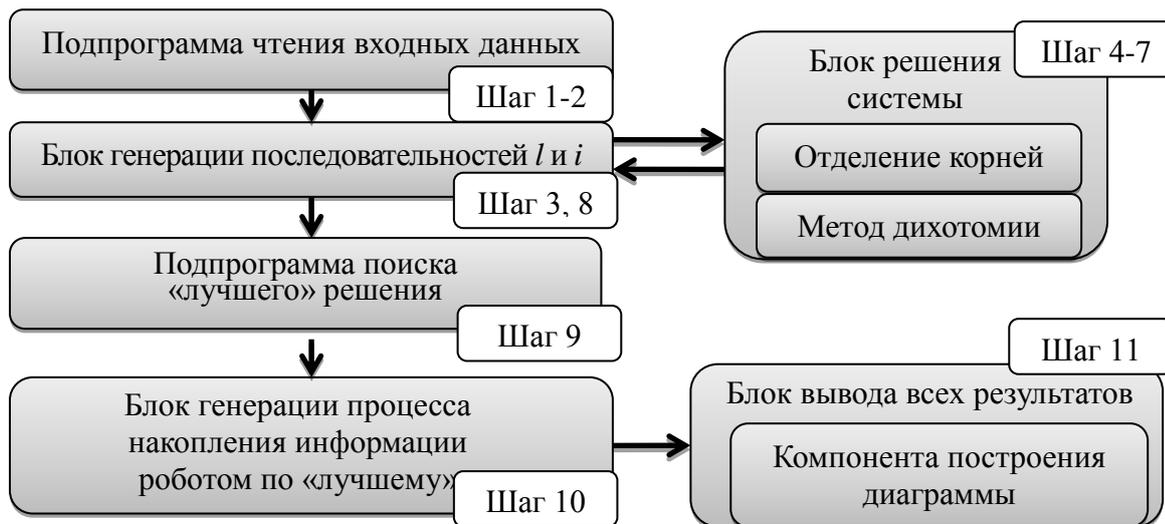


Рис. 48.1. Архитектура программы

На рисунке 48.1 обозначены шаги алгоритма решения задачи идентификации параметров, которые соответствуют блокам программы. Черные стрелки обозначают передачу данных и передачу управления от одного блока программы к другому, что соответствует порядку следования шагов алгоритма.

В блоке решения системы уравнений реализован математический аппарат для решения оптимизационной задачи методами оптимизации, описанными в разделе 46, а также численные методы для отделения и уточнения корней нелинейного уравнения.

В блоке генерации последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$  реализован перебор всех возможных вариантов последовательностей на основе алгоритмов, описанных в разделе 46.

## 48.2. ОСНОВНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРОГРАММЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ

Программа для решения задачи идентификации параметров равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом реализована на языке программирования Visual Basic for Application (VBA) на базе программы Microsoft Excel. Может быть запущена на персональном компьютере класса IBM/PC с операционной системой Windows XP и выше. Для работы программы необходим установленный на компьютере пакет MS Office версии 2003 и выше. Объем программы 166 Кб (.xls-файл).

Основной функцией программы является решение задачи идентификации параметров на основе решения задачи генерации всех возможных последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$  (см. разделы 45 – 47).

Вспомогательными являются следующие функции программы:

1. Построение равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом на основе найденного решения задачи идентификации параметров.

2. Визуализация построенного равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом на диаграмме в MS Excel.

### 48.3. ВИЗУАЛЬНЫЙ ИНТЕРФЕЙС ПРОГРАММЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ

Для запуска программы пользователю необходимо открыть рабочую книгу MS Excel, внутри которой встроена программа для решения задачи идентификации параметров. MS Excel выполняет функцию пользовательского интерфейса, через который можно запустить программу.

Рабочая книга состоит из трех листов:

1. Основной лист;
2. Лучшее решение;
3. Журнал.

На Основном листе заголовки столбцов входных параметров обозначены серыми ячейками (рис. 48.2). Пользователь вводит входные данные, описанные в разделе 46, ниже серых заголовочных ячеек. При наведении мышкой на заголовочную ячейку пользователь получает соответствующую подсказку, что означает этот параметр. Экспериментальные (практические) значения реального процесса накопления информации роботом пользователь вводит друг под другом в столбце  $S_{pract}$ . В столбце  $T$  указывается время моделирования  $\tilde{T}$ .

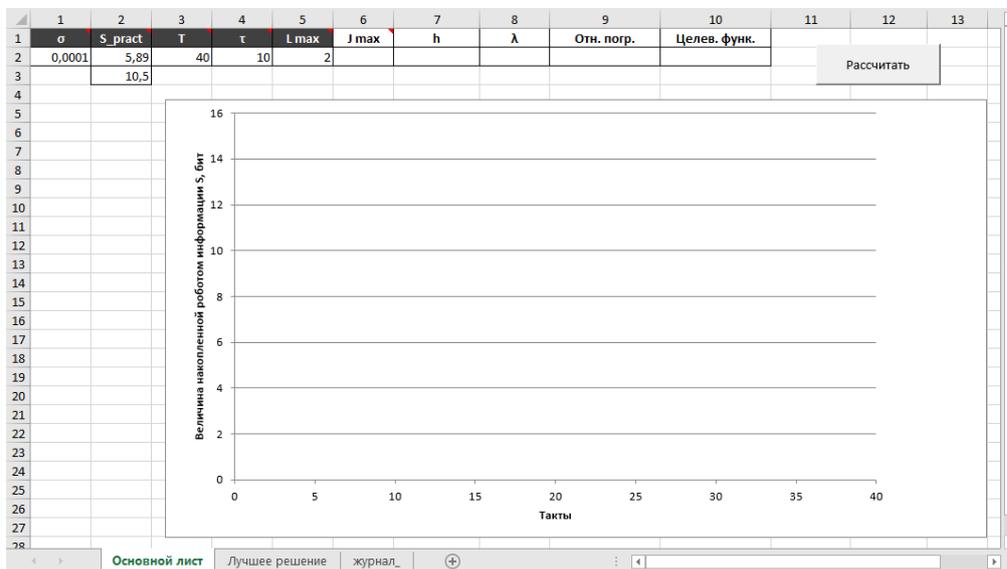


Рис. 48.2 Исходные данные задачи идентификации параметров

После нажатия на кнопку «Расчитать» запускается программа для решения задачи идентификации параметров. Сгенерированные последовательности  $\{l\}$  и  $\{i\}$ , а также найденные  $\lambda$ , коэффициент кратковременной информационной памяти,  $h$ , информационная установка, выводятся на лист «журнал\_» для каждого решения (Рис. 48.4). В качестве вспомогательных величин на лист «журнал\_» выводятся:

1.  $F$  – значение производной целевой функции по коэффициенту памяти  $\lambda$  (левая часть второго уравнения в решении оптимизационной задачи);
2. относительная погрешность целевой функции;
3. значение целевой функции;
4. комментарий, который показывает, сколько корней было найдено для текущих последовательностей  $\{l\}$  и  $\{i\}$ .

| 1             | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 | 7                       | 8                       | 9                          | 10                      | 11                   |
|---------------|----|----|----|----|---|-------------------------|-------------------------|----------------------------|-------------------------|----------------------|
| Номер решения | l1 | l2 | i1 | i2 | h | $\lambda$               | F                       | Отн. погрешн. целев. функ. | Целев. функ.            | Комментарий          |
| 1             | 1  | 1  | 1  | 0  | 1 | 5,88991874677765        | 0,78271484375000        | 0,00012872969088           | 0,00001022613533        | Первый корень        |
| 2             | 2  | 1  | 1  | 0  | 2 | 5,89049339870386        | 0,51611328125000        | 0,00045554441883           | 0,00006209747851        | Первый корень        |
| 3             | 3  | 1  | 1  | 1  | 2 | 0,00000000000000        | 0,00000000000000        | 0,00000000000000           | 0,00000000000000        | Корней нет           |
| 4             | 4  | 1  | 2  | 0  | 0 | 5,89070373591102        | 0,43896484375000        | 0,00062499427078           | 0,00008753762469        | Первый корень        |
| 5             | 5  | 1  | 2  | 0  | 1 | 5,88928995756118        | 0,28134765625000        | 0,00020226438365           | 0,00008961021793        | Первый корень        |
| 6             | 6  | 1  | 2  | 0  | 2 | 5,88928178271310        | 0,25751953125000        | 0,00017995612832           | 0,00009215231196        | Первый корень        |
| 7             | 7  | 1  | 2  | 1  | 0 | 3,54273218666983        | 0,66259765625000        | 0,00055952949994           | 0,00001688544124        | Первый корень        |
| 8             | 8  | 1  | 2  | 1  | 1 | 4,09372229837575        | 0,43896484375000        | 0,00064162852242           | 0,00009014939338        | Первый корень        |
| 9             | 9  | 1  | 2  | 1  | 2 | 4,26639176483655        | 0,38037109375000        | 0,00052739501104           | 0,00010139571702        | Первый корень        |
| 10            | 10 | 1  | 2  | 2  | 0 | 2,51943518004747        | 0,76005859375000        | 0,00156849821513           | 0,00002516647343        | Первый корень        |
| 11            | 11 | 1  | 2  | 2  | 1 | <b>3,27142811675353</b> | <b>0,52490234375000</b> | <b>0,00005477259123</b>    | <b>0,00000712054266</b> | <b>Первый корень</b> |
| 12            | 12 | 1  | 2  | 2  | 2 | 3,61027960572167        | 0,43896484375000        | 0,00064892882927           | 0,00009083818851        | Первый корень        |
| 13            | 13 | 2  | 2  | 0  | 1 | 1,27981364370901        | 0,78271484375000        | 0,00012872969087           | 0,00000993057746        | Первый корень        |
| 14            | 14 | 2  | 2  | 0  | 2 | 2,85037991118922        | 0,51611328125000        | 0,00045554441883           | 0,00006399115348        | Первый корень        |
| 15            | 15 | 2  | 2  | 1  | 2 | 0,00000000000000        | 0,00000000000000        | 0,00000000000000           | 0,00000000000000        | Корней нет           |

Рис. 48.4. Решения задачи идентификации параметров в «журнале»

На основе данных, записанных в «журнал» программа определяет «лучшее» решение с помощью алгоритма, представленного в разделе 4б. С помощью «лучшего» решения генерируется последовательность точек  $\langle \langle l^*, i^* \rangle, S \rangle$  на плоскости  $P$ , где каждая точка  $\langle \langle l_j^*, i_j^* \rangle, S_j \rangle$  соответствует значению построенного равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом на такте  $i_j^*$  уровня  $l_j^*$ , причем  $j = 0, \tilde{t}$  и  $\tilde{t}$  соответствует последнему такту времени моделирования  $\tilde{T}$ . Результаты выводятся на лист «Лучшее решение» (см. рис. 48.5). Столбец *local i* соответствует тактам  $i_j^*$  в рамках уровней накопления информации  $l_j^*$ . Для удобства на лист выводится *global i*, номер такта от начала моделирования до  $\tilde{T}$ .

| 1             | 2        | 3       | 4       | 5                 | 6 | 7 | 8         | 9          | 10               | 11               | 12               | 13       | 14 | 15      | 16       |
|---------------|----------|---------|---------|-------------------|---|---|-----------|------------|------------------|------------------|------------------|----------|----|---------|----------|
| Номер решения | global i | S_pract | S_model | local i           | l | h | $\lambda$ | F          | Отн. погрешн.    | Целев. функ.     |                  | global i | l  | local i | S_model  |
| 2             | 11       | 2       | 5,89    | 5,88996035935395  | 2 | 1 | 3,2714281 | 0,52490234 | 0,00005477259123 | 0,00000712054266 | 0,00000000775742 | 0        | 1  | 0       | 3,271428 |
| 3             |          | 18      | 10,5    | 10,50007865137380 | 1 | 2 |           |            |                  |                  |                  | 1        | 1  | 1       | 4,988608 |
| 4             |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 2        | 1  | 2       | 5,88996  |
| 5             |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 3        | 1  | 3       | 6,363082 |
| 6             |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 4        | 1  | 4       | 6,611425 |
| 7             |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 5        | 1  | 5       | 6,741781 |
| 8             |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 6        | 1  | 6       | 6,810205 |
| 9             |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 7        | 1  | 7       | 6,84612  |
| 10            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 8        | 1  | 8       | 6,864973 |
| 11            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 9        | 1  | 9       | 6,874868 |
| 12            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 10       | 1  | 10      | 6,880063 |
| 13            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 11       | 1  | 11      | 6,882789 |
| 14            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 12       | 1  | 12      | 6,88422  |
| 15            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 13       | 1  | 13      | 6,884971 |
| 16            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 14       | 1  | 14      | 6,885366 |
| 17            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 15       | 1  | 15      | 6,885573 |
| 18            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 16       | 1  | 16      | 6,885681 |
| 19            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 17       | 1  | 17      | 6,885738 |
| 20            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 17       | 2  | 0       | 6,885738 |
| 21            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 18       | 2  | 1       | 10,50008 |
| 22            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 19       | 2  | 2       | 12,39725 |
| 23            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 20       | 2  | 3       | 13,39309 |
| 24            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 21       | 2  | 4       | 13,9158  |
| 25            |          |         |         |                   |   |   |           |            |                  |                  |                  | 22       | 2  | 5       | 14,59017 |

Рис. 48.5. Детализация информации по «лучшему» решению

Используя сгенерированную последовательность точек равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом, программа автоматически создает диаграмму на Основном листе (рис. 48.6).

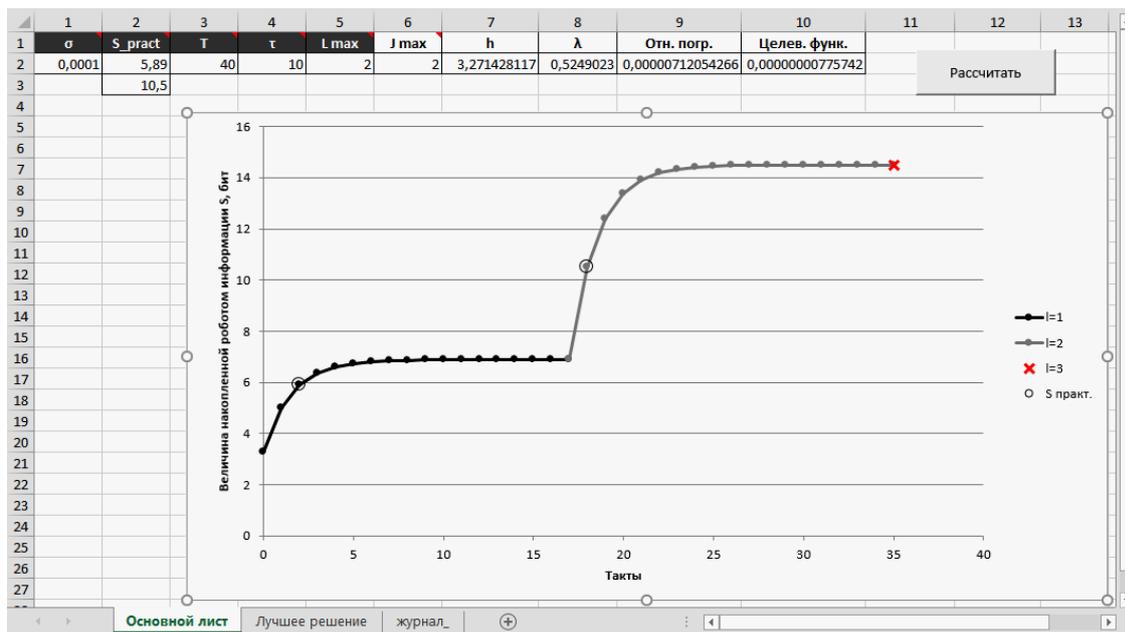


Рис. 48.6. Визуализация равномерного многоуровневого процесса накопления информации роботом

Точки, соответствующие разным уровням накопления информации, автоматически подсвечиваются разными цветами. Экспериментальные (практические) значения реального процесса накопления информации роботом, которые являются входными данными, также выводятся на диаграмму в виде окружностей. В зависимости от времени моделирования  $\tilde{T}$  диаграмма автоматически масштабируется.

## 49. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБОБЩЕНИЯ АЛГОРИТМА Д.Н. УЗНАДЗЕ

В этом разделе введено математическое понятие коэффициента долговременной памяти робота. На основе гипотезы Д.Н. Узнадзе построена модель долговременной памяти робота, которая также, как и кратковременная память робота является относительной и безразмерной величиной. Психологи не дают точного ответа, зависит ли долговременная память от кратковременной. Поэтому в диссертационной работе приведены две математические модели долговременной памяти.

Первая математическая модель долговременной памяти устанавливает связь долговременной информационной памяти робота с его кратковременной информационной памятью, относительной восприимчивостью робота к накоплению информации. Такая модель основана на равномерном многоуровневом процессе накопления информации.

Вторая математическая модель долговременной памяти описывает ее как независимую от кратковременной. Сняты ограничения  $\lambda = \lambda^{[1]} = \lambda^{[2]} = \dots$  и  $\sigma = \sigma^{[1]} = \sigma^{[2]} = \dots$  присущие равномерному многоуровневому процессу накопления информации роботом. Коэффициент долговременной памяти может задаваться вручную, так и вычисляться по некоторой формуле. Таким образом, можно считать, что вторая математическая модель является более общей и включать в себя первую, поэтому назовем вторую модель – общая математическая модель информационной памяти робота.

#### 49.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ПАМЯТИ РОБОТА, ЗАВИСИМОЙ ОТ КРАТКОВРЕМЕННОЙ ПАМЯТИ

Определение 49.1. Коэффициентом долговременной информационной памяти робота  $\Lambda^{[l]}$  на уровне накопления информации  $l$  назовем величину, удовлетворяющую соотношению

$$\Lambda^{[l]} = \frac{S_{i''}^{[l-2]}}{S_{i'}^{[l-1]}}, \quad (49.1)$$

где  $l = 3, 4, 5, \dots$ ,  $S_{i''}^{[l-2]}$ ,  $S_{i'}^{[l-1]}$  являются величинами накопленной информации роботом на уровнях  $l-2$  и  $l-1$  соответственно.

Ранее было выведено равенство

$$S^{[l]} = \frac{\beta \cdot h}{\lambda} + \frac{h}{(1-\lambda)^{l-1}} \left(1 - \frac{\beta}{\lambda}\right), \quad l = 1, 2, \dots \quad (49.2)$$

Подставляя соотношение (49.2) в равенство (49.1), получаем

$$\Lambda^{[l]} = \frac{S^{[l-1]}}{S^{[l]}} = \frac{\frac{\beta \cdot h}{\lambda} + \frac{h}{(1-\lambda)^{l-2}} \left(1 - \frac{\beta}{\lambda}\right)}{\frac{\beta \cdot h}{\lambda} + \frac{h}{(1-\lambda)^{l-1}} \left(1 - \frac{\beta}{\lambda}\right)} = (1-\lambda) \frac{\beta(1-\lambda)^{l-2} + \lambda - \beta}{\beta(1-\lambda)^{l-1} + \lambda - \beta} \quad (49.3)$$

Предположим, что коэффициенты кратковременной информационной памяти  $\lambda$  и коэффициенты долговременной информационной памяти  $\Lambda^{[l]}$  известны, можно найти относительную восприимчивость робота к накоплению информации  $\beta$ .

$$\begin{aligned} \Lambda^{[l]} &= (1-\lambda) \frac{\beta(1-\lambda)^{l-2} + \lambda - \beta}{\beta(1-\lambda)^{l-1} + \lambda - \beta} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \beta((1-\lambda)^{l-1} - 1)\Lambda^{[l]} + \lambda\Lambda^{[l]} = \beta(1-\lambda)((1-\lambda)^{l-2} - 1) + (1-\lambda)\lambda \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \beta((1-\lambda)^{l-1} - 1)\Lambda^{[l]} - \beta(1-\lambda)((1-\lambda)^{l-2} - 1) = \lambda(1-\lambda - \Lambda^{[l]}) \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \beta = \frac{\lambda(1-\lambda-\Lambda^{[l]})}{((1-\lambda)^{l-1}-1)\Lambda^{[l]}-(1-\lambda)((1-\lambda)^{l-2}-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \beta = \frac{\lambda(1-\lambda-\Lambda^{[l]})}{(1-\lambda)^{l-1}\Lambda^{[l]}-\Lambda^{[l]}-(1-\lambda)^{l-1}-\lambda+1}.$$

В результате получаем следующее выражение:

$$\beta = \frac{\lambda(1-\Lambda^{[l]}-\lambda)}{1-\Lambda^{[l]}-\lambda-(1-\lambda)^{l-1}(1-\Lambda^{[l]})}. \quad (49.4)$$

Запишем соотношение (49.4) в ином виде:

$$\beta = \frac{\lambda}{1 - \frac{(1-\lambda)^{l-1}(1-\Lambda^{[l]})}{1-\Lambda^{[l]}-\lambda}}, \quad l = 2, 3, 4, \dots \quad (49.5)$$

Обратим внимание на то, что соотношение (49.5) определяет связь между долговременной памятью, описываемой коэффициентом  $\Lambda^{[l]}$ , и кратковременной памятью, описываемой коэффициентом  $\lambda$ .

Опишем некоторые предельные свойства функции долговременной информационной памяти робота  $\Lambda^{[l]}$  и связи коэффициентов долговременной и кратковременной информационной памяти при увеличении количества уровней  $l$  до бесконечности.

*Свойство 1.*  $\lim_{l \rightarrow \infty} \Lambda^{[l]} = 1 - \lambda$ .

*Свойство 2.* При равной нулю относительной восприимчивости робота к накоплению информации  $\beta$  справедливо соотношение  $\Lambda^{[l]} = \text{const} = \Lambda = 1 - \lambda$ .

Доказательства обоих свойств с очевидностью следуют из формулы (49.5).

После небольших преобразований формулы (49.3) получаем следующее соотношение:

$$\Lambda^{[l]} = \frac{(1-\lambda)(\lambda + \beta((1-\lambda)^{l-2} - 1))}{\lambda + \beta((1-\lambda)^{l-1} - 1)}, \quad l = 3, 4, 5, \dots \quad (49.6)$$

Будем считать, что коэффициент долговременной памяти робота удовлетворяет двойному неравенству  $0 \leq \Lambda^{[l]} < 1$ . Для формулы (49.6) должны выполняться условия

$$0 < \beta < 1, \quad l \in \mathbb{N}, \quad 0 < \lambda \leq 1 - \delta, \quad \text{где } \delta \in (0; 1), \quad \delta = \text{const}. \quad (49.7)$$

Исследуем, при каких величинах  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $l$  из области допустимых значений, коэффициент долговременной памяти  $\Lambda^{[l]}$  принадлежит полуинтервалу  $[0, 1)$ :

$$0 \leq \frac{(1-\lambda)(\lambda + \beta((1-\lambda)^{l-2} - 1))}{\lambda + \beta((1-\lambda)^{l-1} - 1)} < 1.$$

Рассмотрим 3 случая.

1 случай

$$\frac{(1-\lambda)(\lambda + \beta((1-\lambda)^{l-2} - 1))}{\lambda + \beta((1-\lambda)^{l-1} - 1)} = 0$$

После несложных преобразований получаем, что  $\Lambda^{[l]} = 0$ , при  $\forall l \in N$ ,  $\beta = \frac{\lambda}{1 - (1-\lambda)^{l-2}}$ ,  $\forall \lambda \in (0; 1-\delta]$ , где  $\delta \in (0; 1)$ ,  $\delta = const$ . Обратим внимание на то, что в предложенной модели  $\beta = const$  не зависит от  $\lambda$  и  $l$ . Поэтому в рамках этой модели случай  $l$  учитываться не будет.

2 случай

$$\frac{(1-\lambda)(\lambda + \beta((1-\lambda)^{l-2} - 1))}{\lambda + \beta((1-\lambda)^{l-1} - 1)} > 0. \quad (49.8)$$

С учетом соотношения (49.8) получаем следующую совокупность неравенств:

$$\begin{cases} 0 < \beta < \frac{\lambda}{1 - (1-\lambda)^{l-1}} \\ \frac{\lambda}{1 - (1-\lambda)^{l-2}} < \beta < 1 \end{cases}$$

3 случай

$$\frac{(1-\lambda)(\lambda + \beta((1-\lambda)^{l-2} - 1))}{\lambda + \beta((1-\lambda)^{l-1} - 1)} < 1 \quad (49.9)$$

С учетом неравенства (49.9) получаем совокупность решений:

$$\begin{cases} \beta > \frac{\lambda}{1 - (1-\lambda)^{l-1}} \\ \beta < \lambda \end{cases}$$

Таким образом, двойное неравенство  $0 \leq \Lambda^{[l]} < 1$  справедливо при выполнении условий

$$\forall l \in N, \forall \beta \in (0; \lambda) \cup \left( \frac{\lambda}{1 - (1-\lambda)^{l-2}}; 1 \right), \forall \lambda \in (0; 1-\delta],$$

где  $\delta \in (0; 1)$ ,  $\delta = const$ .

## 49.2. ОБЩАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОЙ ПАМЯТИ РОБОТА

Накопление информации роботом на конкретном уровне  $l$  ограничено предельной величиной информации –  $U^{[l]}$ . Изменение порции накопления

информации роботом  $h^{[l]}$  определяет предельную величину информации на уровне накопления информации  $l$ .

Введем следующие определения.

Определение 49.2. Локальной величиной накопления информации роботом на уровне  $l$  назовем величину  $\bar{S}_j^{[l]}$ , полученную без учета накопленной информации на предыдущих уровнях. Пусть  $j$  – номер такта в рамках уровня  $l$ .

Не нарушая общности, представим процесс накопления информации на уровне  $l$  следующим образом:

$$\begin{cases} \bar{S}_0^{[l]} = h_0^{[l]} \\ \bar{S}_j^{[l]} = h_j^{[l]} + \lambda_j^{[l]} \bar{S}_{j-1}^{[l]}, j > 0 \end{cases},$$

где  $\bar{S}_j^{[l]}$  – локальная величина накопления информации на уровне  $l$  на такте  $j$ ,  $h_j^{[l]}$  – порция накопления информации роботом на уровне  $l$  на такте  $j$ ,

$\lambda_j^{[l]}$  – коэффициент кратковременной информационной памяти робота на уровне  $l$  на такте  $j$  ( $0 < \lambda_j^{[l]} \leq 1 - \delta$ ,  $0 < \delta < 1$ ,  $\delta = const$ ).

Будем считать, что справедливы цепочки равенств

$$\lambda^{[l]} = \lambda_0^{[l]} = \dots = \lambda_n^{[l]} = \dots \text{ и } h^{[l]} = h_0^{[l]} = \dots = h_n^{[l]} = \dots \quad (49.10)$$

Справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \bar{S}_j^{[l]} &= \sum_{m=0}^j (\lambda^{[l]})^m h^{[l]}, \\ \bar{S}_j^{[l]} &= h^{[l]} \frac{1 - (\lambda^{[l]})^j}{1 - \lambda^{[l]}}. \end{aligned} \quad (49.11)$$

Таким образом, локальная величина накопления информации роботом  $\bar{S}_j^{[l]}$  непрерывна и ограничена, т.е. на языке теории эмоциональных роботов процесс накопления информации роботом имеет пресыщение. Из соотношения (49.11) получаем предельную величину информации на уровне  $l$  при бесконечном увеличении количества тактов  $j$ :

$$U^{[l]} = \lim_{j \rightarrow \infty} \bar{S}_j^{[l]} = \frac{h^{[l]}}{1 - \lambda^{[l]}}. \quad (49.12)$$

При переходе с одного уровня накопления информации на другой наряду с коэффициентом информационной кратковременной памяти  $\lambda^{[l]}$  будем учитывать коэффициент долговременной информационной памяти  $\Lambda_j^{[l]}$ .

Предполагаем, что  $\Lambda_j^{[l]}$  влияет на величину накопленной роботом информации  $S^{[l-1]}$ , которая им была получено на всех предыдущих уровнях накопления информации  $l$ .

Таким образом, будем считать, что величина накопления информации на каждом уровне и на каждом такте будет удовлетворять равенствам:

$$\begin{cases} S_i^{[1]} = \bar{S}_j^{[1]} \\ S_i^{[l]} = \bar{S}_j^{[l]} + \Lambda_i^{[l]} S^{[l-1]}, l > 1 \end{cases},$$

где  $S_i^{[l]}$  – величина накопления информации роботом на уровне  $l$  на такте  $i$ ,  $\bar{S}_j^{[l]}$  – локальная величина накопления информации роботом на уровне  $l$  на такте  $j$ ,  $\Lambda_i^{[l]}$  – коэффициент долговременной информационной памяти на уровне  $l$  на такте  $i$ ,  $\Lambda_i^{[l]} \in (0; 1 - \nu]$ ,  $\nu \in (0; 1)$ ,  $\nu = const$ .

Взаимосвязь  $i$  и номера информационного такта в целом за все уровни накопления информации  $l$ ; и  $j$  – номера такта внутри уровня  $l$ , можно представить следующей системой равенств:

$$\begin{cases} i = j, l = 1 \\ i = j + i_{l-1}^*, l > 1 \end{cases},$$

где  $i_{l-1}^*$  – такт перехода с уровня  $l$  на  $l + 1$ .

**Теорема 49.1.** Если все коэффициенты долговременной информационной памяти  $\Lambda_i^{[l]}$  постоянны на каждом уровне накопления информации  $l$ , т.е.  $\Lambda^{[l]} = \Lambda_0^{[l]} = \Lambda_1^{[l]} = \dots$ , и  $\Lambda_i^{[l]} \in (0; 1 - \nu]$ ,  $\nu \in (0; 1)$ ,  $\nu = const$ , то величина накопления информации  $S_i^{[l]}$  для каждого уровня имеет предел.

Доказательство. Так как по условию теоремы справедлива цепочка равенств  $\Lambda^{[l]} = \Lambda_0^{[l]} = \dots = \Lambda_n^{[l]} = \dots$ , то  $C^{[l]} = \Lambda^{[l]} S^{[l-1]}$  является константой для каждого уровня  $l$ .

Следовательно, справедлива цепочка равенств

$$S_i^{[l]} = \bar{S}_j^{[l]} + \Lambda_i^{[l]} S^{[l-1]} = \bar{S}_j^{[k]} + \Lambda^{[l]} S^{[l-1]} = \bar{S}_j^{[l]} + C^{[l]} \quad (49.13)$$

Переходя в равенстве (49.13) к пределу при  $j \rightarrow \infty$ , получим

$$\lim_{j \rightarrow \infty} S_i^{[l]} = \frac{h^{[l]}}{1 - \lambda^{[l]}} + C^{[l]}.$$

Теорема доказана.

Введем критерий перехода процесса накопления информации с одного уровня на другой. Будем считать, что точка перехода процесса накопления информации с уровня  $l$  на уровень  $l+1$  достигается, когда изменение величины накопления роботом информации на уровне  $l$  становится меньше некоторой величины  $\zeta$ , где  $0 < \zeta \ll 1$ ,  $\zeta = const$ ,  $\zeta$  – измеряется в битах. Рисунок 49.1 иллюстрирует заданный критерий перехода.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{S_i^{[l]} - S_{i-1}^{[l]}}{i - i + 1} = S_i^{[l]} - S_{i-1}^{[l]} < \zeta. \quad (49.14)$$

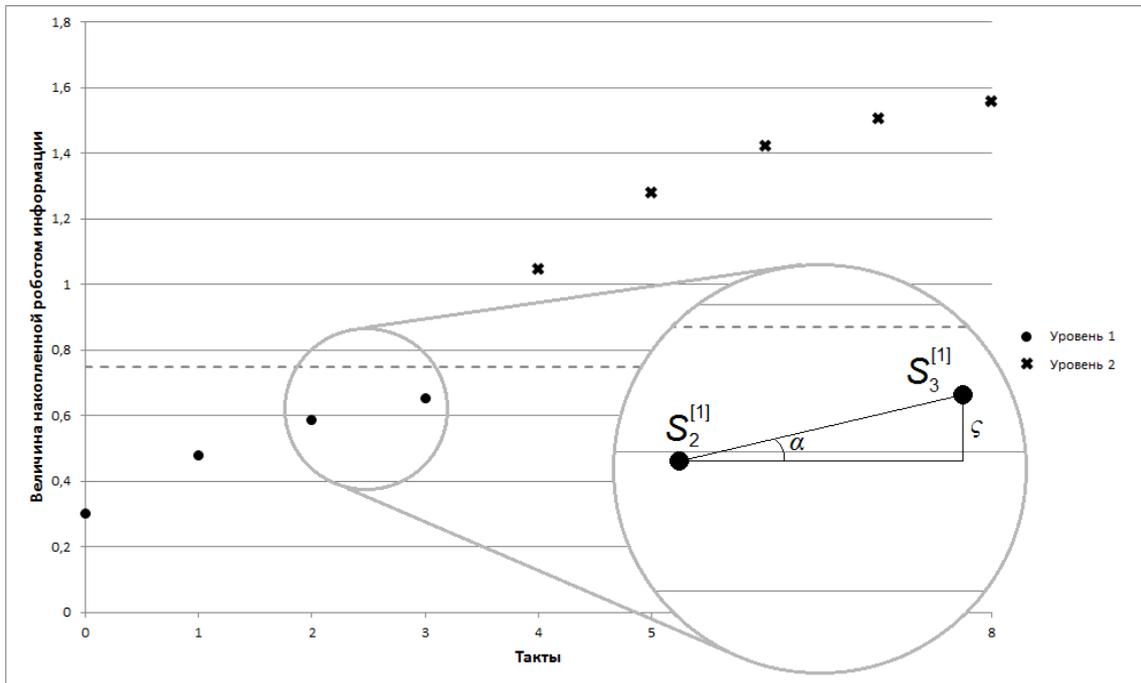


Рис. 49.1 Визуализация критерия перехода процесса накопления информации с одного уровня на другой

Пусть величина  $\zeta$  не зависит от уровня накопления информации  $l$ .

Докажем следующую теорему.

**Теорема 49.2.** При условиях теоремы 1 на каждом уровне накопления информации  $l$  существует такой такт  $i$ , для которого справедливо неравенство  $|S_i^{[l]} - S_{i-1}^{[l]}| < \zeta$ .

**Доказательство.** Так как ряд  $S_i^{[k]}$  сходится, то верно следующее утверждение:

$$\forall \delta, \exists n \in N, \forall i > n: |S_i^{[l]} - S_{i-1}^{[l]}| < \zeta.$$

Теорема доказана.

На основе теоремы 49.2 можно сделать вывод, что на любом уровне накопления информации  $l$  найдется номер такта  $i$ , при котором произойдет переход на следующий уровень и критерий перехода выполняется для любого уровня накопления информации  $l$ .

Исходя из вышеизложенного, можно предложить следующий алгоритм процесса накопления информации с учетом изменения информационных установок робота и его коэффициентов кратковременной и долговременной памяти.

Шаг 1. Задаем общее время процесса накопления информации роботом –  $T$ , порцию накопления информации  $h_0^{[1]}$ ,  $i = 0$ ,  $j = 0$ ,  $l = 1$ .

Шаг 2. Если  $i < T$ , то переходим к Шагу 6, в противном случае переходим к Шагу 3.

Шаг 3. Вычисляем величину накопления информации робота

$$\begin{cases} \bar{S}_0^{[l]} = h_0^{[l]} \\ \bar{S}_j^{[l]} = h_j^{[l]} + \lambda_j^{[l]} \bar{S}_{j-1}^{[l]}, j > 0, \\ S_i^{[l]} = \bar{S}_j^{[l]} \\ S_i^{[l]} = \bar{S}_j^{[l]} + \Lambda_i^{[l]} S^{[l-1]}, l > 1 \end{cases}$$

где  $\lambda_j^{[l]}$  и  $\Lambda_i^{[l]}$  – кратковременная информационная память и долговременная информационная память на уровне  $l$  соответственно.

Шаг 4. Если не выполняется критерий перехода на следующий уровень  $|S_i^{[l]} - S_{i-1}^{[l]}| \geq \zeta$ , то  $j = j + 1$ ,  $i = j + i_{l-1}^*$ , задаем порцию накопления информации  $h_i^{[l]}$ , задаем коэффициенты памяти  $\lambda_j^{[l]}$  и  $\Lambda_i^{[l]}$ . Переходим к шагу 2.

Шаг 5. Если выполняется критерий перехода на следующий уровень  $|S_i^{[l]} - S_{i-1}^{[l]}| < \zeta$ , то  $i_i^* = i$ ,  $j = 0$ ,  $l = l + 1$ . Переходим к Шагу 2.

Шаг 6. КОНЕЦ.

Таким образом, в разделе приведены математические модели коэффициентов долговременной информационной памяти робота и предложен алгоритм процесса накопления информации с учетом порции накопления информации робота и коэффициентов информационной кратковременной и информационной долговременной памяти робота.

### **49.3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАКОПЛЕНИЯ ЛОГИЧЕСКОГО ОПЫТА РОБОТОМ С УЧЕТОМ СМЕНЫ ЗНАКА ИНФОРМАЦИОННОЙ УСТАНОВКИ**

В разделе 49.1 описано решение проблемы ограниченности процесса накопления информации роботом за счет смены уровней накопления информации роботом. На каждом уровне меняется значение информационной установки  $h$ , хотя в рамках одного уровня установка остается постоянной. Однако Д.Н. Узнадзе пишет [92], что в течение жизни человека установка может меняться на противоположную.

Обратим внимание на то, что информационная установка  $h$  по определению является стационарной порцией информации. В силу свойств информации, это означает выполнение неравенства  $h > 0$ .

Введем понятие логического опыта робота, как логически осмысленную информацию. Как и информация, логический опыт измеряется в битах.

Положительные значения опыта означают «положительно» отношение робота к накопленной информации. Отрицательные значения опыта – «отрицательное» отношение к накопленной информации.

Обобщим алгоритм Д.Н. Узнадзе, приведенный в разделе 0, и рассмотрим три варианта смены знака установки робота  $h$ :

- 1) только в конце тактов внутри уровня накопления роботом логического опыта;
- 2) только между уровнями накопления роботом логического опыта (в конце последнего такта уровня);
- 3) комбинация первого и второго варианта.

Определение 49.3. Уровнем  $l$  накопления роботом логического опыта назовем количество смен значений установки робота  $h$  до текущего такта процесса накопления опыта.

Введем индикатор случайных чисел  $I_i^{[l]}$ , который на каждом такте  $i$  каждого уровня накопления логического опыта  $l$  случайным образом принимает значения  $+1$  либо  $-1$ . Аналогично определим индикатор случайных чисел  $J^{[l]}$ , который случайным образом принимает значения  $+1$  либо  $-1$  на каждом уровне накопления логического опыта  $l$ .

Будем рассматривать процесс накопления логического опыта роботом с равными порциями  $h^{[l]}$  на каждом такте в рамках уровня  $l$ .

Определение 49.4. Элементарным логическим опытом робота назовем величину  $c_j^{[l]} = h^{[l]} \cdot I_j^{[l]}$ , где  $h^{[l]}$  – установка робота на уровне  $l$ ,  $I_j^{[l]} \in \{-1; +1\}$  – индикатор смены знака на такте с номером  $j$  в рамках уровня  $l$ .

Определение 49.5. Локальным логическим опытом робота назовем величину  $\bar{\Omega}_j^{[l]} = c_j^{[l]} + \lambda_j^{[l]} \bar{\Omega}_{j-1}^{[l]}$ , где  $l$  – уровень накопления логического опыта роботом,  $j$  – номер такта на уровне  $l$ ,  $\lambda_j^{[l]}$  – коэффициент кратковременной информационной памяти робота на такте с номером  $j$  в рамках уровня  $l$ ,  $\bar{\Omega}_{j-1}^{[l]}$  – локальный логический опыт робота, полученный за  $j-1$  такт на уровне  $l$ .

Определение 49.6. Логическим опытом робота назовем величину  $\Omega_i^{[l]} = \bar{\Omega}_j^{[l]} + \Lambda^{[l]} J^{[l]} \Omega^{[l-1]}$ , где  $l$  – уровень накопления логического опыта роботом,  $\bar{\Omega}_j^{[l]}$  – локальный логический опыт робота, полученный на такте с номером  $j$  в рамках уровня  $l$ ,  $\Lambda^{[l]}$  – коэффициент долговременной информационной памяти робота на уровне  $l$  и  $\Lambda^{[l]} \in (0; 1-\nu]$ ,  $\nu \in (0; 1)$ ,  $\nu = const$ ,  $J^{[l]} \in \{-1; +1\}$  – индикатор смены знака,  $\Omega^{[l-1]}$  – логический опыт робота, накопленный за все предыдущие уровни  $l$ .

Обратим внимание на то, что  $i$  – номер такта в рамках всего процесса накопления логического опыта роботом, а  $j$  – номер такта в рамках уровня  $l$ .  $j = 0$  в начале каждого уровня накопления логического опыта роботом.

Будем считать, что при вычислении величины накопленного роботом логического опыта на первом уровне опыт робота равен нулю, т.е.  $\Omega^{[0]} = 0$ .

Обобщая вышесказанное, процесс накопления логического опыта роботом можно описать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \bar{\Omega}_0^{[l]} = c_0^{[l]} \\ \bar{\Omega}_j^{[l]} = c_j^{[l]} + \lambda_j^{[l]} \bar{\Omega}_{j-1}^{[l]}, j > 0 \\ \Omega_i^{[l]} = \bar{\Omega}_j^{[l]} \\ \Omega_i^{[l]} = \bar{\Omega}_j^{[l]} + \Lambda^{[l]} J^{[l]} \Omega^{[l-1]}, l > 1 \end{cases} \quad (49.15)$$

В качестве критерия перехода с одного уровня накопления роботом логического опыта на другой будем использовать следующее правило: такт перехода с уровня накопления логического опыта  $l$  на уровень  $l + 1$  достигается тогда, когда на уровне накопления логического опыта  $l$  изменение величины накопленного опыта между соседними шагами становится меньше некоторой величины  $\xi$ , т.е. выполняется неравенство:

$$|\Omega_i^{[l]} - \Omega_{i-1}^{[l]}| < \xi, \quad (49.16)$$

где  $\Omega_i^{[l]}$  и  $\Omega_{i-1}^{[l]}$  – логический опыт робота на уровне  $l$  тактах  $i$  и  $i - 1$  соответственно,  $0 < \xi \ll 1$ ,  $\xi = const$ ,  $\xi$  – измеряется в битах.

Представим алгоритм накопления логического опыта роботом, который будет выполняться до тех пор, пока номер такта  $i$  не достигнет заданного количества тактов  $T$ , где  $T$  – общее время накопления логического опыта роботом.

Шаг 1. Задаются общее время процесса накопления логического опыта роботом  $T$ , уровень  $l$  накопления роботом логического опыта задается равным единице, номер такта  $i$  – нулю.

Шаг 2. Задается  $h^{[1]}$ ,  $\lambda^{[1]}$ ,  $\Omega^{[0]} = 0$ .

Шаг 3. Вычисляется логический опыт робота  $\Omega_i^{[l]}$  на основе системы равенств (49.15).

Шаг 4. Увеличивается  $i$  на единицу и вычисляется величина логического опыта робота  $\Omega_i^{[l]}$  на основе системы равенств (49.15).

Шаг 5. Если  $i < T$  и не выполняется критерий перехода на следующий уровень накопления логического опыта, т.е.  $|\Omega_i^{[l]} - \Omega_{i-1}^{[l]}| > \xi$ , то увеличиваем  $i$  на 1, задаем  $I_j^{[l]}$  и переходим к шагу 4.

Шаг 6. Если  $i < T$  и если выполняется неравенство  $|\Omega_i^{[l]} - \Omega_{i-1}^{[l]}| \leq \xi$ , то  $l$  увеличивается на единицу, задаются  $h^{[l]}$ ,  $I_j^{[l]}$ ,  $J^{[l]}$ ,  $\lambda^{[l]}$ ,  $\Lambda^{[l]}$ . Переход к шагу 3.

Шаг 7. Если  $i = T$ , то КОНЕЦ.

Выведем формулу накопления логического опыта роботом на основе информационной установки  $h$  с учетом смены знака и коэффициента

информационной кратковременной памяти  $\lambda$  внутри одного уровня накопления логического опыта.

Согласно системе равенств (49.15) в рамках одного уровня накопления логического опыта роботом величину локального логического опыта можно записать следующим образом.

$$\begin{cases} \overline{\Omega}_0^{[l]} = c_0^{[l]} \\ \overline{\Omega}_j^{[l]} = c_j^{[l]} + \lambda_j^{[l]} \overline{\Omega}_{j-1}^{[l]}, j > 0 \end{cases}$$

(49.17) Систему равенств (49.17) перепишем в виде суммы последовательности

$$\overline{\Omega}_j^{[l]} = h^{[l]} \sum_{q=0}^j (\lambda^{[l]})^{j-q} I_q^{[l]}$$

Предположим, что на уровне  $l$  существует такая последовательность подряд идущих тактов, что  $I_p^{[l]} = I_{p+1}^{[l]} = \dots = I_t^{[l]}$ , где  $0 \leq p \leq t \leq j$ .

Обозначим разность  $\overline{\Omega}_t^{[l]} - \overline{\Omega}_{p-1}^{[l]} = D_{p..t}^{[l]}$ , тогда верно равенство

$$D_{p..t}^{[l]} = h^{[l]} I_p^{[l]} \left( (\lambda^{[l]})^{j-p} + (\lambda^{[l]})^{j-p-1} + \dots + (\lambda^{[l]})^{j-t} \right) \quad (49.18)$$

Таким образом, знак информационной установки работа не меняется для всех слагаемых  $D_{p..t}^{[l]}$ .

Умножим последовательность (49.18) на  $\lambda^{[l]}$ :

$$\lambda^{[l]} D_{p..t}^{[l]} = h^{[l]} I_p^{[l]} \left( (\lambda^{[l]})^{j-p+1} + (\lambda^{[l]})^{j-p} + \dots + (\lambda^{[l]})^{j-t+1} \right) \quad (49.19)$$

Рассмотрим разность

$$\lambda^{[l]} D_{p..t}^{[l]} - D_{p..t}^{[l]} = h^{[l]} I_p^{[l]} \left( (\lambda^{[l]})^{j-p+1} + \dots + (\lambda^{[l]})^{j-t+1} - (\lambda^{[l]})^{j-p} - \dots - (\lambda^{[l]})^{j-t} \right)$$

После преобразования получаем

$$\lambda^{[l]} D_{p..t}^{[l]} - D_{p..t}^{[l]} = h^{[l]} I_p^{[l]} \left( (\lambda^{[l]})^{j-p+1} - (\lambda^{[l]})^{j-t} \right).$$

Таким образом, верно равенство

$$D_{p..t}^{[l]} = h^{[l]} I_p^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-t} \frac{\left( (\lambda^{[l]})^{j-p+1} - 1 \right)}{(\lambda^{[l]} - 1)}$$

Очевидно, что при  $p = 0, t = j$ , будут выполняться следующие равенства:

$$D_{0..j}^{[l]} = h^{[l]} I_0^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-j} \frac{\left( (\lambda^{[l]})^{j-0+1} - 1 \right)}{(\lambda^{[l]} - 1)} = h^{[l]} I_0^{[l]} \frac{\left( (\lambda^{[l]})^{j+1} - 1 \right)}{(\lambda^{[l]} - 1)} = \overline{\Omega}_j^{[l]}. \quad (49.20)$$

При  $I_0^{[l]} = 1$  получаем процесс накопления информации, описанный в разделе 0.

Представим  $\overline{\Omega}_j^{[l]}$  в следующем виде:

$$\overline{\Omega}_j^{[l]} = D_{0..m_1}^{[l]} + D_{m_1..m_2}^{[l]} + \dots + D_{m_f..j}^{[l]}, \quad (49.21)$$

где  $m_s$  – номер такта, на котором произошла смена знака информационной установки работа, где  $s = \overline{1, f}$ ,  $f$  – количество смен знака установки работа за время накопления роботом локального логического опыта от нулевого такта на уровне  $l$  до такта с номером  $j$ . Пусть знак информационной установки работа для всех слагаемых  $D_{m_s \dots m_{s+1}}^{[l]}$  определяется индикатором  $I_{m_s}^{[l]}$ .

После несложных преобразований получаем формулу для вычисления накопления локального логического опыта роботом на основе информационной установки и коэффициента кратковременной информационной памяти работа.

$$\overline{\Omega}_j^{[l]} = h^{[l]} \left( I_0^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-m_1} \frac{((\lambda^{[l]})^{m_1+1} - 1)}{(\lambda^{[l]} - 1)} + I_{m_1}^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-m_2} \frac{((\lambda^{[l]})^{m_2-m_1+1} - 1)}{(\lambda^{[l]} - 1)} + \dots + I_{m_f}^{[l]} \frac{((\lambda^{[l]})^{j-m_f+1} - 1)}{(\lambda^{[l]} - 1)} \right) \quad (49.22)$$

Запишем формулу нахождения логического опыта работа, используя формулу локального логического опыта и систему, описывающую процесс накопления логического опыта роботом:

$$\Omega_i^{[l]} = h^{[l]} \left( I_0^{[l]} (\lambda^{[l]})^{i-m_1} \frac{((\lambda^{[l]})^{m_1+1} - 1)}{(\lambda^{[l]} - 1)} + I_{m_1}^{[l]} (\lambda^{[l]})^{i-m_2} \frac{((\lambda^{[l]})^{m_2-m_1+1} - 1)}{(\lambda^{[l]} - 1)} + \dots + I_{m_f}^{[l]} \frac{((\lambda^{[l]})^{i-m_f+1} - 1)}{(\lambda^{[l]} - 1)} \right) + \Lambda^{[l]} J^{[l]} \Omega_{i-1}^{[l-1]} \quad (49.23)$$

$i = i^{[l]} + j$ , где  $i^{[l]}$  – такт перехода процесса накопления логического опыта роботом с уровня  $l$  на уровень  $l+1$ , соответственно  $i = j$  на уровне  $l = 1$ .

Запишем цепочку равенств:

$$\Omega_i^{[2]} = \overline{\Omega}_j^{[2]} + \Lambda^{[2]} J^{[2]} \Omega_{i-1}^{[1]} = \overline{\Omega}_j^{[2]} + \Lambda^{[2]} J^{[2]} \overline{\Omega}_{j-1}^{[1]} \quad (49.24)$$

Обобщая цепочку равенств (49.24) в рамках нескольких уровней, процесс накопления логического опыта роботом можно записать следующим образом:

$$\Omega_i^{[l]} = \overline{\Omega}_j^{[l]} + \sum_{m=1}^{l-1} \left( \left( \prod_{q=m+1}^l \Lambda^{[q]} J^{[q]} \right) \overline{\Omega}_{j^{[m]}}^{[m]} \right)$$

где  $i$  – текущий такт процесса накопления логического опыта роботом,  $j$  – текущий такт на уровне  $l$ ,  $j^{[m]}$  – такт перехода процесса накопления логического опыта роботом с уровня  $m$  на уровень  $m+1$ ,  $\Omega_i^{[l]}$  – логический опыт работа, накопленный за  $i$  тактов накопления логического опыта роботом от начала процесса накопления логического опыта,  $\overline{\Omega}_j^{[l]}$  – локальный логический опыт работа, накопленный за  $j$  тактов текущего уровня  $l$ ,  $\Lambda^{[q]}$  – коэффициент долговременной информационной памяти на уровне накопления логического опыта  $q$ ,  $J^{[q]}$  – индикатор смены знака информационной установки между уровнями накопления логического опыта  $q-1$  и  $q$ ,  $\overline{\Omega}_{j^{[m]}}^{[m]}$  – локальный логический опыт работа, накопленный к такту  $j^{[m]}$  уровня накопления логического опыта  $m$ .

**Теорема 49.3.** Выполнение неравенства  $\left| h^{[l]} \cdot (\lambda^{[l]})^{j-m_f} \right| < \xi$  является

достаточным условием того, что процесс накопления опыта перейдет с уровня накопления информации  $l$  на уровень  $l + 1$ , где  $m_f$  – номер такта на уровне  $l$ , на котором последний раз изменился знак индикатора  $I_f^{[l]}$  в рамках уровня воспитания  $l$ .

*Доказательство*

На одном уровне накопления логического опыта роботом рассмотрим разность на двух соседних тактах  $\Omega_i^{[l]} - \Omega_{i-1}^{[l]}$ . Воспользуемся формулой (49.24). После преобразований получаем следующую цепочку равенств:

$$\begin{aligned} \Omega_i^{[l]} - \Omega_{i-1}^{[l]} &= \bar{\Omega}_j^{[l]} + \Lambda^{[l]} J^{[l]} \Omega^{[l-1]} - \bar{\Omega}_{j-1}^{[l]} - \Lambda^{[l]} J^{[l]} \Omega^{[l-1]} = \bar{\Omega}_j^{[l]} - \bar{\Omega}_{j-1}^{[l]} = \\ &= h^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-m_f} \left( I_0^{[l]} (\lambda^{[l]})^{m_f-m_1-1} \left( (\lambda^{[l]})^{m_1+1} - 1 \right) + I_{m_1}^{[l]} (\lambda^{[l]})^{m_f-m_2-1} \left( (\lambda^{[l]})^{m_2-m_1+1} - 1 \right) + \dots + I_{m_f}^{[l]} \right). \end{aligned} \quad (49.25)$$

В формуле (49.25) величины  $(\lambda^{[l]})^{m_1+1}$ ,  $(\lambda^{[l]})^{m_2-m_1+1}$ , ...,  $(\lambda^{[l]})^{m_f-m_{f-1}+1}$  заменим на единицу. Представим достаточное условие перехода с уровня накопления логического опыта  $l$  на уровень  $l + 1$ :

$$\begin{aligned} \left| \Omega_i^{[l]} - \Omega_{i-1}^{[l]} \right| &= \left| \bar{\Omega}_j^{[l]} - \bar{\Omega}_{j-1}^{[l]} \right| = \left| h^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-m_f} \left( I_0^{[l]} (\lambda^{[l]})^{m_f-m_1-1} \left( (\lambda^{[l]})^{m_1+1} - 1 \right) + \dots + I_f^{[l]} \right) \right| < \\ &< \left| h^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-m_f} \right| < \xi \end{aligned}$$

Таким образом, достаточным условием перехода процесса накопления логического опыта с уровня  $l$  на уровень  $l + 1$  при условии смены знака информационной установки, будет являться выполнение следующего неравенства:

$$\left| h^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-m_f} \right| < \xi,$$

где  $h^{[l]}$  и  $\lambda^{[l]}$  – информационная установка робота и коэффициент кратковременной информационной памяти робота на уровне накопления логического опыта роботом  $l$ ,  $m_f$  – номер первого такта, в который последний раз произошла смена знака индикатора  $I_f^{[l]}$  внутри уровня накопления логического опыта  $l$ ,  $j$  – номер такта в рамках уровня  $l$ .

Теорема доказана.

**Теорема 49.4.** Выполнение неравенства  $\left| h^{[l]} \cdot (\lambda^{[l]})^{j-m_f} \right| \geq \xi$  является

достаточным условием того, что процесс накопления логического опыта роботом не перейдет с уровня накопления информации  $l$  на уровень  $l + 1$ .

*Доказательство*

В формуле (49.25) заменим величины  $(\lambda^{[l]})^{m_f-m_1-1}$ ,  $(\lambda^{[l]})^{m_f-m_2-1}$ , ... на ноль и рассмотрим следующую цепочку неравенств:

$$\begin{aligned} \left| \Omega_i^{[l]} - \Omega_{i-1}^{[l]} \right| &= \left| h^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-m_f} \left( I_0^{[l]} (\lambda^{[l]})^{m_f - m_1 - 1} \left( (\lambda^{[l]})^{m_1 + 1} - 1 \right) + \dots + I_f^{[l]} \right) \right| \geq \\ &\geq \left| h^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-m_f} \right| \geq \xi \end{aligned}$$

Таким образом, достаточным условием того, что процесс накопления логического опыта роботом не перейдет с уровня  $l$  на уровень  $l + 1$ , будет являться выполнение следующего неравенства:

$$\left| h^{[l]} (\lambda^{[l]})^{j-m_f} \right| \geq \xi.$$

Теорема доказана.

Таким образом, в данном разделе на основе гипотезы советского психолога Д.Н. Узнадзе вводится алгоритм вычисления накопления роботом логического опыта с учетом смены знака установки внутри и между уровнями процесса накопления роботом логического опыта. Доказываются достаточные условия, описывающие возможность или невозможность перехода с одного уровня накопления роботом логического опыта на другой уровень соответственно. Представлена общая формула, описывающая процесс накопления роботом логического опыта на нескольких уровнях.

## 50. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЭМОЦИОНАЛЬНОГО ВОСПИТАНИЯ РОБОТА С УЧЕТОМ СМЕНЫ ЗНАКА ЭМОЦИОНАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

В данном разделе описана математическая модель эмоциональной памяти робота на нескольких уровнях воспитания  $k$  с учетом смены знака эмоциональной установки на тактах, которые находятся внутри уровней воспитания и на тактах, находящихся на пограничном такте между соседними уровнями. Выводы, алгоритмы, представленные в данном разделе, являются развитием работы [97].

В работах [63, 64, 97] предложены математические определения эмоции робота, эмоционального воспитания, уровней воспитания, относительной восприимчивости робота к воспитанию с учетом коэффициентов кратковременной памяти робота. Математические модели основаны на гипотезе советского психолога Д.Н. Узнадзе [94, 163].

В разделе 48 процесс эмоционального воспитания для равномерно забывчивого робота описывается следующим соотношением:

$$\begin{cases} R_{i+1} = r_{i+1} + \theta_{i+1} \cdot R_i, & i = 1, 2, 3, \\ R_0 = r_0 \end{cases} \quad (50.1)$$

где  $\theta_{i+1}$  – коэффициент эмоциональной памяти на такте  $i+1$ , причем  $0 < \theta_{i+1} \leq 1 - \delta'$ ,  $0 < \delta' < 1$ ,  $\delta' = const$ ,  $r_{i+1}$  – элементарное эмоциональное воспитание к концу такта  $i + 1$ ,  $R_i$  – воспитание, полученное роботом к концу такта  $i$ .

Далее будем рассматривать коэффициент эмоциональной памяти  $\theta_{i+1} = \theta$ . В работе [63] эмоции, влекущие равные элементарные воспитания, т.е.  $q = r_0 = r_1 = \dots = r_i = \dots$ , названы равноценными. Робот, обладающий такими свойствами, назван равномерно забывчивым с равноценными эмоциями [63].

Для упрощения записи перепишем формулу (50.1) в следующем виде:

$$R_{i+1} = q + \theta \cdot R_i \quad (50.2)$$

В разделе 49 процесс накопления информации роботом представлен в следующем виде:

$$S_{i+1} = s_{i+1} + \lambda_{i+1} \cdot S_i,$$

где  $i$  – номер информационного такта,  $i = \overline{0, n}$ ;  $s_{i+1}$  – порция с порядковым номером  $i+1$ ;  $S_{i+1}$  – вся информация, которую запомнил робот в результате  $i+1$  информационных тактов;  $\lambda_{i+1}$  – коэффициент информационной памяти.

В разделе 48 введено определение равноинформационного робота как робота, у которого порции информации  $s_i$  равны для любого информационного такта.

Рассмотрим равномерно забывчивого равноинформационного робота, т.е. робота, который имеет равные коэффициенты информационной памяти  $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_i = \dots$  и запоминает информацию равными порциями на каждом такте  $h = s_1 = \dots = s_n = \dots$ .

Тогда процесс накопления информации таким роботом будет выглядеть следующим образом:

$$S_{i+1} = h + \lambda \cdot S_i. \quad (50.3)$$

Из равенств (50.2) и (50.3) видно, что процесс эмоционального воспитания равномерно забывчивого робота и процесс накопления информации равноинформационного робота описывается одной и той же формулой с точностью до обозначений.

Это означает, что все особенности процесса накопления информации роботом, описанные в разделах 1-2 можно соответственно адаптировать для процесса эмоционального воспитания робота на нескольких уровнях.

Сделаем предположение, что информационный такт равен эмоциональному такту.

В работе [63] рассматривается применение гипотезы Д.Н. Узнадзе для решения проблемы ограниченности процесса эмоционального воспитания робота.

Введем понятие уровня воспитания как количество смен эмоциональных установок робота  $q$  до текущего такта процесса эмоционального воспитания, где  $q = r_1 = r_2 = \dots = r_i = \dots$ ,  $r_i$  – элементарное эмоциональное воспитание [63].

Условием перехода с уровня воспитания  $k$  на уровень  $k+1$  является выполнение неравенства

$$\left| R_i^{[k]} - \frac{q^{[k]}}{1-\theta} \right| \leq \varepsilon^{[k]},$$

где  $R_i^{[k]}$  – эмоциональное воспитание на такте  $i$  уровня воспитания  $k$ ,  $q^{[k]}$  – эмоциональная установка робота на уровне  $k$ ,  $\theta$  – коэффициент кратковременной эмоциональной памяти робота,  $\varepsilon^{[k]}$  – величина отклонения эмоционального воспитания от предела воспитания  $U^{[k]} = \frac{q^{[k]}}{1-\theta}$ , при котором осуществляется переход на новый уровень воспитания.

В работе [63] показано, что эмоциональная установка робота  $q^{[k+1]}$  равна величине эмоционального воспитания на такте перехода с уровня  $k$  на уровень  $k+1$ :

$$q^{[k+1]} = R^{[k]} = \frac{q^{[k]}}{1-\theta} - \varepsilon^{[k]}, \quad (50.4)$$

где  $R^{[k]}$  – величина эмоционального воспитания на такте перехода с уровня  $k$  на уровень  $k+1$ .

В отличие от работы [63] в настоящем разделе в качестве условия перехода процесса эмоционального воспитания с уровня  $k$  на уровень  $k+1$  будем считать следующее неравенство:

$$\left| R_i^{[k]} - R_{i+1}^{[k]} \right| \leq \xi'^{[k]},$$

где  $R_i^{[k]}$ ,  $R_{i+1}^{[k]}$  – величины эмоционального воспитания на тактах  $i$  и  $i+1$  уровня воспитания  $k$ ,  $0 < \xi'^{[k]} \ll 1$ ,  $\xi'^{[k]} = const$ ,  $\xi'^{[k]}$  – измеряется в битах.

Предположим, что, эмоциональная установка  $q^{[k+1]}$  не зависит от величины эмоционального воспитания  $R^{[k]}$  и может задаваться на каждом уровне воспитания вручную.

Обобщим алгоритм Д.Н. Узнадзе, приведенный в работе [63] аналогично алгоритму для информационной памяти. Рассмотрим три варианта смены знака эмоциональной установки робота  $q$ :

- 1) Только в конце тактов внутри уровня воспитания робота.
- 2) Только между уровнями воспитания (в конце последнего такта уровня).
- 3) Комбинация первого и второго варианта.

Свойство равномерно забывчивого робота в многоуровневой модели означает, что внутри каждого уровня  $k$  на каждом такте  $i$  эмоционального воспитания робот имеет равные коэффициенты эмоциональной памяти, т.е.  $\theta_i^{[k]} = \theta^{[k]}$ .

В работе [63] свойство робота с равноценными эмоциями означает равенство  $r_i^{[k]} = q^{[k]}$  на каждом такте в рамках каждого уровня воспитания.

Свойство робота с равноценными эмоциями определено как равенство модулей элементарных эмоциональных воспитаний на каждом такте в рамках

каждого уровня воспитания, т.е.  $|r_i^{[k]}| = |q^{[k]}|$ . В рамках одного уровня для разных тактов элементарные эмоциональные воспитания робота равны по модулю и могут отличаться знаком.

Обобщение математической модели эмоционального воспитания робота и алгоритма Д.Н. Узнадзе [63] сделаем для равномерно забывчивого робота с равноценными эмоциями, т.е.  $\theta_i^{[k]} = \theta^{[k]}$  и  $|r_i^{[k]}| = |q^{[k]}|$ .

Обозначим  $\chi^{[k]} = |q^{[k]}| = |r_i^{[k]}|$  для любого  $i$  на уровне  $k$ .

Введем индикатор случайных чисел  $I_i^{[k]}$ , который на каждом такте  $i$  каждого уровня воспитания  $k$  случайным образом принимает значения 1 либо  $-1$ . Аналогично определим индикатор случайных чисел  $J^{[k]}$ , который случайным образом принимает значения 1 либо  $-1$  на каждом уровне воспитания  $k$ .

Определение 50.1. Локальным эмоциональным воспитанием робота назовем величину  $\bar{R}_j^{[k]} = \chi^{[k]} I_j^{[k]} + \theta_j^{[k]} \bar{R}_{j-1}^{[k]}$ , где  $k$  – уровень воспитания робота,  $j$  – номер такта на уровне  $k$ ,  $\theta_j^{[k]}$  – коэффициент кратковременной эмоциональной памяти робота на такте с номером  $j$  в рамках уровня  $k$ ,  $0 < \theta_j^{[k]} \leq 1 - \delta'$ ,  $0 < \delta' < 1$ ,  $\delta' = const$ ,  $\bar{R}_{j-1}^{[k]}$  – локальное эмоциональное воспитание робота, полученное за  $j - 1$  такт на уровне  $k$ .

Знак установки робота будем определять за счет  $I_i^{[k]}$ , т.е.  $q_i^{[k]} = \chi^{[k]} \cdot I_i^{[k]}$ . Из цепочки равенств  $|q_0^{[k]}| = |q_1^{[k]}| = \dots = |q_i^{[k]}|$  следует  $\chi_0^{[k]} = \chi_1^{[k]} = \dots = \chi_i^{[k]} = \chi^{[k]}$ . Знак смены эмоциональной установки между уровнями будем вводить за счет эмоциональной установки робота умноженной на индикатор  $J^{[k]}$  на каждом уровне.

Определение 50.2. Эмоциональным воспитанием робота на нескольких уровнях (эмоциональным воспитанием робота) назовем величину  $R_i^{[k]} = \bar{R}_j^{[k]} + \Theta^{[k]} J^{[k]} R^{[k-1]}$ , где  $k$  – уровень воспитания робота,  $\bar{R}_j^{[k]}$  – локальное эмоциональное воспитание робота, полученное на такте с номером  $j$  в рамках уровня  $k$ ,  $\Theta^{[k]}$  – коэффициент долговременной эмоциональной памяти робота на уровне  $k$ ,  $\Theta^{[k]} \in (0; 1 - \nu']$ ,  $\nu \in (0; 1)$ ,  $\nu = const$ ,  $J^{[l]}$  – индикатор смены знака,  $R^{[k-1]}$  – эмоциональное воспитание робота, полученное за все предыдущие уровни  $k$ .

Обратим внимание на то, что  $i$  – номер такта в рамках всего процесса эмоционального воспитания робота, а  $j$  – номер такта в рамках уровня  $l$ .  $j = 0$  в начале каждого уровня воспитания робота.

Будем считать, что при вычислении величины эмоционального воспитания робота на первом уровне воспитание робота равно нулю, т.е.  $R^{[0]} = 0$ .

Обобщая вышесказанное, процесс эмоционального воспитания робота можно описать следующей системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_0^{[k]} = q_0^{[k]} \\ \bar{R}_j^{[k]} = \chi^{[k]} I_j^{[k]} + \theta_j^{[k]} \bar{R}_{j-1}^{[k]}, j > 0 \\ R_i^{[1]} = \bar{R}_j^{[1]} \\ R_i^{[k]} = \bar{R}_j^{[k]} + \Theta^{[k]} J^{[k]} R^{[k-1]}, k > 1 \end{array} \right. \quad (50.5)$$

В качестве критерия перехода с одного уровня воспитания робота на другой введем следующий критерий: переход с уровня воспитания  $k$  на уровень  $k+1$  происходит тогда, когда на уровне воспитания робота  $k$  изменение эмоционального воспитания робота становится меньше некоторой величины  $\xi'$  ( $0 < \xi' \ll 1$ ,  $\xi' = const$ ,  $\xi'$  – измеряется в битах), т.е. выполняется неравенство:

$$\left| R_i^{[k]} - R_{i-1}^{[k]} \right| < \xi' \quad (50.6)$$

Алгоритм выполняется до тех пор, пока номер такта  $i$  не достигнет заданного количества тактов  $T$ , что является временем процесса эмоционального воспитания робота.

Шаг 1. Задаются время процесса эмоционального воспитания робота  $T$ , уровень воспитания робота  $k = 1$ , номер такта  $i = 0$ .

Шаг 2. Задаются  $\chi^{[1]}$ ,  $\theta^{[1]}$ ,  $R^{[0]} = 0$ .

Шаг 3. Вычисляется эмоциональное воспитание робота  $R_i^{[k]}$  на основе системы равенств (50.5).

Шаг 4. Увеличивается  $i$  на единицу и вычисляется эмоциональное воспитание робота  $R_i^{[k]}$  на основе системы равенств (50.5).

Шаг 5. Если  $i < T$  и не выполняется критерий перехода на следующий уровень воспитания, т.е.  $\left| R_i^{[k]} - R_{i-1}^{[k]} \right| > \xi'$ , то увеличиваем  $i$  на 1 и переходим к шагу 4.

Шаг 6. Если  $i < T$  и если выполняется неравенство  $\left| R_i^{[k]} - R_{i-1}^{[k]} \right| \leq \xi'$ , то  $k$  увеличивается на единицу, задаются  $\chi^{[k]}$ ,  $\theta^{[k]}$ ,  $\Theta^{[k]}$ . Переход к шагу 3.

Шаг 7. Если  $i = T$ , то КОНЕЦ.

Выведем формулу эмоционального воспитания робота на основе эмоциональной установки и коэффициента эмоциональной кратковременной памяти внутри одного уровня воспитания.

В рамках одного уровня воспитания робота эмоциональное воспитание можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \bar{R}_j^{[k]} = q_j^{[k]} + \theta^{[k]} \cdot \bar{R}_{j-1}^{[k]}, j > 0 \\ \bar{R}_0^{[k]} = q_0^{[k]} \end{cases}$$

Эту систему уравнений перепишем в виде суммы последовательности

$$\bar{R}_j^{[k]} = \sum_{s=0}^j (\theta^{[k]})^{j-s} q_{j-s}^{[k]}$$

Предположим, что на уровне  $k$  существует такая последовательность подряд идущих тактов, что  $q_p^{[k]} = q_{p+1}^{[k]} = \dots = q_t^{[k]}$ , где  $0 \leq p \leq t \leq j$ . Отсюда следует, что выполняются равенства  $I_p^{[k]} = I_{p+1}^{[k]} = \dots = I_t^{[k]}$ .

Обозначим разность  $\bar{R}_t^{[k]} - \bar{R}_{p-1}^{[k]} = Z_{p..t}^{[k]}$ , тогда верно равенство

$$Z_{p..t}^{[k]} = q_p^{[k]} \left( (\theta^{[k]})^{j-p} + (\theta^{[k]})^{j-p-1} + \dots + (\theta^{[k]})^{j-t} \right)$$

(50.7) Таким образом, знак установки работа не меняется для всех слагаемых  $D_{p..t}^{[k]}$ .

Умножим последовательность (50.7) на  $\theta^{[k]}$

$$\theta^{[k]} Z_{p..t}^{[k]} = q_p^{[k]} \left( (\theta^{[k]})^{j-p+1} + (\theta^{[k]})^{j-p} + \dots + (\theta^{[k]})^{j-t+1} \right) \quad (50.8)$$

Рассмотрим разность:

$$\theta^{[k]} Z_{p..t}^{[k]} - Z_{p..t}^{[k]} = q_p^{[k]} \left( (\theta^{[k]})^{j-p+1} + \dots + (\theta^{[k]})^{j-t+1} - (\theta^{[k]})^{j-p} - \dots - (\theta^{[k]})^{j-t} \right)$$

После преобразования получаем  $\theta^{[k]} Z_{p..t}^{[k]} - Z_{p..t}^{[k]} = q_p^{[k]} \left( (\theta^{[k]})^{j-p+1} - (\theta^{[k]})^{j-t} \right)$ .

Исходя из рассуждений выше, получаем, что верно равенство

$$Z_{p..t}^{[k]} = q_p^{[k]} (\theta^{[k]})^{j-t} \frac{\left( (\theta^{[k]})^{t-p+1} - 1 \right)}{(\theta^{[k]} - 1)} \quad (50.9)$$

Представим  $R_j^{[k]}$  в следующем виде:

$$R_j^{[k]} = Z_{0..m_1}^{[k]} + Z_{m_1..m_2}^{[k]} + \dots + Z_{m_f..j}^{[k]}, \quad (50.10)$$

где  $m_s$  – номер смены знака эмоциональной установки работа, где  $s = \overline{1, f}$ ,  $f$  – количество смен знака эмоциональной установки работа за время локального эмоционального воспитания от нулевого такта на уровне  $k$  до такта с номером  $j$ . Пусть знак эмоциональной установки работа всех слагаемых  $Z_{m_s..m_{s+1}}^{[k]}$  определяется индикатором  $I_{m_s}^{[k]}$ .

Подставим (50.9) в (50.10). В результате получаем формулу вычисления локального эмоционального воспитания работа на основе эмоциональной установки и коэффициента эмоциональной кратковременной памяти работа внутри одного уровня воспитания:

$$R_j^{[k]} = q_0^{[k]} (\theta^{[k]})^{j-m_1} \frac{((\theta^{[k]})^{m_1+1} - 1)}{(\theta^{[k]} - 1)} + q_{m_1}^{[k]} (\theta^{[k]})^{j-m_2} \frac{((\theta^{[k]})^{m_2-m_1+1} - 1)}{(\theta^{[k]} - 1)} + \dots$$

$$\dots + q_{m_f}^{[k]} \frac{((\theta^{[k]})^{j-m_f+1} - 1)}{(\theta^{[k]} - 1)}$$
(50.11)

Запишем формулу нахождения эмоционального воспитания робота, используя формулу локального эмоционального воспитания:

$$R_i^{[k]} = q_0^{[k]} (\theta^{[k]})^{j-m_1} \frac{((\theta^{[k]})^{m_1+1} - 1)}{(\theta^{[k]} - 1)} + q_{m_1}^{[k]} (\theta^{[k]})^{j-m_2} \frac{((\theta^{[k]})^{m_2-m_1+1} - 1)}{(\theta^{[k]} - 1)} + \dots$$

$$\dots + q_{m_f}^{[k]} \frac{((\theta^{[k]})^{j-m_f+1} - 1)}{(\theta^{[k]} - 1)} + \Lambda^{[l]} J^{[l]} \Omega^{[l-1]}$$
(50.12)

$i = i^{[l]} + j$ , где  $i^{[l]}$  – такт перехода процесса накопления роботом логического опыта с уровня  $l$  на уровень  $l+1$ , соответственно  $i = j$  на уровне  $l = 1$ .

Запишем цепочку равенств

$$R_i^{[2]} = \bar{R}_j^{[2]} + \Theta^{[2]} J^{[2]} R_{i^{[1]}}^{[1]} = \bar{R}_j^{[2]} + \Theta^{[2]} J^{[2]} \bar{R}_{j^{[1]}}^{[1]}$$

Обобщая эту цепочку равенств в рамках нескольких уровней, процесс эмоционального воспитания робота можно записать следующим образом:

$$R_i^{[k]} = \bar{R}_j^{[k]} + \sum_{g=1}^{k-1} \left( \left( \prod_{h=g+1}^k \Theta^{[h]} J^{[h]} \right) \bar{R}_{j^{[g]}}^{[g]} \right)$$

где  $i$  – текущий такт процесса эмоционального воспитания робота,  $j$  – текущий такт на уровне  $k$ ,  $j^{[g]}$  – такт перехода процесса эмоционального воспитания робота с уровня  $g$  на уровень  $g+1$ ,  $R_i^{[k]}$  – величина эмоционального воспитания за  $i$  тактов процесса воспитания от начала этого процесса,  $\bar{R}_j^{[k]}$  – локальное эмоциональное воспитание робота, полученное за  $j$  тактов текущего уровня  $k$ ,  $\Theta^{[h]}$  – коэффициент долговременной эмоциональной памяти на уровне воспитания  $h$ ,  $J^{[h]}$  – индикатор смены знака эмоциональной установки между уровнями воспитания  $h-1$  и  $h$ ,  $\bar{R}_{j^{[g]}}^{[g]}$  – локальное эмоциональное воспитание робота, полученное к такту  $j^{[g]}$  уровня воспитания  $g$ .

**Теорема 50.1.** Выполнение неравенства  $\left| q_f^{[k]} (\theta^{[k]})^{i-m_f} \right| < \xi'$  является достаточным условием перехода с уровня воспитания робота  $k$  на уровень  $k+1$  при условии смены знака установки, где  $m_f$  – номер первого такта, в который последний раз произошла смена знака индикатора  $I_f^{[l]}$  в рамках уровня воспитания  $k$ .

*Доказательство*

На одном уровне накопления логического опыта роботом рассмотрим разность на двух соседних тактах  $R_i^{[k]} - R_{i-1}^{[k]}$ . После преобразований полу-

чаем следующую цепочку равенств:

$$\begin{aligned} R_i^{[k]} - R_{i-1}^{[k]} &= \bar{R}_j^{[k]} + \Theta^{[k]} J^{[k]} R^{[k-1]} - \bar{R}_{j-1}^{[k]} - \Theta^{[k]} J^{[k]} R^{[k-1]} = \bar{R}_j^{[k]} - \bar{R}_{j-1}^{[k]} = \\ &= (\theta^{[k]})^{j-m_f} \left( q_0^{[k]} (\theta^{[k]})^{m_f-m_1-1} \left( (\theta^{[k]})^{m_1+1} - 1 \right) + q_{m_1}^{[k]} (\theta^{[k]})^{m_f-m_2-1} \left( (\theta^{[k]})^{m_2-m_1+1} - 1 \right) + \dots + q_{m_f}^{[k]} \right) \end{aligned} \quad (50.13)$$

В (50.13) величины  $(\theta^{[k]})^{m_1+1}$ ,  $(\theta^{[k]})^{m_2-m_1+1}$ , ...,  $(\theta^{[k]})^{m_f-m_{f-1}+1}$  заменим на единицу. Представим достаточное условие перехода с одного уровня воспитания робота  $k$  на уровень  $k+1$ :

$$\begin{aligned} \left| R_i^{[k]} - R_{i-1}^{[k]} \right| &= \left| (\theta^{[k]})^{j-m_f} \left( q_0^{[k]} (\theta^{[k]})^{m_f-m_1-1} \left( (\theta^{[k]})^{m_1+1} - 1 \right) + \dots + q_f^{[k]} \right) \right| < \\ &< \left| q_f^{[k]} (\theta^{[k]})^{j-m_f} \right| < \xi' \end{aligned}$$

Таким образом, достаточным условием перехода с уровня воспитания робота  $k$  на уровень  $k+1$  при условии смены знака установки, будет являться выполнение следующего неравенства:

$$\left| q_f^{[k]} (\theta^{[k]})^{j-m_f} \right| < \xi',$$

где  $q_f^{[k]}$  – эмоциональная установка робота на такте  $f$  уровня воспитания  $k$ ,  $\theta^{[k]}$  – коэффициент кратковременной эмоциональной памяти робота на уровне воспитания робота  $k$ ,  $m_f$  – номер первого такта, в который последний раз произошла смена знака индикатора  $I_f^{[k]}$  внутри уровня воспитания  $k$ ,  $j$  – номер такта в рамках уровня  $k$ . Теорема доказана.

Теорема 50.2. Выполнение неравенства  $\left| q_f^{[k]} (\theta^{[k]})^{j-m_f} \right| \geq \xi'$  является достаточным условием того, что процесс эмоционального воспитания робота не перейдет уровня воспитания робота  $k$  на уровень  $k+1$ .

*Доказательство*

В соотношениях (50.13) заменим величины  $(\theta^{[k]})^{m_f-m_1-1}$ ,  $(\theta^{[k]})^{m_f-m_2-1}$ , ...,  $(\theta^{[k]})^{m_f-m_{f-1}+1}$  на ноль и рассмотрим следующую цепочку неравенств:

$$\begin{aligned} \left| R_i^{[k]} - R_{i-1}^{[k]} \right| &= \left| (\theta^{[k]})^{j-m_f} \left( q_0^{[k]} (\theta^{[k]})^{m_f-m_1-1} \left( (\theta^{[k]})^{m_1+1} - 1 \right) + \dots + q_f^{[k]} \right) \right| \geq \\ &\geq \left| q_f^{[k]} (\theta^{[k]})^{j-m_f} \right| \geq \xi' \end{aligned}$$

Таким образом, достаточным условием того, что процесс эмоционального воспитания робота не перейдет уровня воспитания робота  $k$  на уровень  $k+1$ , не перейдет на следующий уровень воспитания, будет являться выполнение следующего неравенства:

$$\left| q_f^{[k]} (\theta^{[k]})^{j-m_f} \right| \geq \xi'.$$

Теорема доказана.

Таким образом, в данном разделе на основе гипотезы советского психолога Д.Н. Узнадзе вводится алгоритм вычисления эмоционального воспитания робота с учетом смены знака эмоциональной установки между уровнями воспитания робота. Доказываются достаточные условия, описывающие возможность или невозможность перехода с одного уровня воспитания робота на другой соответственно. Представлена общая формула, описывающая процесс эмоционального воспитания робота на нескольких уровнях с учетом смены знака эмоциональной установки.

## **51. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ РОБОТОМ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЕГО ЭМОЦИОНАЛЬНОГО ВОСПИТАНИЯ И ЛОГИЧЕСКОГО ОПЫТА**

В этом разделе не рассматривается качественная сторона процесса эмоционального воспитания робота и процесса накопления им логического опыта роботом. Таким образом, в рамках рассматриваемых моделей нельзя сказать, какую именно информацию и какой именно логический опыт запоминает робот лучше, какие эмоции остаются дольше в его «памяти», и соответственно, как влияет та или иная логическая или эмоциональная информация на скорость ее забывания.

Попытка выделить два процесса «развития» робота: эмоциональный и логический позволяет на самом простом качественном уровне сделать разделение информации, на основе которой идут процессы накопления логического опыта и эмоционального воспитания.

Необходимо обозначить следующее: накопление логического опыта происходит непосредственно за счет порций информации, которые попадают в робота извне. Такие порции информации называются информационными псевдоустановками. Эмоциональное воспитание – это накопление порций информации, которые появляются в работе как ответ на внешний раздражитель (информацию извне робота). Такие порции информации называются эмоциональными установками.

Подобное разделение приводит к следующим вопросам:

- Как эмоциональный и логический процессы могут быть связаны между собой в работе?
- Как могут влиять на его «поведение», возможность принимать решения и достигать цели?

Рассмотрим ситуацию, когда робот получает некоторый информационный поток (ИП). Рисунок 51.1 демонстрирует схему эмоционально-логического робота.

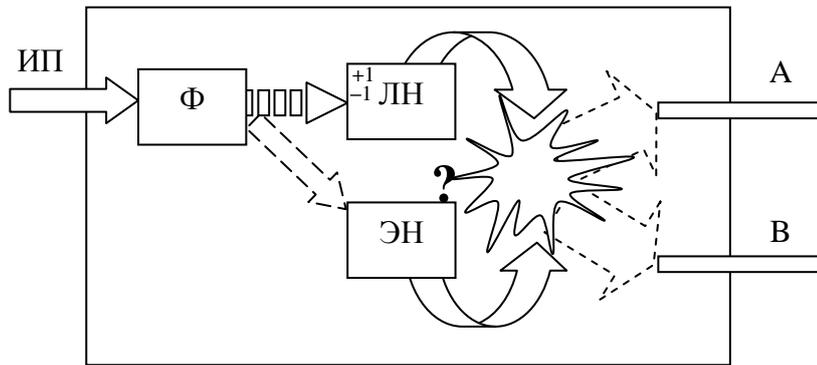


Рис. 51.1. Схема эмоционально-логического робота

На вход модели робота поступает некоторый информационный поток (ИП), который от рецепторов робота попадает в фильтр  $\Phi$ . Фильтр  $\Phi$  производит дискретизацию ИП и по некоторой заданной функции  $f$  определяет величину порции информации для каждого такта. Будем считать, что функция  $f$  фильтра  $\Phi$  имеет такие свойства, что значения этой функции являются информационными установками.

Пусть робот имеет накопители, сохраняющие логическую и эмоциональную информацию, которые на схеме обозначены ЛН и ЭН, соответственно.

Информационная установка на каждом такте попадает из фильтра  $\Phi$  в накопитель ЛН. Пусть для ЛН задана функция-индикатор  $I_i$ , которая по некоторому закону для каждого такта выдает значения  $+1$  или  $-1$  и используется для получения элементарного логического опыта на основе информационной установки и индикатора. Пусть также в ЛН задана функция-индикатор  $J$ , которая необходима для управления сменой знака между уровнями накопления информации в многоуровневом процессе.

Будем считать, что в фильтре  $\Phi$  задана функция  $g$ , определяющая величину информации, которая поступает в ЭН на каждом такте в тот момент, когда ЛН робота получает информационную установку. Будем считать, что функция  $g$  фильтра  $\Phi$  имеет такие свойства, что значения этой функции являются эмоциональными установками. Другими словами, эмоциональная установка – это эмоциональный «ответ» робота на информационную установку. Пусть также задана функция-индикатор  $W$ , которая необходима для управления сменой знака между уровнями эмоционального воспитания в многоуровневом процессе.

Пусть робот уже имеет априори заданные действия:

А – в случае, если его «поведение» определяют эмоции,

В – в случае, если его «поведение» определяет логический опыт.

Абстрагируемся от следующих вопросов:

- Как попадает информационный поток в робота?
- Какой вид имеют функции  $f$  и  $g$ ?
- Какие именно заданы действия А и В?

Будем предполагать, что в основу работы накопителя ЭН положена математическая модель процесса эмоционального воспитания робота на нескольких уровнях с учетом смены знака эмоциональной установки, а в основу работы накопителя ЛН положена математическая модель процесса накопления логического опыта роботом на нескольких уровнях с учетом смены знака информационной установки.

Построим математическую модель «выбора» робота между действием А, которое определяет эмоциональная составляющая, и действием В, которое определяет логическая составляющая.

Выше выведены формулы накопления логического опыта и эмоционального воспитания соответственно. Будем считать, что на накопителе ЭН на каждом такте  $i$  будет вычисляться величина эмоционального воспитания робота по формуле

$$R_i^{[k]} = \bar{R}_j^{[k]} + \sum_{g=1}^{k-1} \left( \left( \prod_{h=g+1}^k \Theta^{[h]} W^{[h]} \right) \bar{R}_{j^{[h]}}^{[h]} \right).$$

Также будем полагать, что на выходе накопителя ЛН на каждом такте  $i$  будет вычисляться величина логического опыта робота по формуле

$$\Omega_i^{[l]} = \bar{\Omega}_j^{[l]} + \sum_{m=1}^{l-1} \left( \left( \prod_{q=m+1}^l \Lambda^{[q]} J^{[q]} \right) \bar{\Omega}_{j^{[m]}}^{[m]} \right).$$

Ранее было сделано предположение, что информационный такт равен эмоциональному такту. Это позволит на каждом такте  $i$  получать на выходе накопителя ЭН величину эмоционального воспитания, на выходе ЛН – величину накопленного логического опыта робота. Причем эти величины можно сравнить. Таким образом, процессы эмоционального воспитания робота и накопления логического опыта будут начинаться в один и тот же момент и протекать параллельно.

Условием выполнения действия на основе эмоций, т.е. выполнение действия А на такте  $i$ , будем считать следующее неравенство:

$$\left| R_i^{[k]} \right| > \left| \Omega_i^{[l]} \right|.$$

Условием выполнения действия на основе логики, т.е. выполнение действия В на такте  $i$ , будем считать следующее неравенство:

$$\left| R_i^{[k]} \right| < \left| \Omega_i^{[l]} \right|.$$

**Определение 51.1.** Эмоционально-логическим ступором назовем состояние робота, при котором выполняется условие конфликта между эмоциональным воспитанием и логическим опытом:

$$R_i^{[k]} + \Omega_i^{[l]} = 0,$$

где  $i$  – текущий номер такта относительно начала процесса эмоционального воспитания и процесса накопления логического опыта роботом,  $k$  – уровень

эмоционального псевдовоспитания,  $l$  – уровень накопления логического опыта робота.

В случае эмоционально-логического ступора робот не может выбрать, какое действие выполнить А или В. Для выведения робота из состояния эмоционально-логического ступора необходима дополнительная информация, которую робот может получить от его рецепторов.

## 52. ИССЛЕДОВАНИЕ СООТВЕТСТВИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РОБОТОВ ПСИХОЛОГИИ ЧЕЛОВЕКА

Для того чтобы создать робота, который является в какой-то степени аналогом человека, в данном разделе предлагаются способы измерения кратковременной и долговременной памяти человека, а также его внимания. Результаты этих измерений можно использовать при моделировании таких роботов в качестве параметров, определяющих его работу. С другой стороны, такие исследования помогут понять, насколько представленные выше математические модели кратковременной и долговременной памяти робота соответствуют психологии и физиологии человека.

Немецкий ученый-психолог Г. Эббингауз вывел закон забывания человеком бессмысленного материала [40]. Таким материалом могут быть бессмысленные слоги, цифры. Рисунок 52.1 демонстрирует закон, который показывает, как изменяется количество запомненных элементов в кратковременной памяти человека в зависимости от времени, прошедшего с момента запоминания этих элементов.

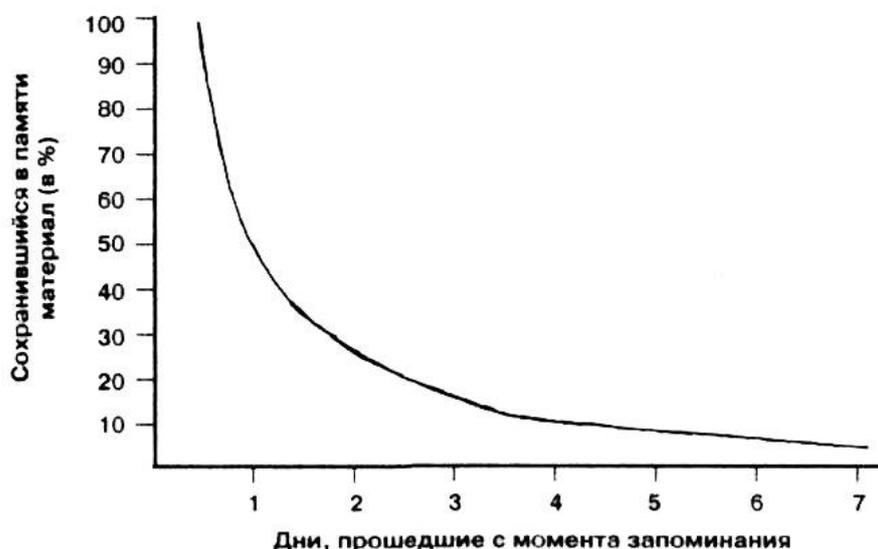


Рис. 52.1. Кривая забывания бессмысленного материала по Г. Эббингаузу

Выше было показано, что в случае, если робот на первом такте получил порцию информации, а на каждом последующем не получил ни одной порции информации, то можно считать, что в его памяти происходит забывание информации. Для робота с равными коэффициентами памяти такой процесс забывания информации можно описать следующей формулой:

$$S_j = \lambda^j s_0, \quad (52.1)$$

где  $j$  – номер информационного такта,  $j = \overline{0, n}$ ;  $s_0$  – порция информации, полученная на нулевом такте;  $S_j$  – величина информации, которую запомнил робот в результате  $j$  информационных тактов;  $\lambda$  – коэффициент информационной памяти ( $0 < \lambda \leq 1 - \delta$ ).

Рисунок 52.1 подтверждает математическую модель забывания информации роботом, т.к. качественное поведение кривой забывания Г. Эббингауза можно описать формулой (52.1).

### **53. ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ КРАТКОВРЕМЕННОЙ ПАМЯТИ ЧЕЛОВЕКА**

Теория эмоциональных роботов главным образом занимается построением модели коммуникации и взаимодействия роботов. Это является ее основной целью. Она предполагает дальнейшее развитие понятийного аппарата, в т.ч. для описания характеристик памяти робота.

Проведение параллелей между характеристиками памяти человека и робота может дать новые идеи для построения модели коммуникации между роботами. С другой стороны, использование некоторых характеристик человека для вычисления психологических показателей робота, сопоставимых с человеческими, может обосновать или опровергнуть применимость теории эмоциональных роботов для описания некоторых сторон психической деятельности человека.

Цель данного раздела состоит в том, чтобы найти психологический метод для определения объема кратковременной памяти человека, адаптировать его для нахождения коэффициента кратковременной памяти человека таким образом, чтобы его можно было использовать в качестве эквивалента коэффициента кратковременной памяти робота.

#### **53.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ МЕТОДА ДЖЕКОБСА**

Один из психологических методов определения объема кратковременной памяти человека является метод Джекобса [24; 74; 77], основанный на законе Миллера [32], суть которой в том, что емкость кратковременной памяти составляет  $7 \pm 2$  объекта.

Метод Джекобса заключается в следующем. Для определения кратковременной памяти человека проводятся  $n$  серий испытаний. В каждой серии испытуемому предъявляются  $r$  последовательностей цифр, начиная с минимальной длины  $l$  и заканчивая  $l + r \cdot k - 1$ , т.е. длина каждой очередной последовательности цифр отличается от предыдущей на  $k$ . В рамках одной серии испытаний в каждой последовательности не должно быть повторяющихся цифр. В качестве примера приведем следующую последовательность цифр одной серии испытаний при  $r = 7$ ,  $l = 4$ ,  $k = 1$ :

5840; 46023; 254061; 7842369; 34086125; 598623174; 4520761938.

На практике последовательности предъявляются испытуемому с интервалом 1 сек. После просмотра каждой последовательности через 2-3 сек. испытуемые воспроизводят элементы ряда в том же порядке, в каком они предъявлялись. Объем кратковременной памяти человека определяется следующей формулой [74]:

$$V = A + \frac{C}{n} + \frac{k}{2}, \quad (53.1)$$

где  $A$  – наименьшая длина последовательности, которую испытуемый во всех сериях воспроизвел правильно,  $C$  – количество правильно воспроизведенных последовательностей, длина которых больше, чем  $A$ .

В психологии существует «правило, согласно которому объем кратковременной памяти не зависит от количества информации в отдельном элементе, а определяется постоянным числом ячеек памяти, которые могут быть как богаты, так и бедны информацией» [42]. Следовательно, для исследования кратковременной памяти можно использовать относительные или безразмерные величины, которые будут сравнимы при запоминании различных объектов. Поэтому сделаем вывод, что целесообразно перейти к безразмерным величинам и измерению коэффициента кратковременной информационной памяти человека  $\lambda$ . Такой коэффициент может быть использован в качестве коэффициента кратковременной памяти робота.

Для получения формулы вычисления коэффициента  $\lambda$  воспользуемся аналитической формулой объема кратковременной памяти по методу Джекобса [24].

Из формулы (53.1) следует, что величина  $V$  не подходит в качестве коэффициента кратковременной памяти человека, т.к. значения коэффициента  $\lambda$  должны принадлежать интервалу  $(0, 1 - \delta]$ , где  $\delta \in (0; 1)$ ,  $\delta = const$ , в то время как в общем случае справедливо неравенство  $V \geq A \geq l > 1$ .

Для получения коэффициента кратковременной памяти  $\lambda$  необходимо выполнить нормировку значения объема кратковременной памяти человека  $V$ :

$$\lambda = \frac{V - V_{\min}}{V_{\max} - V_{\min}}. \quad (53.2)$$

$V$  достигает минимума в том случае, если тестируемый человек не запомнил ни одной последовательности цифр, т.е.  $A = 0$ ,  $C = 0$ . Тогда

$$V_{\min} = 0 + \frac{0}{n} + \frac{k}{2} = \frac{k}{2}.$$

Для нахождения максимума функции  $V(A, C)$  преобразуем ее к функции, зависящей только от параметра  $A$ . Количество последовательностей цифр, предложенных испытуемому во всех сериях, обозначим  $r \cdot n$ . Максимальная длина последовательности в каждой серии испытания равна  $m$ , где  $m = l + (r - 1)k$ . Минимальное количество последовательностей  $h$ , которые испытуемый воспроизвел правильно среди всех серий испытания, имеет вид

$h = \frac{A-l}{k} + 1$ . Количество последовательностей, которые испытуемый воспроизвел неправильно,  $r - h$ .

Максимальное количество правильно воспроизведенных последовательностей, длина которых больше чем  $A$ , во всех сериях, будет вычисляться по формуле  $C_{\max} = rn - hn - (r - h)$ . После преобразований получаем

$$C_{\max} = \frac{1-n}{k}A + \frac{n-1}{k}l + (n-1)(r-1).$$

Для нахождения  $V_{\max}$  подставим  $C_{\max}$  в функцию  $V(A, C)$ . Обозначая  $\bar{V}(A) = V(A, C_{\max})$ , получим соотношение

$$\bar{V}(A) = \left(1 - \frac{n-1}{nk}\right)A + \frac{n-1}{nk}l + \frac{(n-1)(r-1)}{n} + \frac{k}{2}.$$

Очевидно, что  $\bar{V}(A)$  является линейной функцией относительно  $A$ , где  $A \in [l, m]$ ,  $Q = 1 - \frac{n-1}{nk}$ ,  $P = \frac{n-1}{nk}l + \frac{(n-1)(r-1)}{n} + \frac{k}{2}$ . Исследуем функцию  $\bar{V}(A) = Q \cdot A + P$  на максимум.

Отметим, что согласно практическому смыслу задачи  $n, r, l, k \in N$ . Отсюда  $Q > 0$  и  $P > 0$ . Это означает, что  $\bar{V}(A)$  достигает максимума в точке  $m$ . Рисунок 53.1 иллюстрирует график функции  $\bar{V}(A)$ .

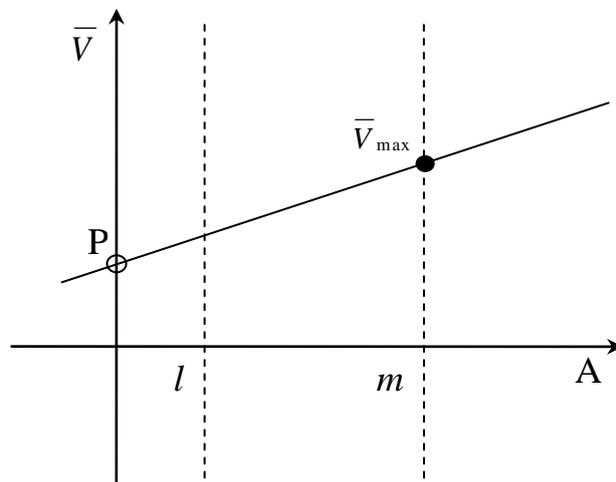


Рис. 53.1. Максимум функции  $\bar{V}(A)$

Отметим, что согласно построению, справедлива цепочка равенств  $\bar{V}(m) = V(m) = V_{\max}$ .

Основываясь на проведенном исследовании, подставив  $V_{\min}$  и  $V_{\max}$  в формулу (53.2), получаем коэффициент кратковременной памяти человека, который примет вид

$$\lambda = \frac{A + \frac{C}{n}}{\left(1 - \frac{n-1}{nk}\right) \left( l + (r-1)k \right) + \frac{n-1}{nk} l + \frac{(n-1)(r-1)}{n}} \quad (53.3)$$

Таким образом, коэффициент кратковременной памяти человека показывает, какую долю информации человек способен точно воспроизвести после ее однократного предъявления.

В теории эмоциональных роботов [65] приведено математическое определение коэффициента кратковременной памяти робота, который является безразмерной величиной. Эта величина  $\lambda \in (0; 1 - \delta]$ , где  $\delta \in (0; 1)$ ,  $\delta = const$ . Поэтому коэффициент (53.3) по формальным математическим свойствам может быть использован в качестве коэффициента кратковременной памяти робота.

## **53.2. ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ КРАТКОВРЕМЕННОЙ ПАМЯТИ ЧЕЛОВЕКА С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ «СMEMORY»**

Для практического определения коэффициента кратковременной зрительной и слуховой памяти человека разработан демонстрационный прототип программы «СMemory», использующий метод Джекобса.

### **53.2.1. Алгоритм работы программы «СMemory»**

Перед тем, как привести алгоритм функционирования программы «СMemory», обозначим некоторые переменные, которые будут использованы в нем:

- $s$ , текущий номер серии испытаний;
- $S$ , максимальное количество серий испытаний;
- $l$ , текущая длина сгенерированной последовательности цифр;
- $L$ , максимальная длина сгенерированной последовательности цифр;
- $td$ , время (в секундах) демонстрации одной цифры (для тестирования визуальной памяти);
- $tp$ , время (в секундах) после демонстрации пользователю всей последовательности цифр до появления экрана для ввода пользователем последовательности, которую он запомнил;
- $ts$ , время (в секундах) между концом предыдущей серии испытаний и началом следующей серии испытаний.

Алгоритм работы программы включает в себя алгоритм определения коэффициента кратковременной памяти человека, а также некоторые дополнительные функции.

- Шаг 1. Считываем настройки из xml-файлов.
- Шаг 2. Предлагаем пользователю заполнить анкету с полями пол, возраст и пр. (на основе настроечных данных из xml-файлов).
- Шаг 3. Предлагаем пользователю выбрать, какой вид памяти (зрительный или слуховой) будет тестироваться.
- Шаг 4. Присваиваем  $s$  значение 1.
- Шаг 5. Присваиваем  $l$  значение минимальной длины последовательности цифр, считанную из xml-файла.
- Шаг 6. Генерируем последовательность случайных цифр длиной  $l$ .
- Шаг 7. Присваиваем  $i$  значение 1.
- Шаг 8. Предъявляем пользователю  $i$ -ю цифру из текущей последовательности в течение  $td$  секунд или воспроизводим mp3-файл с произношением соответствующей цифры (в зависимости от типа тестируемой памяти).
- Шаг 9.  $i = i + 1$ .
- Шаг 10. Если  $i$  не превышает  $l$ , то переходим к Шаг 8, иначе переходим к Шаг 11.
- Шаг 11. Ждем  $tp$  секунд.
- Шаг 12. Предлагаем пользователю ввести запомненную последовательность цифр.
- Шаг 13.  $l = l + 1$ .
- Шаг 14. Если  $l$  не превышает  $L$ , то переходим к Шаг 6, иначе переходим к Шаг 15.
- Шаг 15.  $s = s + 1$ .
- Шаг 16. Если  $s$  не превышает  $S$ , то переходим к Шаг 17, иначе переходим к Шаг 18.
- Шаг 17. Ждем  $ts$  секунд. Переходим у Шаг 5.
- Шаг 18. Определяем следующие показатели:
  - a.  $A$  – наибольшая длина последовательности, которую пользователь воспроизвёл правильно.
  - b.  $C$  – количество правильно воспроизведённых пользователем последовательностей, длина которых больше, чем  $A$ .
  - c. Определяем объем кратковременной памяти по формуле (53.1).
  - d. Определяем коэффициент кратковременной памяти человека по формуле (53.3).

Шаг 19. Сохраняем результаты тестирования в выходной xml-файл.

Шаг 20. Автоматически отправляем результаты тестирования на электронную почту для проведения исследования, если компьютер подключен к сети Интернет и пользователь дает согласие на отправку результатов.

### **53.2.2. Архитектура программы «СMemory»**

Рисунок 53.2 иллюстрирует архитектуру разработанной программы определения коэффициента кратковременной зрительной и слуховой памяти «СMemory». На рисунке показаны шаги алгоритма работы программы. Стрелки обозначают передачу данных от одного блока программы к другому.

Блок чтения настроек читает xml-файлы с настройки для психологического теста кратковременной памяти Джекобса и текстами для анкеты пользователя. Настройки психологического теста передаются в Блок управления тестированием, тексты анкеты – в блок анкетирования соответственно.

Блок анкетирования через пользовательский интерфейс предлагает пользователю заполнить анкету и сохраняет ответы.

Блок управления тестированием запускает процесс тестирования с параметрами, которые определены на основе настроечного xml-файла. В процессе тестирования генератор цифр создает последовательности случайных цифр. Визуализатор цифр на основе параметров, определенных в xml-файле, и последовательностей цифр из генератора изображает символы на мониторе.

Если пользователь выбрал тестирование кратковременной слуховой памяти, то изображение цифр не появляется на экране. Преобразователь цифр в звук выбирает соответствующий заранее записанный mp3-файл с голосовым воспроизведением цифры и запускает mp3-проигрыватель. Пользователь слышит звук через динамик колонок или наушники.

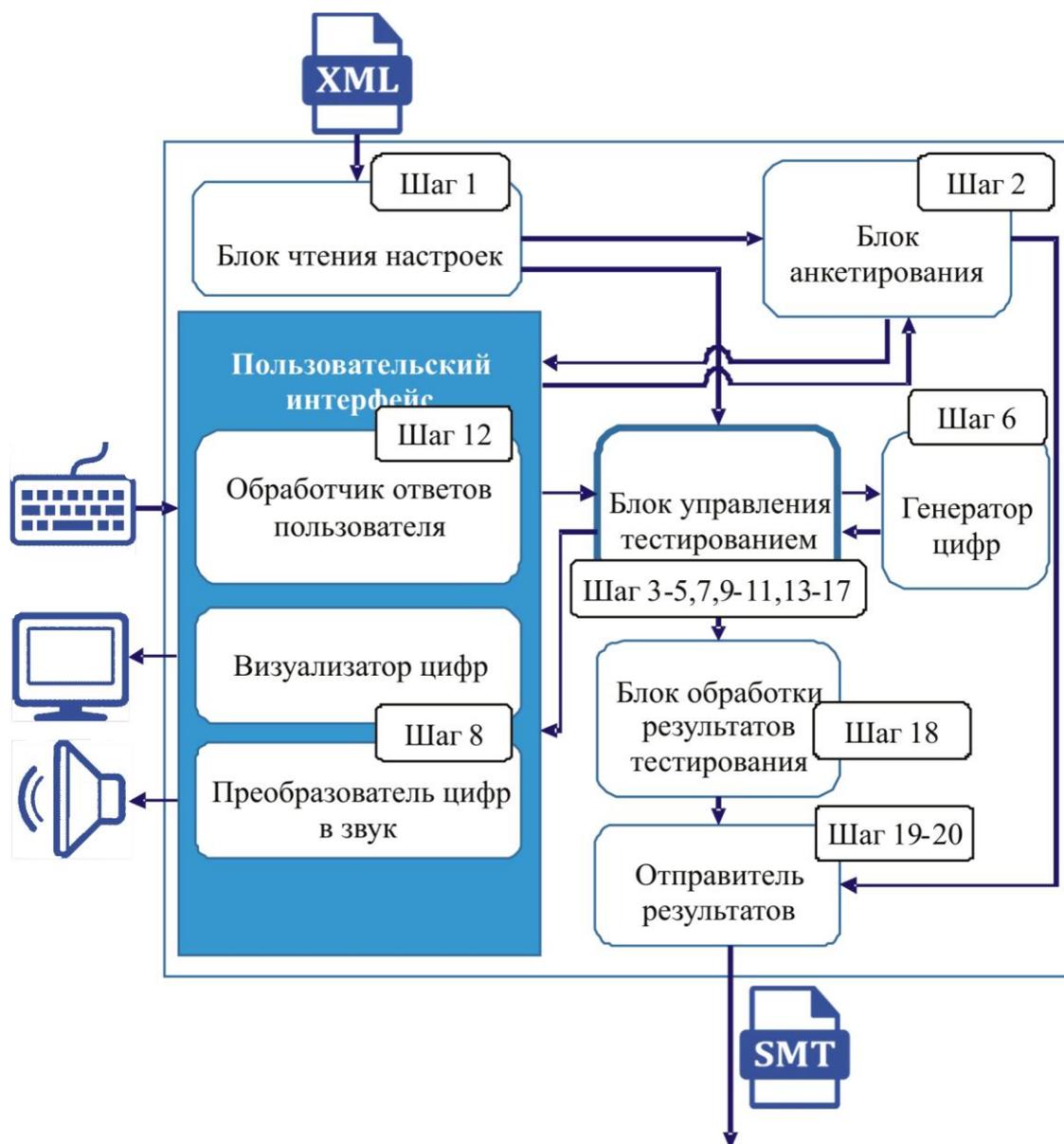


Рис. 53.2. Архитектура программы «СMemory»

После тестирования блок обработки результатов тестирования определяет психологические характеристики, отраженные в Шаге 18 алгоритма, а также коэффициент кратковременной памяти человека, введенный в данной работе.

Если компьютер подключен к сети Интернет, отправитель результатов на основе данных, полученных в результате анкетирования и психологического тестирования, формирует smt-файл и отправляет его на электронную почту исследователей. Данная операция производится только при согласии пользователя.

Рисунок 53.3 изображает модель данных программы на диаграмме классов в нотации UML-диаграмм.

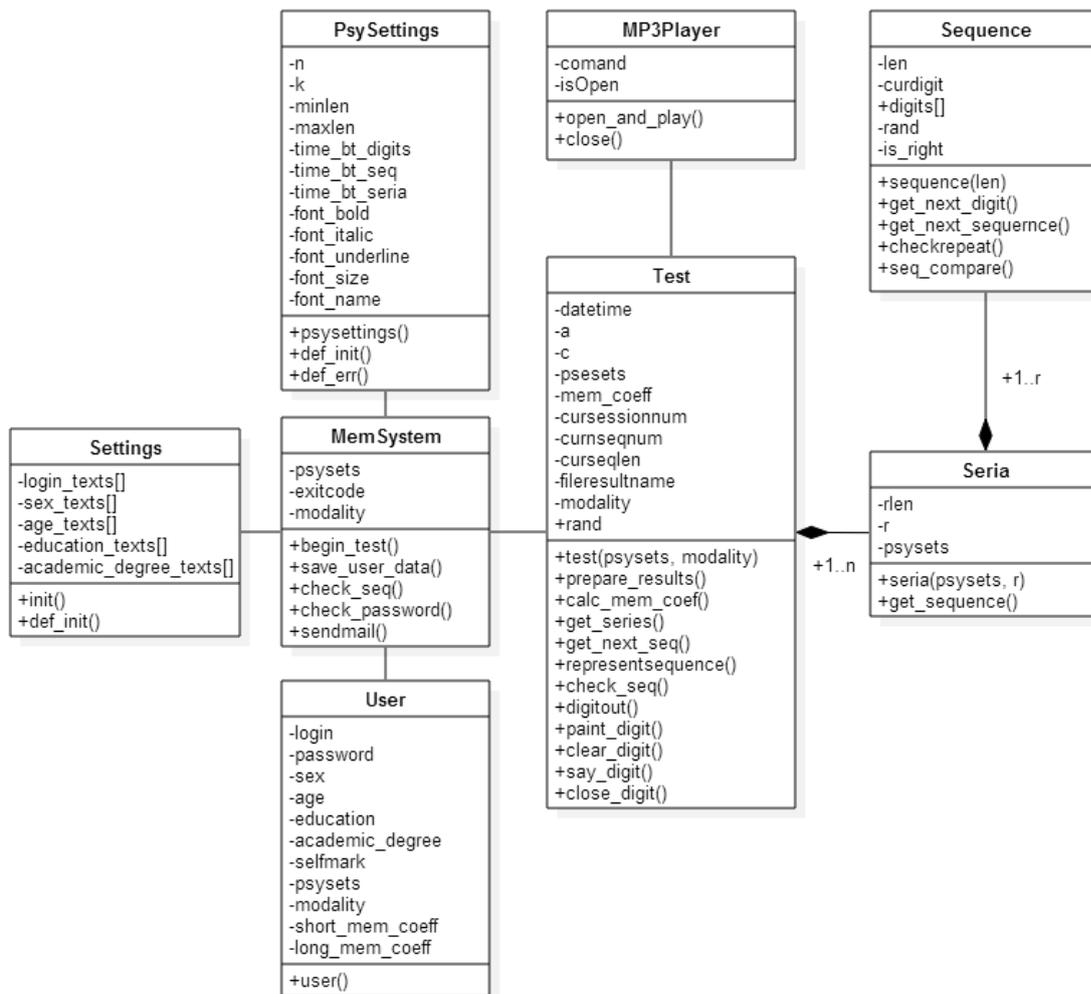


Рис. 53.3. Диаграмма классов программы «СMemory»

### 53.2.3. Основные возможности программы «СMemory»

Программа «СMemory» для определения зрительной и слуховой кратковременной памяти реализована на языке программирования С# в среде разработки Visual Studio 2008. Может быть запущена на персональном компьютере класса IBM/PC с операционной системой Windows XP и выше. Объем программы 60 Кб (exe-файл). Программное решение распространяется с необходимыми библиотеками .dll, mp3-файлами, настроечными xml-файлами. Объем всего программного решения 30,4 Мб.

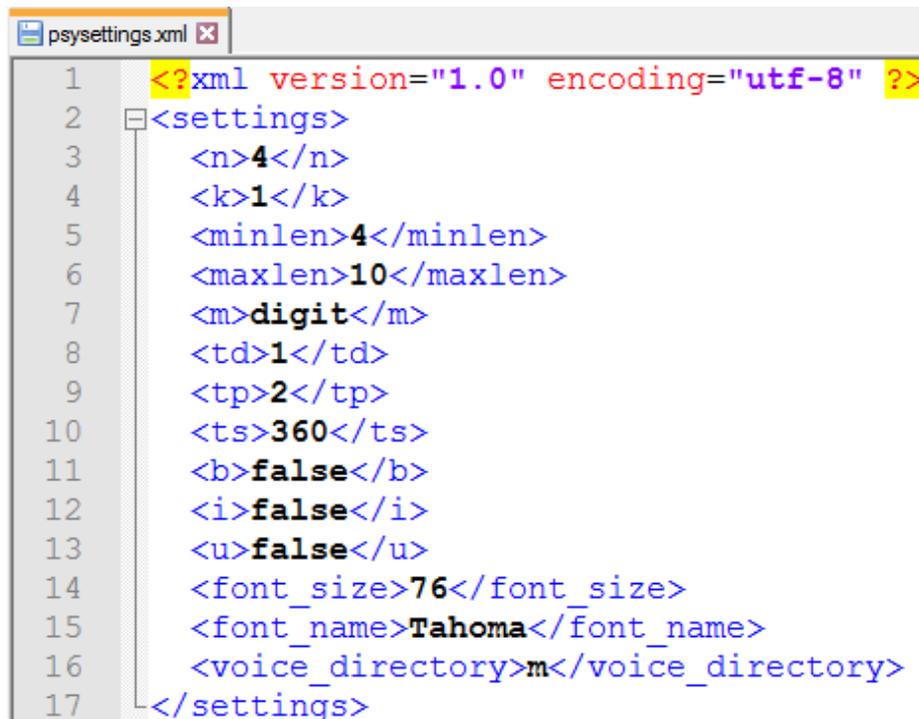
Основными функциями программы являются:

1. Тестирование кратковременной зрительной и слуховой памяти пользователя на основе психологического метода Джекобса;
2. Определение коэффициента кратковременной зрительной и слуховой памяти пользователя.

Вспомогательными функциями являются:

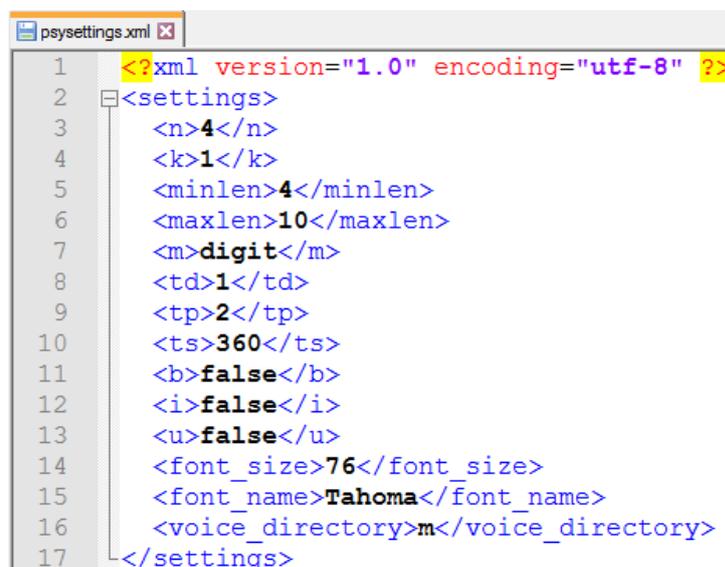
1. Анкетирование пользователя для создания его обобщенного портрета с целью последующего анализа и обобщения информации исследователями;

2. Возможность настройки текстов анкеты и параметров психологического тестирования через xml-файлы;
3. Проверка наличия, качества и громкости звука перед тестированием слуховой кратковременной памяти:
4. Отправка данных анкетирования и тестирования пользователя на электронную почту исследователей при наличии подключения к сети Интернет и согласия пользователя на отправку результатов.



```
1 <?xml version="1.0" encoding="utf-8" ?>
2 <settings>
3   <n>4</n>
4   <k>1</k>
5   <minlen>4</minlen>
6   <maxlen>10</maxlen>
7   <m>digit</m>
8   <td>1</td>
9   <tp>2</tp>
10  <ts>360</ts>
11  <b>false</b>
12  <i>false</i>
13  <u>false</u>
14  <font_size>76</font_size>
15  <font_name>Tahoma</font_name>
16  <voice_directory>m</voice_directory>
17 </settings>
```

Рис. 53.4. Демонстрация настройки параметров психологического теста программы «СMemory», которые вынесены в xml-файл.



```
1 <?xml version="1.0" encoding="utf-8" ?>
2 <settings>
3   <n>4</n>
4   <k>1</k>
5   <minlen>4</minlen>
6   <maxlen>10</maxlen>
7   <m>digit</m>
8   <td>1</td>
9   <tp>2</tp>
10  <ts>360</ts>
11  <b>false</b>
12  <i>false</i>
13  <u>false</u>
14  <font_size>76</font_size>
15  <font_name>Tahoma</font_name>
16  <voice_directory>m</voice_directory>
17 </settings>
```

Рис. 53.5. Настройки для психологического теста

В файле *psysettings.xml* задаются следующие настройки:

- *n*, количество серий испытаний;
- *k*, показатель увеличения длины последовательности;
- *minlen*, минимальная длина последовательности;
- *maxlen*, максимальная длина последовательности;
- *m*, тип символов (на данный момент реализованы только цифры);
- *td*, время (в секундах) демонстрации одного символа (для тестирования визуальной памяти);
- *tp*, время (в секундах) после демонстрации пользователю всей последовательности символов до появления экрана для ввода пользователем запомненной последовательности;
- *ts*, время (в секундах) между концом предыдущей серии испытаний и началом следующей серии испытаний;
- *b*, полужирный тип шрифта для вывода символа на экран;
- *i*, курсивный тип шрифта для вывода символа на экран;
- *u*, подчеркнутый тип шрифта для вывода символа на экран;
- *font\_size*, размер шрифта для вывода символа на экран;
- *font\_name*, название шрифта для вывода символа на экран;
- *voice\_directory*, название папки с mp3-файлами с голосовым воспроизведением цифр: m – мужской голос, w – женский голос.

Папка с mp3-файлами, которые содержат голосовое воспроизведение цифр мужским и женским голосом, включены в программное решение.

Также в программе «СMemory» можно настроить тексты для вопросов и ответов анкеты. Для изменения текстов не нужно изменять программный код и перекомпилировать программу, можно изменить текст в xml-файле или добавить, изменить, удалить варианты ответов. Рисунок 53.6 изображает часть файла *settings.xml*, в котором задаются тексты на русском и английских языках. Есть возможность расширять количество языков программы без перекомпиляции программы.

```
settings.xml
9 <sex>
10 <sex0 lang="ru">&lt;Выберите пол&gt;</sex0>
11 <sex1 lang="ru">Мужской</sex1>
12 <sex2 lang="ru">Женский</sex2>
13
14 <sex0 lang="en">&lt;Choose sex&gt;</sex0>
15 <sex1 lang="en">Male</sex1>
16 <sex2 lang="en">Female</sex2>
17 </sex>
18 <age>
19 <age0 lang="ru">&lt;Выберите возраст&gt;</age0>
20 <age1 lang="ru">до 7 лет</age1>
21 <age2 lang="ru">7-17</age2>
22 <age3 lang="ru">18-24</age3>
23 <age4 lang="ru">25-30</age4>
24 <age5 lang="ru">31-40</age5>
25 <age6 lang="ru">41-50</age6>
26 <age7 lang="ru">51-70</age7>
27 <age8 lang="ru">71-90</age8>
28 <age9 lang="ru">старше 90 лет</age9>
29
30 <age0 lang="en">&lt;Choose age&gt;</age0>
31 <age1 lang="en">up to 7 years</age1>
32 <age2 lang="en">7-17</age2>
33 <age3 lang="en">18-24</age3>
```

Рис. 53.6. Тексты для анкеты

Для получения качественных результатов тестирования кратковременной памяти «СMemory» не может полностью исключить исследователя из процесса тестирования. В данном случае исследователь становится наблюдателем за ходом тестирования, за чистотой эксперимента, предупреждая попытки респондентов «обмануть» программу.

Тем не менее, программа «СMemory» позволяет качественно оптимизировать процесс исследования и взаимодействия с респондентами.

Применение программы исключает субъективный фактор тестирующего во время проведения эксперимента «вручную», снижает риск ошибки при подсчетах результатов, избавляет исследователя от рутинной работы сбора информации, отправляя результаты тестов на электронную почту.

«СMemory» предоставляет результаты анкетирования и психологического тестирования единообразно, в открытом xml-формате, который может в автоматизированном режиме проанализирован сторонней программой.

#### 53.2.4. Принципы функционирования программы «СMemory»

Программа предназначена для работы в операционной системе Windows ввиду того, что использует библиотеки .dll для работы с windows-объектами. По этой причине программа не работает в других операционных системах на компьютере и на мобильных устройствах.

Как было описано выше, программное решение распространяется с необходимыми библиотеками .dll, mp3-файлами, настроечными xml-файлами, поэтому полное решение может быть запущено на компьютере без установки (инсталляции) и не нуждается в наличии среды программирования Visual Studio (любой версии) и ее библиотек.

Отсутствие mp3-файлов, которые содержат голосовое воспроизведение цифр мужским и женским голосом, не является критичным для общей работоспособности программы. Однако тестирование слуховой кратковременной памяти человека в этом случае будет невозможно. Тем не менее, в этом случае доступно тестирование зрительной кратковременной памяти человека.

Выходной smt-файл получается за счет технологии xml-сериализации программных классов User и PsySettings, обозначенных на рисунке. Расширение файла smt образовано от сокращения *short memory test* (тест кратковременной памяти).

Исследователь имеет возможность указать в программе электронный адрес, на который он хотел бы получать файлы с результатами экспериментов. Для передачи smt-файла на электронную почту используется низкоуровневый протокол SMTP. Для осуществления этой функции был выбран хост smtp.gmail.com.

На рисунке 53.7 изображена часть выходного smt-файла. Данная часть файла содержит ответы пользователя на анкету. Синими точками обозначены вид тестируемой памяти (зрительный) и коэффициент кратковременной зрительной памяти, который был получен в результате тестирования.

```
2 <SOAP-ENV:Body>
3 <a1:User id="ref-1" xmlns:a1="
  http://schemas.microsoft.com/clr/nsassem/CMemory/CMemory%2C%20Version:
4 <_login xsi:null="1"/>
5 <_password xsi:null="1"/>
6 <_sex id="ref-3">Мужской</_sex>
7 <_age id="ref-4">25-30</_age>
8 <_education id="ref-5">Высшее (магистр)</_education>
9 <_academic_degree id="ref-6">Нет ученой степени</_academic_degree>
10 <_selfmark>0.5</_selfmark>
11 <_psysets href="#ref-7"/>
12 <_modality>visual</_modality>
13 <_short_mem_coeff>0.7</_short_mem_coeff>
14 </a1:User>
```

Рис. 53.7. Результат тестирования в smt-файле

### 53.2.5. Визуальный интерфейс программы «СMemory»

При запуске программы пользователю предлагается заполнить анкетные данные. Он может в т.ч. на свое усмотрение оценить свою память до начала тестирования. Рисунок 53.8 демонстрирует экран заполнения анкеты.

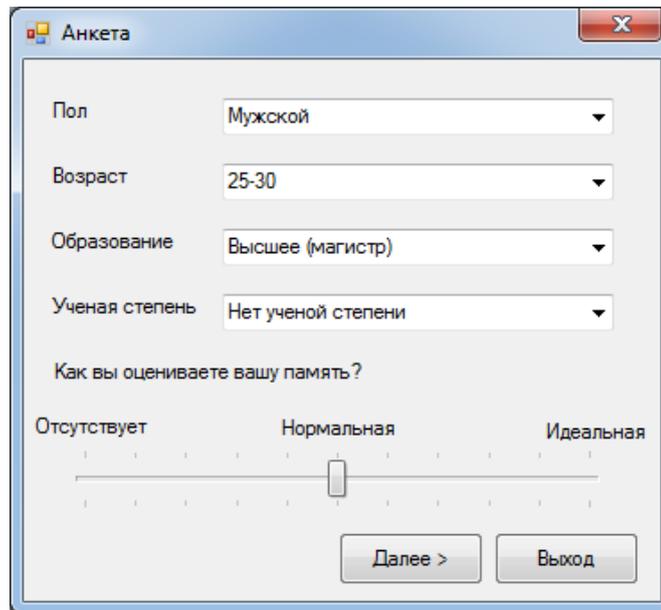


Рис. 53.8. Заполнение анкеты в программе

Рисунок 53.9 иллюстрирует экран выбора типа (модальности) тестируемой памяти.

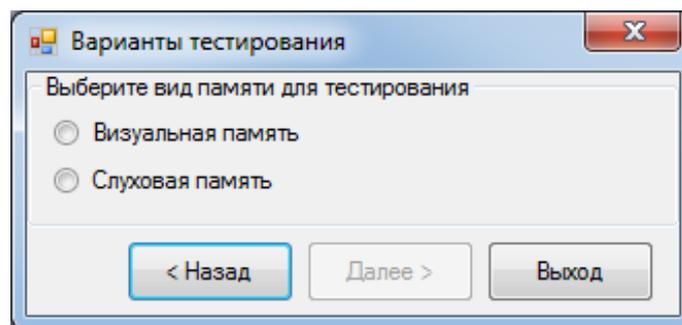


Рис. 53.9. Экран выбора модальности памяти

Рисунок 53.10 изображает экран проверки звука перед тестированием слуховой памяти.

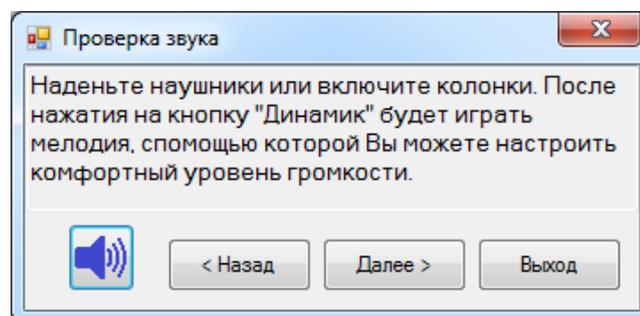


Рис. 53.10. Экран проверки звука

Далее пользователь имеет возможность ознакомиться с инструкцией, приведенной в программе. В зависимости от модальности памяти инструкции разные. Рисунок 53.11 демонстрирует экран с инструкцией для тестирования зрительной памяти.

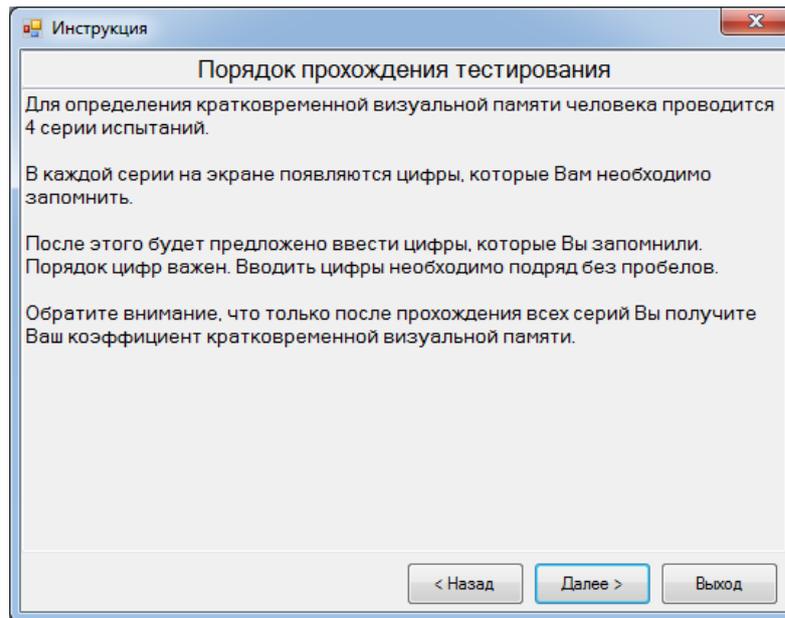


Рис. 53.11. Экран с инструкцией

После этого испытуемый начинает тестирование, в процессе которого на экране монитора появляются цифры. Эти цифры испытуемому необходимо запомнить. Рисунок 53.12 иллюстрирует ход тестирования пользователя.

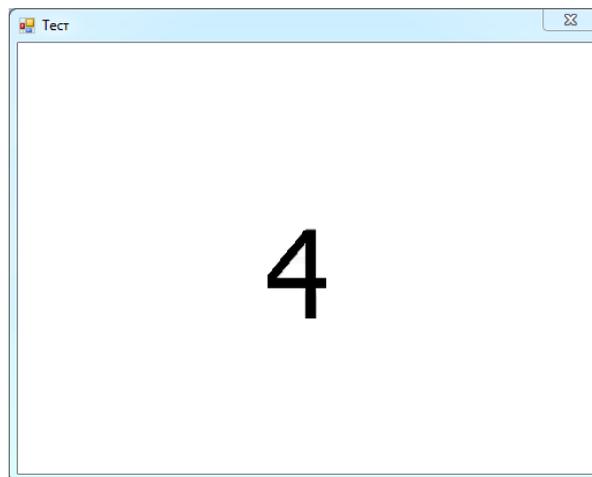
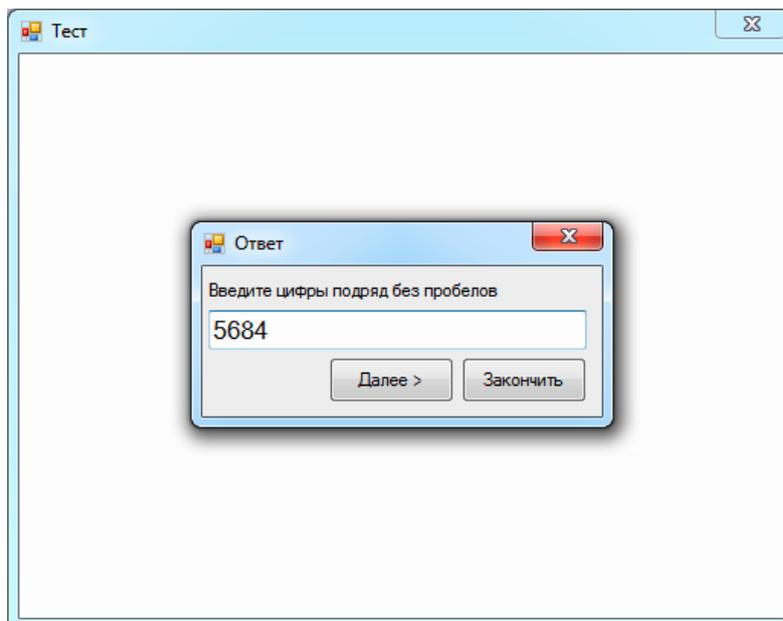


Рис. 53.12. Тестирование. Вывод изображения цифр

Для получения репрезентативной последовательности цифр для тестирования используется генератор случайных чисел из диапазона от 0 до 9. Последовательности цифр выводятся на экран. Каждая последовательность не содержит повторяющихся цифр. После того как система выведет на экран все цифры последовательности, пользователю предлагается ввести те цифры, которые он запомнил. Рисунок 53.13 показывает экран ввода цифр.



#### **54. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ РОБОТА К НАКОПЛЕНИЮ ИНФОРМАЦИИ ОТ КРАТКОВРЕМЕННОЙ И ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ПАМЯТИ**

Целью исследования стала верификация взаимосвязи коэффициентов кратковременной информационной памяти  $\lambda$  и коэффициентов долговременной информационной памяти  $\Lambda^{[1]}$ , а также относительной восприимчивости робота к накоплению информации  $\beta$ .

Для проведения исследований математической модели воспользуемся формулой

$$\beta = \frac{\lambda}{1 - \frac{(1-\lambda)^{t-1}(1-\Lambda^{[1]})}{1-\Lambda^{[1]}-\lambda}}$$

Для проведения психологических исследований и верификации математической модели будем считать, что кратковременная долговременная информационная память робота эквивалентна кратковременной и долговременной памяти человека.

Для термина теории эмоциональных роботов «относительная восприимчивость робота к накоплению информации»  $\beta$  нет прямого аналога в психологии.

Однако советский, российский и европейский психолог, доктор психологических наук Б.М. Величковский делает акцент на том, что внимание и первичная [кратковременная] память в современной науке понимаются как единый функциональный механизм, который выполняет буферные функции по отношению к разноуровневым продуктам когнитивной обработки [11].

Основываясь на этом утверждении Б.М. Величковского [11], будем считать, что относительная восприимчивость робота к накоплению информации эквивалентна вниманию человека.

Целью проведения верификации является определение того, насколько отличается относительная восприимчивость робота к накоплению информации  $\beta_r$ , вычисленная на основе эмпирически полученных коэффициентов кратковременной  $\lambda$  и долговременной  $\Lambda$  памяти человека, от эмпирической относительной восприимчивости робота к накоплению информации  $\beta_p$ , полученной на основе тестирования внимания человека.

Для проведения исследований необходимо определить набор психологических тестов определения объема кратковременной и долговременной памяти человека, а также его внимания.

Необходимо учесть, что психологи выделяют разные виды памяти и внимания.

Например, в зависимости от модальности памяти (каналов восприятия) [36, 39, 40, 83] выделяют:

- 1) Зрительную (визуальную) память;
- 2) Слуховую (аудиальную) память;
- 3) Тактильную (кинестетическую) память;
- 4) и др.

Психологи описывают несколько видов внимания такие как, распределение внимания, концентрация внимания, устойчивость внимания и др. [3; 10; 44; 74 – 76; 82; 96; 105; 119].

Психологические исследования были проведены при совместной работе с экспертами кафедры общей и клинической психологии Пермского государственного национального исследовательского университета. Таблица 54.1 содержит методики, которые были предложены экспертами для верификации математической модели.

Таблица 54.1

Психологические методики проведенного исследования

| Исследуемые характеристики человека     |                                  | Психологически методики         |
|---|----------------------------------|---------------------------------|
| Кратковременная и долговременная память | Опосредованная зрительная память | «Пиктограмма»                   |
|   | Образная зрительная память       | «Узнавание фигур»               |
|   | Слуховая память                  | «10 слов» (методика А.Р. Лурия) |
| Внимание                                | Распределение внимания           | «Расстановка чисел»             |
|   | Концентрация внимания            | «Перепутанные линии»            |

В приложении 1 и приложении 2 описан порядок проведения всех психологических методик, использованных в исследовании. В данном разделе приведены формулы для вычисления необходимых психологических характеристик человека и эквивалентных понятий теории эмоциональных роботов.

### 54.1. СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ КРАТКОВРЕМЕННОЙ И ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ПАМЯТИ И ВНИМАНИЯ

Психологические тесты, описанные в приложениях 2 и 3, дают результаты исследований в баллах или в количестве запомненных объектов. Для того чтобы использовать такие результаты для исследования зависимости относительной восприимчивости работа к накоплению информации от кратковременной и долговременной памяти необходимо привести эти результаты к безразмерным величинам.

В результате применения методики «**Пиктограмма**» будем вычислять коэффициент кратковременной информационной памяти по следующей формуле:

$$\lambda_{pic} = \frac{P}{24},$$

где  $p$  – баллы, которые получил испытуемый непосредственно после прохождения теста методики «**Пиктограмма**».

Коэффициент долговременной информационной памяти соответственно будем вычислять по формуле

$$\Lambda_{pic}^{[1]} = \frac{\bar{p}}{24},$$

где  $\bar{p}$  – баллы, которые получил испытуемый через 24 ч. после прохождения теста методики «**Пиктограмма**».

В результате применения методики «**Узнавание фигур**» будем вычислять коэффициент кратковременной информационной памяти по формуле

$$\lambda_{rec} = \frac{m}{9},$$

где  $m$  – число правильно узнанных фигур непосредственно после прохождения методики «**Узнавания фигур**».

Коэффициент долговременной информационной памяти – по формуле:

$$\Lambda_{rec}^{[1]} = \frac{\bar{m}}{9},$$

где  $\bar{m}$  – число правильно узнанных фигур через 24 ч. после прохождения теста методики «**Узнавание фигур**».

В результате применения методики А.Р. Лурия будем вычислять коэффициент кратковременной информационной памяти по следующей формуле

$$\lambda_{word} = \frac{b}{10},$$

где  $b$  – число правильно воспроизведенных слов после первого запоминания ряда слов методики А.Р. Лурия.

Коэффициент долговременной информационной памяти – по формуле

$$\Lambda_{word}^{[1]} = \frac{\bar{b}}{10},$$

где  $\bar{b}$  – число правильно узнанных фигур через 24 часа после пяти повторений ряда слов методики А.Р. Лурия

В результате применения методики «Расстановка чисел» будем считать относительную восприимчивость робота к накоплению информации  $\beta$  равной отношению показателя распределения внимания тестируемого к максимальному показателю распределения внимания, т.е. вычислять по следующей формуле

$$\beta_D = \frac{D}{D_{MAX}},$$

где  $D$  – показатель распределения внимания тестируемого по результатам методики «Расстановка чисел»,  $D_{MAX}$  – максимальный показатель распределения внимания.

Обратим внимание, что максимальный показатель распределения внимания вычисляется по формуле  $D_{MAX} = \frac{25}{t_{MIN}}$  и в общем случае равен бесконечности. Будем считать  $t_{MIN} = t_{MIN}^*$ , где  $t_{MIN}^*$  – минимальное время, затраченное на выполнение этого теста среди всех участников эксперимента.

В результате применения методики «Перепутанные линии» будем считать относительную восприимчивость робота к накоплению информации  $\beta$  равной показателю концентрации внимания  $C$  и вычислять по следующей формуле

$$\beta_C = \frac{w}{9},$$

где  $w$  – количество полученных баллов за тест «Перепутанные линии».

## 54.2. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

В тестировании участвовало 17 человек в возрасте от 19 до 25 лет. Для исследования использовались психологические тесты, приведенные выше.

Обратим внимание на то, что коэффициент долговременной опосредованной памяти  $\Lambda_{pic}^{[1]}$ , коэффициент долговременной образной памяти  $\Lambda_{rec}^{[1]}$  и коэффициент слуховой памяти  $\Lambda_{word}^{[1]}$  зависят от уровня накопления информации.

В данном исследовании измерение происходит через сутки после запоминания материала, что является минимальным сроком для измерения долговременной памяти (на основе методов психологии, описанных в источниках [83; 96]), поэтому для обработки результатов исследования возьмем минимально возможное значение уровня накопления информации, при котором возможно определение долговременной информационной памяти.

Для исследования связи между полученными результатами будем использовать соотношение

$$\beta^{[2]} = \frac{\lambda}{1 - \frac{(1-\lambda)^3(1-\Lambda^{[2]})}{1-\Lambda^{[2]}-\lambda}},$$

где  $\beta^{[2]}$  – относительная восприимчивость работа к накоплению информации на уровне  $l = 2$ ,  $\lambda$  – коэффициент кратковременной информационной памяти и  $\Lambda^{[2]}$  – долговременной памяти на уровне  $l = 2$ .

Полные результаты психологических исследований памяти и внимания человека можно найти в приложении 3.

Таблица 54.2 содержит обобщенные результаты исследований с учетом всех допущений, приведенных выше.

**Таблица 54.2**

**Результаты исследования видов памяти и внимания человека**

| №  | 1. Опосредованная зрительная память / методика «Пиктограмма» |  | 2. Образная зрительная память / методика «Узнавание фигур» |  | 3. Слуховая память / методика «10 слов» |   | А. Распределение внимания / методика «Расстановка чисел» | В. Концентрация внимания / методика «Перепутанные линии» |
|----|--|--|--|--|---|---|--|--|
|    | коэф. кр. пам. $\lambda_{pic}$                               | коэф. долг. пам. $\Lambda_{pic}^{[2]}$ | коэф. кр. пам. $\lambda_{rec}$                             | коэф. долг. пам. $\Lambda_{rec}^{[2]}$ | коэф. кр. пам. $\lambda_{word}$         | коэф. долг. пам. $\Lambda_{word}^{[2]}$ | коэф. воспр. $\beta_D$                                   | коэф. воспр. $\beta_c$                                   |
| 1  | 0,96   | 0,92                                   | 0,78   | 0,89                                   | 0,70                                    | 0,70                                    | 0,53   | 0,33   |
| 2  | 0,96   | 0,96                                   | 1,00   | 1,00                                   | 0,50                                    | 0,90                                    | 0,73   | 0,56   |
| 3  | 0,96   | 0,96                                   | 1,00   | 0,89                                   | 0,60                                    | 0,90                                    | 0,80   | 0,56   |
| 4  | 1,00   | 0,96                                   | 0,89   | 0,78                                   | 0,60                                    | 0,60                                    | 0,84   | 0,56   |
| 5  | 0,96   | 0,96                                   | 0,89   | 0,89                                   | 0,60                                    | 0,70                                    | 0,84   | 0,56   |
| 6  | 0,96   | 0,96                                   | 0,78   | 0,56                                   | 0,50                                    | 0,50                                    | 0,57   | 0,44   |
| 7  | 0,96   | 0,88                                   | 0,89   | 0,89                                   | 0,60                                    | 0,70                                    | 0,73   | 0,44   |
| 8  | 0,88   | 0,83                                   | 0,89   | 0,67                                   | 0,60                                    | 0,50                                    | 0,67   | 0,44   |
| 9  | 0,92   | 0,96                                   | 0,89   | 0,89                                   | 0,80                                    | 0,60                                    | 0,60   | 0,56   |
| 10 | 0,88   | 0,88                                   | 0,33   | 0,33                                   | 0,50                                    | 0,30                                    | 0,84   | 0,56   |
| 11 | 0,96   | 0,96                                   | 1,00   | 0,67                                   | 0,80                                    | 0,70                                    | 0,60   | 0,44   |
| 12 | 1,00   | 1,00                                   | 1,00   | 1,00                                   | 0,80                                    | 0,60                                    | 0,67   | 0,56   |
| 13 | 0,92   | 0,92                                   | 0,67   | 0,56                                   | 0,90                                    | 0,90                                    | 0,84   | 0,67   |
| 14 | 1,00   | 1,00                                   | 0,89   | 0,89                                   | 0,80                                    | 0,70                                    | 0,70   | 0,22   |
| 15 | 0,96   | 0,96                                   | 0,78   | 0,56                                   | 0,60                                    | 0,80                                    | 0,60   | 0,44   |
| 16 | 0,92   | 0,96                                   | 1,00   | 0,67                                   | 1,00                                    | 1,00                                    | 1,00   | 0,56   |
| 17 | 1,00   | 1,00                                   | 1,00   | 1,00                                   | 0,80                                    | 0,90                                    | 0,84   | 0,56   |

**Примечание:** через 1, 2, 3 в таблице обозначены психологические методики для исследования памяти; через А, В – психологические методики для исследования внимания.

Обратим внимание на то, что таблица 54.2 содержит практические коэффициенты памяти и коэффициенты внимания.

Для каждой пары психологических тестов исследования памяти и внимания человека получены шесть таблиц со значениями средней относительной погрешности и среднеквадратичного отклонения от средней относительной погрешности теоретических  $\beta_t$  и практических  $\beta_p$  коэффициентов относительной восприимчивости работа к накоплению информации. Таблица 54.3 содержит результаты исследования соответствия теоретического коэффициента относительной восприимчивости работа к накоплению информации  $\beta_t$  практическому  $\beta_p$

**Таблица 54.3**  
**Результаты исследования соответствия  $\beta_t$  относительно  $\beta_p$**

| Виды памяти                      | Распределение внимания |                                | Концентрация внимания |                                |
|----------------------------------|------------------------|--------------------------------|-----------------------|--------------------------------|
|                                  | Ср. отн. погр (%)      | Сркв откл от ср. отн. Погр (%) | Ср. отн. погр (%)     | Сркв откл от ср. отн. погр (%) |
| Образная зрительная память       | 21                     | 1                              | 44                    | 2                              |
| Опосредованная зрительная память | 24                     | 1                              | 48                    | 1                              |
| Слуховая память                  | 24                     | 3                              | 28                    | 4                              |

Наилучший результат получен для комбинации образной зрительной памяти и распределения внимания человека. Так средняя относительная погрешность составила 21%, а среднеквадратичное отклонение от средней относительной погрешности – 1%.

Несколько большая погрешность получается при экспериментах с опосредованной зрительной памятью и распределением внимания человека. В этом случае средняя относительная погрешность составила 24%, а среднеквадратичное отклонение от средней относительной погрешности – 1%.

При экспериментах со слуховой памятью и распределением внимания человека средняя относительная погрешность 24%, а среднеквадратичное отклонение от средней относительной погрешности – 3%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой монографии авторы сделали попытку построить и математически описать виртуальный мир роботов, обладающих эмоциями и зачатками логики, и оценить возможности применения математического описания «психологии» роботов к описанию психологии человеческого социума.

Если касаться реальных психических процессов, протекающих в живом организме, то задача определения зависимостей эмоций от времени довольно сложна и, наверное, в общем случае неразрешима. Но при создании роботов проектировщик может сам устанавливать математические функции изменения значений эмоций во времени (так же, как и коэффициенты памяти, и производные величины от функции эмоций). В этом случае теория, приведенная в монографии, позволяет проектировать роботов с заданными психологическими характеристиками, а затем анализировать и определять их эмоциональное и логическое поведение на основе считываемых из их памяти числовых данных.

В качестве примера дадим описание хаотического замкнутого виртуального мира эмоционально-логических роботов, основанного на компьютерной реализации математических моделей, приведенных в монографии. При описании этого мира будем оперировать терминами, определенными в книге.

*Пусть виртуальный мир включает в себя роботов, количество которых конечно. Каждый из роботов обладает собственной памятью, характеризующейся индивидуальными коэффициентами эмоциональной и информационной памяти. В процессе существования мира роботы случайным образом воздействуют друг на друга сюжетами, порождая эмоции, приобретая опыт и изменяя воспитания друг друга. Причем роботом-воспитателем, от которого воспитуемому передаются эмоции, является робот с наибольшим по модулю воспитанием. В результате эмоциональных контактов роботов создаются дружественные группировки, и чем больше их значения дружбы, тем прочнее группировки. Некоторые группировки вступают в конфликты друг с другом, в том числе, логически-эмоциональные. Эти конфликты возникают, например, в том случае, если суммарные воспитания группировок становятся равными нулю. Каждый робот имеет цель, общую для всего мира. В результате ее наличия с течением времени выявляются лидеры – роботы с наибольшей силой воли и способностями. Эффективность воспитания каждого робота характеризуется коэффициентом полезного действия воспитательного процесса. В результате вычисления КПД определяются роботы, которые по своим природным характеристикам наиболее склонны к воспитанию. Некоторые роботы обладают пресыщенным воспитанием; по отношению к таким роботам при достижении определенного значения пресыщения прекращается воздействие эмоциями других роботов. Если в виртуальном мире существуют роботы, которые не имеют пресыщения воспитания, то другие роботы воспитывают их наиболее активно, благодаря этому*

*формируются лидеры мира роботов. Лидер мира роботов на основе построения эквивалентных процессов каждого из роботов и последующего ранжирования предельных воспитаний выявляет своего дальнего преемника на пост лидера. В результате сбоя компьютеров или вирусов роботы могут «заболевть». Врач мира роботов лечит заболевших роботов, корректируя их эмоции. В результате общения роботов друг с другом с течением времени меняются воспитания о опыт роботов – членов виртуального мира. Это влечет смену лидеров и формирование новых дружественных и конфликтующих группировок. Параллельно у роботов формируют необходимое общественное сознание с помощью средств массовой информации. Так существует во времени виртуальный мир эмоционально-логических роботов...*

Помимо описания «психологии» роботов в монографии описаны приложения, посвященные применению теории роботов к человеческому социуму.

Книга является результатом исследований, приведенных в работах авторов и учеников О.Г. Пенского в разные годы [20; 33 – 37; 46 – 73; 97 – 104; 107 – 118; 155 – 157], включает в себя новые результаты и носит, прежде всего, постановочный характер для новых задач.

Мы надеемся на то, что книга будет полезна специалистам в области проектирования программного обеспечения эмоциональных роботов и их групп. Мы также надеемся, что на книгу обратят внимание современные психологи.

Отзывы о монографии просим направлять ее авторам на электронный адрес [ogpensky@mail.ru](mailto:ogpensky@mail.ru).

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М.* Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры, Задачи: учеб. Пособие. 2-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 256 с.
2. *Александров А. Д.* Основания геометрии: учебн. пособие для вузов. М.: Наука. 1987. 288 с.
3. Альманах психологических тестов. М.: Изд-во КСП, 1996. 400 с.
4. *Амосов Н.М.* Моделирование мышления и психики. М.: Наука, 1965. С.46
5. *Андерсон Дж.* Дискретная математика и комбинаторика. М.: Вильямс, 2004. 960с.
6. *Андреева Е.В., Босова Л.П., Фалина И.Н.* Математические основы информатики. Л.П. Босова, И.Н.Фалина. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2005. 238 с.
7. *Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н.* Интеллектуальные информационные системы: учебник. М.: Финансы и статистика, 2004. 424 с.
8. *Брандон В., Волкова А.Н.* Молекулярная физика и термодинамика. М.: Изд-во ун-та дружбы народов им. Патриса Лумумбы, 1975. 295 с.
9. *Бреслав Г.М.* Психология эмоций. М.: Смысл: Академия, 2004. – 544с.
10. *Бурлачук Л.Ф., Морозов С.М.* Словарь-справочник по психодиагностике. СПб.: Питер, 2000. 528 с.
11. *Величковский Б.М.* Когнитивная наука: Основы психологии познания: в 2 т. Т. 1. М.: Смысл : Издательский центр «Академия», 2006. 448с.
12. *Гаазе-Рапопорт М.Г., Поспелов Д.А.* От амебы до робота: модели поведения. М.: Наука, 1987.
13. *Галеев Э.М., Тихомиров В.М.* Оптимизация: теория, примеры, задачи. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 320 с.
14. *Григорова В.В.* Контрастная иллюзия, установка и бессознательное: монография. Тбилиси. 1987. 450с.
15. *Домарев А.В.* Информационная безопасность. Донецк. 2005. 485с.
16. *Дружинин В.Н.* Экспериментальная психология. СПб.: Питер, 2004. – 320 с.
17. *Дьюдни А.К.* Машинки Брайденберга – автоматы с синтетической психологией. 1987. URL:[http://myrobot.ru/articles/stuff\\_braitenberg.php](http://myrobot.ru/articles/stuff_braitenberg.php) (дата обращения: 20.06.2015).
18. *Зонова П.О., Пенский О.Г.* Модели психологического темперамента// Материалы Международной научно-технической конференции «Перспективные технологии искусственного интеллекта». Пенза, 1–6 июля 2008 г. С. 50–52.
19. *Изард К.Э.* Психология эмоций. СПб. 2000. 464с
20. *Ильин Е.П.* Психология индивидуальных различий. С-Пб: Питер. 2004. 701 с.
21. Исследование кратковременной памяти по методике Джекобсона // Логопед и психолог онлайн [сайт]. URL: <https://sites.google.com/site/logopedonline/psihologiceskaa-diagnostika-testy/psihologiceskaa->

diagnostika-i-testy-dla-detej-ot-7-do-11-let/issledovanie-kratkovremennoj-ranati-po-metodike-dzekobsona  
(дата обращения 24.07.2012).

22. История робототехники: Черепашки Грея Уолтера // myROBOT.ru – Роботы, робототехника, микроконтроллеры [сайт]. 2007. URL:[http://www.myrobot.ru/articles/hist\\_walter\\_tortoises.php](http://www.myrobot.ru/articles/hist_walter_tortoises.php) (дата обращения: 20.06.2015).

23. *Калиткин Н. Н.* Численные методы. М.: Наука. 1978. 512 с.

24. *Кочин Н.Е.* Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. 9-е изд. М.: Наука, 1965. 350 с.

25. *Кривонос Ю.Г., Крак Ю.В., Бармак О.В, Ефимов Г.М.* Моделирование и анализ мимических проявлений эмоций. URL: <http://www.nbuv.gov.ua/Portal/all/reports/2008-12/08-12-08.pdf> (дата обращения 11.12.2009)

26. *Леонтьев В.О.* Классификация эмоций. Одесса, 2002.

27. *Леонтьев В.О.* Формулы эмоций// 11-я национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ, 2008. Труды конференции. Т.1.

28. *Лефевр В., Смолян Г.* Алгебра конфликта. Либроком. 2012. 72 с.

29. *Лукьяница А.А, Шишкин А.Г.* Автоматическое определение изменений эмоционального состояния по речевому сигналу//Речевые технологии. 2009. №3. С.53-61.

30. *Маккалох Дж., Питтс У.* Логические исчисления идей, относящихся к нервной деятельности // Автоматы. М.: ИЛ, 1956.

31. *Мандель И.Д.* Кластерный анализ. М.: Финансы и статистика, 1988. 224 с.

32. *Марютина Т.М., Кондаков И.М.* Психофизиология. URL: <http://imp.rudn.ru/psychology/psychophysiology/7.html> (дата обращения 22.05.2012)

33. *Михайлов В.О., Пенский О.Г., Черников К.В., Шаранов Ю.А.* Модели восприимчивости робота к воспитанию // Вестник Перм. ун-та. 2013. Математика. Механика. Информатика. Вып.3. С.63–67

34. *Михайлов В.О.* Математические модели гармонической псевдоэ-моции робота с неабсолютной памятью// Вестник Перм. ун-та. 2013. Математика. Механика. Информатика. №1(13). С.27–30.

35. *Михайлов В.О.* Программная реализация измерения эмоций абонента мобильного телефона // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 5; URL: <http://www.science-education.ru/105-6984> (дата обращения: 27.01.2013)

36. *Михайлов В.О.* Математическая модель измерения эмоционального состояния абонента мобильного телефона // Вестник Перм. ун-та. 2013. Математика. Механика. Информатика. №3(22). С.47 – 50.

37. *Муравьев А.Н., Пенский О.Г.* Математическая модель силы воли.//Конференция «Искусственный интеллект: Философия. Методология. Инновации». Материалы III Всероссийской конференции

- студентов, аспирантов и молодых ученых. Г.Москва, МИРЭА, 11–13 ноября, 2009 г. М.: Связь-Принт, 2009. С.338–339.
38. *Надирашвили Ш.А.* Дмитрий Николаевич Узнадзе (к 100-летию со дня рождения). 1986. <http://www.voppsy.ru/issues/1986/866/866087.htm> (дата обращения: 24.03.2011)
39. *Нейман Дж.* Теория самовоспроизводящихся автоматов // под ред. А. Бёркса. М.: Мир, 1971. 384 с.
40. *Немов Р.С.* Виды памяти и их особенности. 2011. URL: <http://psixologiya.org/obshhaya/pamyat/1605-vidy-pamyati-i-ix-osobennosti-nemov-r-s.html> (дата обращения: 02.09.2012)
41. *Немов Р.С.* Психология: Учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений: в 3 кн. 4-е изд. М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – Кн. 1: Общие основы психологии. 688 с.
42. Новый робот способен испытывать эмоции // электронный журнал Полит.ру. 2015. URL: [http://polit.ru/news/2015/06/19/ps\\_pepper/](http://polit.ru/news/2015/06/19/ps_pepper/) (дата обращения 16.09.2015)
43. *Нуркова В.В.* Проблема объема кратковременной памяти. 2010. URL: <http://www.psychology-online.net/articles/doc-1490.html> (дата обращения 23.07.2012)
44. *Оппенгейм А. В., Шафер Р. В.* Цифровая обработка сигналов. М.: Связь, 1979. 416 с.
45. Основы психологии: Практикум. Ред.-сост. Л.Д. Столяренко. Ростов на Дону: «Феникс», 2003. 704 с.
46. Пакет Математика [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.exponenta.ru/educat/systemat/lerner/1.asp> (дата обращения: 01.03.2016).
46. *Пенский О.Г., Хохрякова Е.* Математические модели компьютерной зависимости роботов с неабсолютной памятью// Вестник Перм. ун-та. 2014. Математика. Механика. Информатика. №3(26). С.82 – 85.
47. *Пенский О.Г.* Математические модели эмоциональных роботов: монография. Пермь: изд-во Перм.гос.ун-та, 2010 – 192с.
48. *Пенский О.Г.* Математическая модель плана трансляции передач средств массовой информации// Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика (последний выпуск)
49. *Пенский О.Г., Зонова П.О., Муравьев А.Н., Ожгибесова Ю.С. и др.* Гипотезы и алгоритмы математической теории исчисления эмоций: монография; под общ. Ред. О.Г. Пенского. Пермь: Перм. гос. ун-т. 2009. 152 с.
50. *Пенский О.Г.* Математические модели эмоционального воспитания// Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика. 2009. №7(33). С.53-56.
51. *Пенский О.Г., Зонова П.О., Муравьев А.Н.* Математические способы и алгоритмы формирования эмоциональных групп //Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика. 2009. №7(33). С.53–56.

52. *Пенский О.Г., Каменева С.В.* О математическом подходе к расчету некоторых эмоциональных характеристик // Исследовано в России: электронный журнал – МФТИ / 228, 2183–2188, 2006. URL: <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2006/228.pdf>.
53. *Пенский О.Г., Каменева С.В.* Основные определения общей математической теории эмоций// Материалы Международной научно-методической конференции, посвященной 90-летию высшего математического образования на Урале, «Актуальные проблемы математики, механики, информатики». Пермь, 2006. С.128–129.
54. *Пенский О.Г., Каменева С.В.* Программа вычисления оптимальной пиар-стратегии при проведении предвыборных мероприятий “Piar”. Программа. Свидетельство об отраслевой регистрации разработки №7134 от 31.10.2006 г.
55. *Пенский О.Г., Каменева С.В.* Программа выявления конфликтных групп в коллективе и вычисления воспитания членов коллектива “Group”. Свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 6869 от 8.09.2006 г.
56. *Пенский О.Г., Зонова П.О.* Применение математической теории эмоций в формировании студенческих групп // Материалы Между-народной научно-методической конференции «Университет в системе непрерывного образования», 14–15 октября 2008 г. Перм.гос.ун-т. Пермь. 2008. С.25 – 28.
57. *Пенский О.Г., Зонова П.О.* Программа ранжирования членов коллектива по психологическим характеристикам Свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 10517 от 29.04.2008 г. Номер государственной регистрации 50200800879.
58. *Пенский О.Г.* О применении основ векторной алгебры в решении некоторых задач исчисления эмоций // Исследовано в России: электронный журнал: МФТИ. 1031–1034, 2007. URL: <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2007/099.pdf>.
59. *Пенский О.Г., Каменева С.В.* Первые итоги прикладной математической теории исчисления эмоций// Философско-методологические проблемы искусственного интеллекта. Пермь: Изд-во ПГТУ, 2007. С.143–149.
60. *Пенский О.Г., Зонова П.О.* Программа определения оптимальной последовательности сюжетов для достижения максимального воспитания «Math emotions». Свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 8999 от 9.06.2007 г. Номер государственной регистрации 50200701909.
61. *Пенский О.Г., Левченко Е.В., Проничев А.А., Бурдакова Е.В.* Комплекс программ определения эмоционального состояния субъекта «PsiX-1». Свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 7666 от 14.02.2007 г. Номер государственной регистрации 50200700313.
62. *Пенский О.Г., Русаков В.С.* Расчет эмоций по внешним проявлениям «Pr amotions». Свидетельство об отраслевой регист-рации разработки № 7290 от 27.11.2006 г.

63. Пенский О.Г., Черников К.В. Гипотеза о психологических установках в аспекте математического моделирования процесса воспитания эмоциональных роботов // *Фундаментальные исследования*. 2012. №3. С. 129-132.
64. Пенский О.Г., Черников К.В. Математические модели психологических установок роботов//*Искусственный интеллект и принятие решений*. М.: Институт системного анализа РАН. 2013, №2. С.63 – 67.
65. Пенский О.Г., Черников К.В. Основы математической теории эмоциональных роботов: монография. Пермь: Перм.гос.ун-т. 2010. 256с. – перев. англ.: O.G. Pensky, K.V. Chernikov, “Fundamentals of Mathematical Theory of Emotional Robots”, 2010.  
<http://arxiv.org/abs/1011.1841> . 132p.
66. Пенский О.Г., Черников К.В. Модели амбивалентных эмоций роботов// *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. №3(3) Пермь: Изд-во Перм.ун-та, 2010. С.67–68.
67. Пенский О.Г., Шафер А.Е. Математическая модель плана трансляции медиа-проектов и программная реализация модели// *Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика*. 2016. Вып. 4(35). С. 25 – 27.
68. Пенский О.Г., Муравьев А.Н., Черников К.В. Математическая модель таланта// *Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика*. 2010. №1(1). С.81 - 84.
69. Пенский О.Г., Михайлов В.О. способ вычисления темперамента робота и человека// *Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика*. 2016. №1(32). С.5 - 9.
70. Пенский О.Г. Математические модели оценки безопасности роботов для человека// *Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика*. 2013. №1(13). С.31 - 85.
71. Пенский О.Г. Расчет планирования выпуска медиа-проектов в эфир. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016660145 дата выдачи 7.09.2016.
72. Попов Н.В. Исследование математической модели эмоционального воспитания робота// *Современные наукоемкие технологии*. Пенза: Изд. РАЕ. №12 (часть 3). 2015. С. 439 – 443.
73. Попов Н.В. Исследование математической модели конфликтов в группе роботов// *Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика*. 2016. №1(32). С.10 - 15.
74. Бодров А.В. Практикум по дифференциальной психодиагностике профессиональной пригодности: учеб. пособие. М.: ПЕР СЭ. 2003. 768 с.
75. Крылов А.А., Маньчев С.А. Практикум по общей, экспериментальной и прикладной психологии: учеб. пособие. СПб.: Питер, 2001. 560 с.
76. Практическая психология в тестах, или Как научиться понимать себя и других. М.: АСТ-ПРЕСС КНИГА, 2001. 400 с.
77. Дементий Л.И., Лейфрид Н.Б. Психологический практикум «Память»: учеб.-метод. пособие. Омск: Омск. гос. ун-т, 2003. 124 с. URL:

- <http://window.edu.ru/resource/750/27750/files/05110197.pdf> (дата обращения 22.05.2012).
78. *Редько В.* Эволюционная биокибернетика // Компьютерра. 1999. №11. URL: <http://www.computerra.ru/offline/1999/289/2525/> (дата обращения: 20.06.2015)
79. *Розенблатт Ф.* Принципы нейродинамики: Перцептроны и теория механизмов мозга. М.: Мир, 1965. – 480 с.
80. *Розалиев В. Л.* Моделирование эмоциональных реакций пользователя при речевом взаимодействии с автоматизированной системой// Известия ВолгГТУ. 2010. №6. С.76-79
81. *Розалиев, В.Л.* Моделирование эмоциональных реакций пользователя при речевом взаимодействии с автоматизированной системой: дис. ...канд. тех. наук. Волгоград. 2009.
82. *Рубинштейн С.Л.* Основы общей психологии. СПб.: Изд-во «Питер», 1999. 720с.
83. *Самохвалов В.П., Коробов А.А., Мельников В.А.* Психиатрия // учебное пособие для студентов медицинских вузов. 576 с.
84. *Секунов Н.Ю.* Обработка звука на РС /Н.Ю. Секунов. СПб.; БХВ – Петербург, 2001. 1248 с.
85. *Симонов П.В.* Двигательный стереотип и физиология эмоций/ П.В. Симонов // XVIII Международный психологический конгресс. Симпозиум 3. М., 1966. С.97-99.
86. *Симонов П.В.* Мотивированный мозг. М.: Наука, 1987. 270 с.
87. *Симонов П.В.* О соотношении двигательного и вегетативного компонентов условного оборонительного рефлекса у человека// Центральные и периферические механизмы двигательной деятельности животных и человека. М., 1964. С. 65-66.
88. *Симонов П.В.* Что такое эмоция?. М.: Наука, 1966. 96 с.
89. *Симонов П.В.* Эмоциональный мозг. М.: Наука, 1981. 215 с.
90. *Терехин А.Т., Будилова Е.В., Качалова Л.М., Карпенко М.П.* Нейросетевое моделирование когнитивных функций мозга: обзор основных идей // Психологические исследования: электрон. науч. журн. 2009 – N 2(4). URL:[http://psystudy.com/files/Neural\\_network\\_Terekhin.pdf](http://psystudy.com/files/Neural_network_Terekhin.pdf) (дата обращения: 20.06.2015).
91. *Турчин В.Ф.* Феномен науки: Кибернетический подход к эволюции. Изд. 2-е. М.: ЭТС. 2000. 368 с. URL: [http://scisne.net/ax/d1/1/a1617/Turchin\\_V\\_F\\_Kibernetichesky\\_podhod\\_k\\_evolicii.pdf](http://scisne.net/ax/d1/1/a1617/Turchin_V_F_Kibernetichesky_podhod_k_evolicii.pdf) (дата обращения 17.07.2015).
92. *Узнадзе Д.Н.* Общая психология: учеб.для вузов. СПб: Питер. 2004. 413с.
93. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления : учеб. для вузов. 8-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. Т. 1. 680 с.

94. *Фоминых И.Б.* Эмоции как аппарат оценок поведения интеллектуальных систем // 10-я национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2006. Труды конференции.
95. *Хейдоров И.Э., Янь Цзинбинь, У Ши, Сорока А.М., Трус А.А.* Классификация эмоционально окрашенной речи с использованием метода опорных векторов речевые технологии // Речевые технологии. 2008. №3. С.53-61.
96. *Черемискина И.И.* Методики диагностики свойств мышления, Владивосток, МГУ им. Г.И. Невельского, 2007, 52 с.
97. *Черников К.В.* Математические модели роботов с неабсолютной памятью // диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 2013. 138с.
98. *Черников К.В., Пенский О.Г.* Программа моделирования эмоциональных контактов в группе роботов. Свидетельство об отраслевой регистрации электронного ресурса № 15375 от 24.02.2010 г. Номер государственной регистрации ВНИЦ 50201000355.
99. *Черников К.В.* Звук как сюжет для моделирования эмоций роботов// Исследовано в России: электронный журнал – 2010, 83 - с.968-974, URL: <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2010/083.pdf> .
100. *Черников К.В.* Программная реализация математической модели поведения простейшего эмоционального робота// Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика. 2010. № 3(3). С. 69 – 75.
101. *Черников К.В.* Программа SoundBot – программа, моделирующая мимическую эмоциональную реакцию робота. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. № 2010612670, зарегистрировано 19 апреля 2010 г.
102. *Черников К.В., Пенский О.Г.* Обобщение модели эмоционального воспитания// Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. №2(2). Пермь: Изд-во Перм.ун-та. 2010. С.55–57.
103. *Черников К.В., Пенский О.Г.* Математические модели контактов эмоциональных роботов // Университетские исследования: электронный науч. журнал. 2010. С.1-5. URL: <http://www.uresearch.psu.ru>.
104. *Черников К.В.* Правила эмоционального поведения роботов. Обобщение на случай произвольного числа взаимодействующих с роботом людей// Университетские исследования: электронный науч. журнал. 2010. С.1-4. URL: <http://www.uresearch.psu.ru>.
105. *Шапарь В.Б., Тимченко А.В., Швыдченко В.Н.* Практическая психология. Инструментарий. Ростов на Дону: «Феникс», 2002. 688 с.
106. *Шаров А.В.* Влияние занятий снегоходным туризмом на адаптационные возможности организма студентов Пермского государственного педагогического университета. Дисс. канд. биол.н.. 2012. 151с.
107. *Шарапов Ю.А.* Математическое моделирование процесса накопления роботом опыта на нескольких уровнях с учетом смены знака информационной установки // Фундаментальные и прикладные проблемы

механики, математики, информатики [Электронный ресурс]: сб. докл. всеросс. науч.-практ. конф. с междунар. участием (г. Пермь, 26–28 мая 2015 г.) / гл. ред. А. П. Шкарапута; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Электрон. дан. – Пермь, 2015. С. 233-238.

108. Шаранов Ю.А. Модели смены знака установки робота // Фундаментальные исследования. 2013. № 10 (часть 1). С. 77-81.

109. Шаранов Ю.А. Модель воспитания робота с учетом его кратковременной и долговременной памяти и смены знака установки // Современные проблемы математики и её прикладные аспекты – 2013: сб. тез. науч.-практ. конф. (Пермь, 29 – 31 октября 2013 г.) / гл. ред. В.И. Яковлев; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Пермь, 2013. С. 76

110. Шаранов Ю.А. Модификация алгоритма Узнадзе в аспекте кратковременной и долговременной памяти робота // Вестник Перм. ун-та. 2013. Математика. Механика. Информатика. Вып.1. С.50–53

111. Шаранов Ю.А. Общая математическая модель принятия решений роботом в зависимости от его эмоционального воспитания и логического опыта // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 4-1. С. 62-66; URL: <http://top-technologies.ru/ru/article/view?id=35775> (дата обращения: 01.06.2016).

112. Шаранов Ю.А. Решение оптимизационной задачи определения параметров эквивалентного процесса накопления информации роботом // Информационные технологии в науке, образовании и управлении: труды международной конференции IT + S&E`15 (Гурзуф, 22 мая – 01 июня 2015 г.) / под. ред. проф. Е.Л. Глориозова. М.: ИНИТ, 2015. Весенняя сессия. С. 234 – 240.

113. Шаранов Ю.А., Левченко Е.В., Яковлев В.И. Алгоритм и программная реализация вычисления характеристик кратковременной памяти человека в аспекте моделирования роботов // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 5. URL: [www.science-education.ru/105-7006](http://www.science-education.ru/105-7006) (дата обращения 16.11.2012).

114. Шаранов Ю.А., Пенский О.Г. Математические модели долговременной и кратковременной памяти роботов // Фундаментальные исследования. 2012. № 11 (часть 6). С. 1509-1513.

115. Шафер А.Е. Модель амбивалентных эмоций робота. //Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2015. №2(29). С. 63–67

116. Шафер А.Е. модель комплексных псевдоэмоций робота//Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2017. №1(36). С. 44–46.

117. Шафер А.Е. Математические модели гармонических амбивалентных псевдоэмоций робота// Современные наукоемкие технологии. 2017. № 4. С.56 –59.

118. Шафер А.Е., Пенский О.Г. Математические модели злопамятных и незлопамятных роботов// Фундаментальные исследования. 2016. № 10 – 2. С.360 –363.

119. Смирнов С.Д., Корнилова Т.В. Экспериментальная психология: Практикум. Аспект Пресс, 2002. 383 с.
120. ЭЛСИС [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.elsys.ru/> (дата обращения: 12.12.2015).
121. Baxter P., Browne W. Memory as the substrate of cognition: A developmental cognitive robotics perspective. In: Johansson, B., Sahin, E., Balkenius, C. (eds.) // proceedings of the International Conference on Epigenetic Robotics (EpiRob). 2010. Pp. 19-26.
122. BEAM-роботы // сайт о робототехнике и BEAM-роботах. 2011. URL: [beam-robot.ru/robotics/beam-robots.php](http://beam-robot.ru/robotics/beam-robots.php) (дата обращения 17.07.2015)
123. Berlin Database of Emotional Speech. URL: <http://pascal.kgw.tu-berlin.de/emodb/index-1280.html> (дата обращения: 19.02.2014).
124. Bolonkin A. <http://www.bolonkin.narod.ru> .
125. Braitenberg V. Vehicles: Experiments in Synthetic Psychology // A Bradford Book / The MIT Press. 1984. ISBN 0262521121.
126. Chartier S., Giguere G., Langlois D. A new bidirectional heteroassociative memory encompassing correlational, competitive and topological properties // Neural Networks. 2009. 22(5-6), 568-578.
127. Companions [сайт]. 2007. URL: [www.companions-project.org/](http://www.companions-project.org/) (дата обращения 19.07.2015).
128. Conway M.A. Autobiographical Memory: An Introduction. Buckingham // Open Univ. Press. 1990.
129. Dautenhahn K. The art of designing socially intelligent agents – science, fiction and the human in the loop. Applied Artificial Intelligence. 1998. 12(7-8):573-617.
130. Dawson M. From Embodied Cognitive Science To Synthetic Psychology. 2002. ISBN:0-7695-1724-2.
131. Dawson M. Minds and Machines // Connectionism and Psychological Modeling. 2008.
132. De Zeeuw C.I. Time and tide in cerebellar memory formation // Current Opinion on Neurobiology. 2005. vol. 15, pp. 667–674.
133. Executive Summary World Robotics 2016 Service Robots // IFR RSS. 2016. URL: [http://www.ifr.org/fileadmin/user\\_upload/downloads/World\\_Robotics/2016/Executive\\_Summary\\_Service\\_Robots\\_2016.pdf](http://www.ifr.org/fileadmin/user_upload/downloads/World_Robotics/2016/Executive_Summary_Service_Robots_2016.pdf) (дата обращения: 26.02.2017).
134. Franklin S. Autonomous agents as embodied AI // Cybernetics and Systems Special Issue on Epist. Aspects of Embodied AI. 1997. vol. 28, no. 6, pp. 499–520.
135. Freitas A.A., de Carvalho A.A. Tutorial on Hierarchical Classification with Applications in Bioinformatics // In: D. Taniar (Ed.) Research and Trends in Data Mining Technologies and Applications. 2007. pp. 175-208.
136. Gelernter H. Realization of a Geometry Theorem-Proving Machine // proc. of the International Conference on Information Processing, Paris, 1959.

137. *Gratch J., Marsella S.* A domain-independent framework for modeling emotions // *J. of Cognitive Systems Research*. 2004. 5(4), 269 – 306.
138. *Grossberg S.* Competitive learning: From interactive activation to adaptive resonance // *Cognitive Science*. 1987. 11. 23-63.
139. *Gurrin C., Lee H., Hayes J.* iForgot A Model of Forgetting in Robotic Memories // *Google Scholar*. 2010 URL: [doras.dcu.ie/15499/1/hyowonlee1.pdf](http://doras.dcu.ie/15499/1/hyowonlee1.pdf) (дата обращения: 26.01.2015).
140. *Hanheide M., Wrede S., Lang C., Sagerer G.* Who am I talking with? A face memory for social robots // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 2008. pp. 3660-3665.
141. *Ho W.C., Lim M., Vargas P.A., Enz S., Dautenhahn K., Aylett R.* An Initial Memory Model for Virtual and Robot Companions Supporting Migration and Long-term Interaction, *ROMAN*. 2009.
142. *Kammer M., Tscherepanow M., Schack T., Nagai Y.* A Perceptual Memory System for Affordance Learning in Humanoid Robots // *International Conference on Artificial Neural Networks Lecture Notes in Computer Science*. vol. 6792. pp. 349-356. 2011.
143. *Kandel E.R.* The molecular biology of memory storage: a dialogue between genes and synapses // *Science*. 2001. 294(5544). 1030-1038
144. *Kirstein S., Wersing H., Körner E.* A biologically motivated visual memory architecture for online learning of objects // *Neural Networks*. 2008. 21(1). pp. 65-77.
145. *Kolodner J.L.* *Case-Based Reasoning* // San Mateo, CA: Morgan Kaufmann. 1993.
146. *Levenson J.M.* Epigenetic mechanisms: a common theme in vertebrate and invertebrate memory formation // *Cellular and Molecular Life Sciences*. 2006. 63:1009-1016.
147. *Lim M., Ho W.C., Vargas P.A., Enz S., Aylett R.* A Socially-Aware Memory for Companion Agents // *materials of 9th International Conference on Intelligent Virtual Agents*. Amsterdam. 2009.
148. *Markowitsch H.J., Halligan P.W., Kischka U., Marshall J.C.* *Functional neuroanatomy of learning and memory* // University Press. 2003. pp. 724-741.
149. *Meyer J.-J.Ch., Hoek W., Linder B.* A logical approach to the dynamics of commitments // *Artificial Intelligence*. 1999. 113. Pp. 1 – 40.
150. *Meyer J.-J.Ch.* Reasoning about emotional agents // *ECAI'04 IOS Press*. 2004. pp. 129 – 133.
151. *Montesano L., Lopes M., Bernardino A., Santos-Victor J.* Learning Object Affordances: From Sensory-Motor Coordination to Imitation // *IEEE Transactions on Robotics*. 2008. 24(1), pp. 15 – 26.
152. *Neisser U.* Nested structure in autobiographical memory / in D. C. Rubin (ed.) *Autobiographical Memory* // Cambridge University Press, UK. 1986. pp. 71–88.
153. *O'Rorke P.* Explaining emotions. 1994. URL: [http://www.cs.northwestern.edu/~ortony/Andrew\\_Ortony\\_files/1994-01%20-%20Explaining%20emotions.pdf](http://www.cs.northwestern.edu/~ortony/Andrew_Ortony_files/1994-01%20-%20Explaining%20emotions.pdf) (дата обращения 12.07.2015).

154. Ortony A., Clore G.L., Collins A. The Cognitive Structure of Emotions. // Icosilune: research journal. 2008. URL: <http://www.icosilune.com/2008/12/orton-y-clore-and-collins-the-cognitive-structure-of-emotions/> (дата обращения 11.12.2009).
155. Pensky O., Sharapov Y., Chernikov K. Mathematical Models of Emotional Robots with a Non-Absolute Memory // Intelligent Control and Automation. 2013. vol. 4. No. 2, pp. 115-121. doi: 10.4236/ica.2013.42016.
156. Pensky O., Michailov V., Chernikov K. Mathematical Models of Receptivity and a Human to Education// Intelligent Control and Automation. 2014. vol. 5. No. 3, pp. 110-105. doi: 10.4236/ica.2014.53011.
157. Pensky O. Mathematical Models of "Mental Diseases" of Robots// IJISM – International Journal of Innovation in Science and Mathematics. 2015, №3.2, pp. 101-105.
158. Picard R.W. Affective Computing // MIT Technical Report. 1995.
159. Red'ko V.G. Mathematical Modeling of Evolution. URL: [respmc1.vub.ac.be/MATHME.html](http://respmc1.vub.ac.be/MATHME.html) (дата обращения 17.07.2015).
160. Red'ko V.G. Towards the Evolutionary Biocybernetics // Proceedings of The Second International Symposium on Neuroinformatics and Neurocomputers, Rostov-on-Don. 1995. pp. 422-429. URL: [respmc1.vub.ac.be/Papers/Redko/ToEvCyb.html](http://respmc1.vub.ac.be/Papers/Redko/ToEvCyb.html) (дата обращения 17.07.2015).
161. Reitman M., Sanchez W. The Composition of a Fugue: Protocol and Comments // Carnegie Institute of Technology. 1960.
162. Sharapov Y., Mialitsina I. Mathematical modeling of robots' short-term and long-term memory // Innovations in Science and Humanities – V. Новое в естественных и гуманитарных науках: материалы науч.-практ. студ. конф., апр. – май. 2012 г./Перм. гос. нац. иссл. ун-т.-Пермь, 2012. – С. 113-119 – На англ. яз.
163. Steunebrink B.R., Dastani M., Meyer J.C. A Logic of Emotions for Intelligent Agents. 2007. URL: <http://www.aaai.org/Papers/AAAI/2007/AAAI07-021.pdf> (дата обращения 11.12.2009).
164. Sun A., Lim E.P. Hierarchical text classification and evaluation // 1st IEEE International Conference on Data Mining. IEEE Computer Society Press. 2001. pp. 521-528.
165. Sun R., Zhang X., Mathews R. Capturing human data in a letter counting task // Accessibility and action-centeredness in representing cognitive skills. Neural Networks. 2009. 22(1). 15-29.
166. Tulving E. Episodic and semantic memory / in Organization of Memory, E. Tulving and W. Donaldson // Eds. New York: Academic Press. 1972. pp. 89-101.
167. URL: <http://www.vseoglazah.ru/information/eye-disability/> (дата обращения 29.12.2016).
168. Vargas P.A., Ho W., Lim M., Enz S., Aylett R. To forget or not to forget: towards a roboethical memory control // Google Scholar. 2009. URL:

<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.151.8145&rep=rep1&type=pdf> (дата обращения: 26.01.2015).

169. *Wilson M.* Reactivation of hippocampal ensemble memories during sleep // *Science*. 1994. P. 265.

170. *Wright D.B., Nunn J.A.* Similarities within event clusters in autobiographical memory // *Applied Cognitive Psychology*. 2000. 14. pp. 479-489.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Психологические методики измерения объема кратковременной и долговременной памяти человека

Человек в зависимости от длительности хранения информации имеет кратковременную и долговременную память.

Кратковременная человеческая память – это промежуточное хранилище и информационный канал, который отфильтровывает ненужные данные и оставляет потенциально полезные. Хранение информации происходит в течение короткого промежутка времени. Длительность удержания мнемических следов не превышает нескольких десятков секунд, в среднем около 20 (без повторения). Эта память работает без предварительной сознательной установки на запоминание, но зато с установкой на последующее воспроизведение материала...».

Объем кратковременной памяти измеряется числом символов, которые могут быть воспроизведены немедленно после их однократного предъявления. Объем кратковременной памяти относительно безразличен к количеству информации и ограничен числом  $7 \pm 2$ .

Долговременная память человека – это память, способная хранить информацию в течение практически неограниченного срока. Информация, попавшая в «хранилища» долговременной памяти, может воспроизводиться человеком сколько угодно раз без утраты. Более того, многократное и систематическое воспроизведение данной информации только упрочивает ее следы в долговременной памяти». Она обладает почти бесконечным объемом.

Долговременная память рассчитана на длительное запоминание, на всю жизнь. При исследовании долговременной памяти можно оценить скорость запоминания, точность удержания запомненной информации и скорость ее воспроизведения.

Исследования, приведенные психологами, показывают, что «кратковременная память является не столько независимым хранилищем, сколько фрагментом более продолжительной формы памяти [долговременной]». Поэтому в данной работе для исследования кратковременной и долговременной памяти человека будем применять одни и те же психологические тесты. Однако в первом случае воспроизведение материала будет происходить непосредственно после запоминания. Во втором случае – через 24 ч. после запоминания.

#### **Методика «Пиктограмма»**

Методика направлена на исследование особенностей опосредованного запоминания, его продуктивности, особенностей мыслительной деятельности и включает в себя предъявление испытуемому для запоминания 10-15 понятий, которые он должен нарисовать так, чтобы впоследствии по рисунку вспомнить заданные понятия.

Особенности опосредованного запоминания выражаются через качество рисунков испытуемого. Можно проследить по качеству рисунков наличие у

испытуемого истощаемости. Об этом свидетельствуют нарастающая небрежность, ослабление нажима при рисовании к концу исполнения задания. Экспериментатор выступает в роли эксперта и по специальной 24-балльной шкале оценивает правильность запомненных рисунков.

### Методика узнавания фигур

С помощью методики узнавания фигур исследуется образная зрительная память. На первом шаге экспериментатор, используя наглядный материал, подготовленный для данной методики, и в течение 10 с. показывает испытуемому (девять различных фигур) с установкой запомнить предъявляемые фигуры. Рисунок 1 демонстрирует материал для исследования образной памяти на первом шаге.

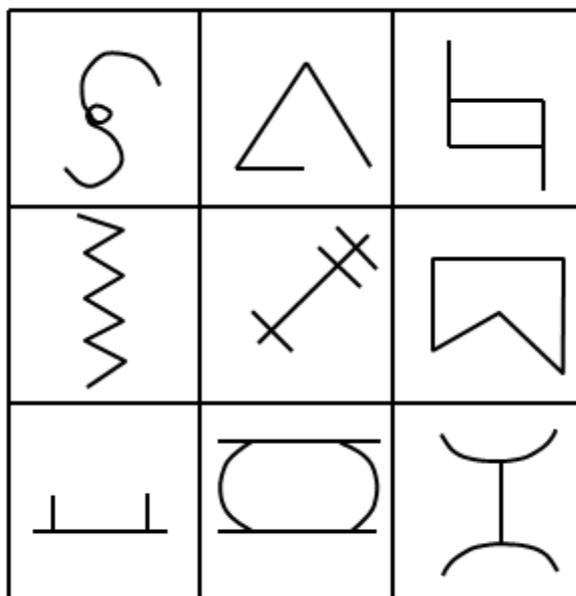


Рис. 1. Материал для исследования образной памяти 3x3

Затем рисунок убирают. На втором шаге испытуемому немедленно предъявляется двадцать пять фигур, где все фигуры, которые видел пользователь на предыдущем рисунке, разбросаны среди других шестнадцати фигур. Испытуемый должен найти первые девять фигур. Рисунок 2 демонстрирует материал для исследования образной памяти на втором шаге.

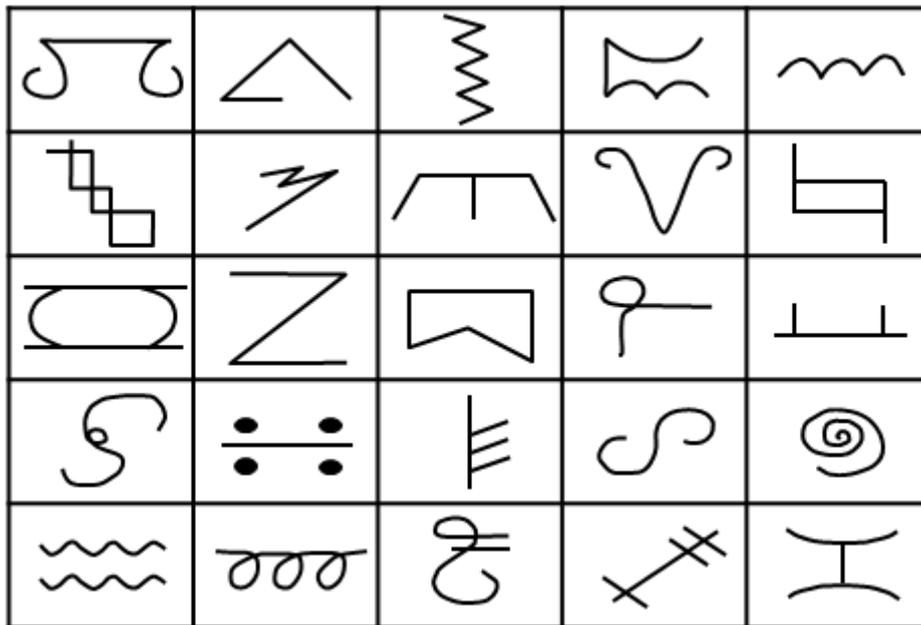


Рис. 2. Материал для исследования образной памяти 5x5

### Методика А.Р. Лурия «10 слов»

Методика заучивания десяти слов была предложена А.Р. Лурия. Она позволяет исследовать процессы слуховой памяти: запоминание, сохранение и воспроизведение. Методика может использоваться для оценки состояния памяти, произвольного внимания, истощаемости больных нервно-психическими заболеваниями, а также для изучения динамики течения болезни и учета эффективности лекарственной терапии.

Испытуемому зачитывают ряд слов. По окончании зачитывания фиксируют слова, которые запомнил респондент, в протоколе. После фиксации данных в протоколе испытуемому зачитывается тот же ряд слов еще раз, после чего происходит фиксация слов в протоколе. Материал предъявляется несколько раз до полного запоминания либо 5 раз. Таким образом, на каждом этапе исследования заполняется протокол.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Психологические методики измерения количественных характеристик внимания человека

Ниже рассмотрены несколько видов внимания, определение количественных характеристик которых, на взгляд наших коллег-психологов, наиболее подходит для нашего исследования.

#### Методика «Расстановка чисел»

Для психологической диагностики распределения внимания человека используют тест на расстановку чисел.

Распределение внимания – способность рассредоточить внимание на значительном пространстве, параллельно выполнять несколько видов деятельности или совершать несколько различных действий.

Для психологической диагностики распределения внимания используют тест на расстановку чисел. Рисунок 3 демонстрирует стимульный материал в виде бланка с 25-ю клетками. В клетки в случайном порядке записаны одно- и двухзначные числа (от 1 – до 99).

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 5  | 20 | 17 | 9  | 35 |
| 19 | 3  | 77 | 91 | 87 |
| 12 | 56 | 24 | 71 | 64 |
| 33 | 40 | 10 | 68 | 1  |
| 23 | 82 | 8  | 14 | 42 |

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Рис. 3. Бланк для исследования распределения внимания

В процессе тестирования испытуемый просматривает таблицу со случайно расположенными цифрами, не делая в ней никаких пометок. Затем он должен переписать цифры в возрастающем порядке в расположенную справа чистую таблицу (рис. 3).

Цифры должны быть переписаны по возрастанию от самого наименьшего – к самому большому. Первое число (наименьшее) записывается в первую ячейку первой строки пустой таблицы. Пустая таблица заполняется построчно слева направо, сверху вниз. Пропускать ячейки нельзя.

Если в процессе заполнения чистой таблицы испытуемый замечает пропущенное число, оно записывается в следующую клетку, обводится кружком и не засчитывается как ошибка.

На выполнение задания отводится 2 мин. За это время требуется правильно расставить как можно больше чисел.

Методика интересна тем, что по результатам тестирования может строиться кривая утомляемости (например, по количеству допущенных ошибок) в каждой строке.

Показатель распределения внимания  $D$  определяется по формуле

$$D = \frac{p - b}{t},$$

где  $p$  – общее количество записанных (расставленных) чисел;

$b$  – количество ошибок (пропущенных чисел);

$t$  – время выполнения задания (2 мин.) или же время, затраченное испытуемым на выполнение задания, если он справился быстрее.

### **Методика «Перепутанные линии»**

Данная методика используется для исследования концентрации внимания человека.

Концентрация внимания – это степень сосредоточения на одном объекте, одной деятельности. Другими словами, уровень (не длительность!) вовлеченности в работу.

Концентрация внимания характеризует степень, глубину сосредоточенности на работе. В данном случае поле восприятия резко сужается. Высокая концентрация внимания позволяет замечать в предметах и явлениях значительно больше, чем при других состояниях психики. Кроме того, высокая концентрация позволяет увидеть в предмете или явлении то, что не дается беглому взору. Высокий уровень концентрации определяется также тем, что человек не отвлекается от «своего» предмета, даже если в поле его возможного восприятия появляются другие очень яркие раздражители.

Высокий уровень концентрации часто соседствует с рассеянностью, которая является обратной стороной увлеченности, поглощенности каким-то делом. Рисунок 4 иллюстрирует бланк для диагностики концентрации внимания.

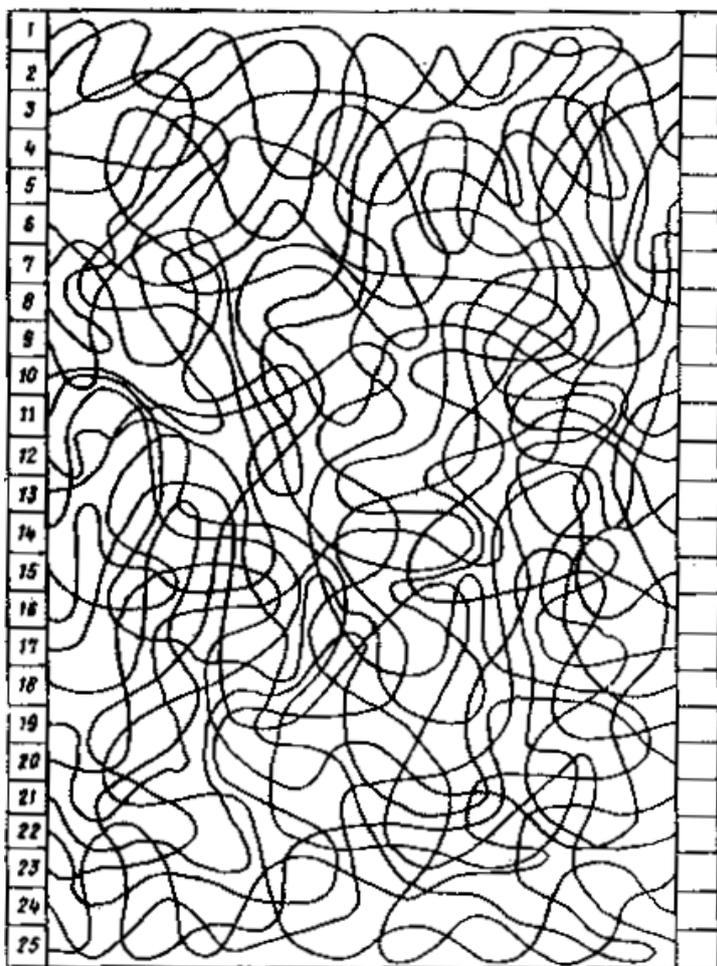


Рис. 4. Бланк для методики перепутанные линии

В нем испытуемым необходимо проследить мысленно взором (без использования указателей: ручки, пальца и пр.) траектории 25 перепутанных линий слева направо. Там, где заканчивается линии, необходимо поставить ее номер. На выполнение задания дается только 7 минут.

Таблица 1 содержит информацию о 9-ти бальной шкале перевода количества правильных ответов в правом столбце.

Таблица 1  
Бальная шкала для методики «Перепутанные линии»

|                               |   |     |       |       |       |       |       |    |    |
|-------------------------------|---|-----|-------|-------|-------|-------|-------|----|----|
| Количество правильных ответов | 7 | -11 | 12-13 | 14-16 | 17-19 | 20-21 | 22-23 | 24 | 25 |
| Оценка в баллах               | 1 |     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8  | 9  |

Показатель концентрации внимания  $C$  определяется по формуле  $C = \frac{w}{9}$ , где  $w$  – количество полученных баллов за тест «Перепутанные линии».

### ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Попарное сравнение результатов психологических исследований видов памяти и внимания человека

Таблица 2 содержит результаты психологического исследования опосредованной памяти человека. Для исследования применялась методика «Пиктограмма».

Таблица 2

Результаты исследования опосредованной памяти, методика «Пиктограмма»

| респ. № | макс. балл | кол-во правильн. | кол-во неправильн. | близкое по значению | баллы $p$ | кол-во правильн. через 24 ч. | кол-во неправильн. через 24 ч. | близкое по значению через 24 ч. | Баллы через 24 ч. $\bar{p}$ | Коэфф. крат. памяти $\lambda_{pic}$ | Коэфф. долг. памяти $\Lambda_{pic}^{[2]}$ |
|---------|------------|------------------|--------------------|---------------------|-----------|------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|---|
| 1       | 24         | 11               | 0                  | 1                   | 23        | 11                           | 1                              | 0                               | 22                          | 0,96                                | 0,92                                      |
| 2       | 24         | 11               | 0                  | 1                   | 23        | 11                           | 0                              | 1                               | 23                          | 0,96                                | 0,96                                      |
| 3       | 24         | 11               | 0                  | 1                   | 23        | 11                           | 0                              | 1                               | 23                          | 0,96                                | 0,96                                      |
| 4       | 24         | 12               | 0                  | 0                   | 24        | 11                           | 0                              | 1                               | 23                          | 1,00                                | 0,96                                      |
| 5       | 24         | 11               | 0                  | 1                   | 23        | 11                           | 0                              | 1                               | 23                          | 0,96                                | 0,96                                      |
| 6       | 24         | 11               | 0                  | 1                   | 23        | 11                           | 0                              | 1                               | 23                          | 0,96                                | 0,96                                      |
| 7       | 24         | 11               | 0                  | 1                   | 23        | 10                           | 1                              | 1                               | 21                          | 0,96                                | 0,88                                      |
| 8       | 24         | 10               | 1                  | 1                   | 21        | 9                            | 1                              | 2                               | 20                          | 0,88                                | 0,83                                      |
| 9       | 24         | 10               | 0                  | 2                   | 22        | 11                           | 0                              | 1                               | 23                          | 0,92                                | 0,96                                      |
| 10      | 24         | 9                | 0                  | 3                   | 21        | 9                            | 0                              | 3                               | 21                          | 0,88                                | 0,88                                      |
| 11      | 24         | 11               | 0                  | 1                   | 23        | 11                           | 0                              | 1                               | 23                          | 0,96                                | 0,96                                      |
| 12      | 24         | 12               | 0                  | 0                   | 24        | 12                           | 0                              | 0                               | 24                          | 1,00                                | 1,00                                      |
| 13      | 24         | 10               | 0                  | 2                   | 22        | 10                           | 0                              | 2                               | 22                          | 0,92                                | 0,92                                      |
| 14      | 24         | 12               | 0                  | 0                   | 24        | 12                           | 0                              | 0                               | 24                          | 1,00                                | 1,00                                      |
| 15      | 24         | 11               | 0                  | 1                   | 23        | 11                           | 0                              | 1                               | 23                          | 0,96                                | 0,96                                      |
| 16      | 24         | 10               | 0                  | 2                   | 22        | 11                           | 0                              | 1                               | 23                          | 0,92                                | 0,96                                      |
| 17      | 24         | 12               | 0                  | 0                   | 24        | 12                           | 0                              | 0                               | 24                          | 1,00                                | 1,00                                      |

Таблица 3 содержит результаты психологического исследования образной и слуховой памяти человека. Для исследования применялась методики «Узнавания фигур» и «10 слов» соответственно.

Таблица 3  
Результаты исследования образной и слуховой памяти

| респ.<br>№ | Образная память            |                              |                                      |                                       |   | Слуховая память |                                 |                             |                             |                             |                             |                                   |                                      |  |
|------------|----------------------------|------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---|-----------------|---------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|--|
|            | всего фигур на запоминание | число прав. узнан. фигур $t$ | кол-во фигур через 24 часа $\bar{m}$ | Кoeff. крат. память и $\lambda_{rec}$ | Кoeff. долг. память и $\Lambda_{rec}^{[2]}$ | всего слов      | Кол-во слов после 1 повтора $b$ | Кол-во слов после 2 повтора | Кол-во слов после 3 повтора | Кол-во слов после 4 повтора | Кол-во слов после 5 повтора | Кол-во слов через 24 ч. $\bar{b}$ | Кoeff. крат. памяти $\lambda_{word}$ | Кoeff. долг. памяти $\Lambda_{word}^{[2]}$ |
| 1          | 9                          | 7                            | 8                                    | 0,78                                  | 0,89  | 10              | 7                               | 9                           | 9                           | 9                           | 10                          | 7                                 | 0,70                                 | 0,70                                       |
| 2          | 9                          | 9                            | 9                                    | 1,00                                  | 1,00  | 10              | 5                               | 9                           | 10                          | 10                          | 10                          | 9                                 | 0,50                                 | 0,90                                       |
| 3          | 9                          | 9                            | 8                                    | 1,00                                  | 0,89  | 10              | 6                               | 8                           | 8                           | 9                           | 10                          | 9                                 | 0,60                                 | 0,90                                       |
| 4          | 9                          | 8                            | 7                                    | 0,89                                  | 0,78  | 10              | 6                               | 7                           | 9                           | 9                           | 10                          | 6                                 | 0,60                                 | 0,60                                       |
| 5          | 9                          | 8                            | 8                                    | 0,89                                  | 0,89  | 10              | 6                               | 9                           | 10                          | 10                          | 10                          | 7                                 | 0,60                                 | 0,70                                       |
| 6          | 9                          | 7                            | 5                                    | 0,78                                  | 0,56  | 10              | 5                               | 7                           | 8                           | 10                          | 9                           | 5                                 | 0,50                                 | 0,50                                       |
| 7          | 9                          | 8                            | 8                                    | 0,89                                  | 0,89  | 10              | 6                               | 8                           | 9                           | 8                           | 10                          | 7                                 | 0,60                                 | 0,70                                       |
| 8          | 9                          | 8                            | 6                                    | 0,89                                  | 0,67  | 10              | 6                               | 8                           | 9                           | 9                           | 9                           | 5                                 | 0,60                                 | 0,50                                       |
| 9          | 9                          | 8                            | 8                                    | 0,89                                  | 0,89  | 10              | 8                               | 10                          | 10                          | 10                          | 9                           | 6                                 | 0,80                                 | 0,60                                       |
| 10         | 9                          | 3                            | 3                                    | 0,33                                  | 0,33  | 10              | 5                               | 5                           | 9                           | 10                          | 10                          | 3                                 | 0,50                                 | 0,30                                       |
| 11         | 9                          | 9                            | 6                                    | 1,00                                  | 0,67  | 10              | 8                               | 8                           | 8                           | 8                           | 10                          | 7                                 | 0,80                                 | 0,70                                       |
| 12         | 9                          | 9                            | 9                                    | 1,00                                  | 1,00  | 10              | 8                               | 9                           | 10                          | 10                          | 10                          | 6                                 | 0,80                                 | 0,60                                       |
| 13         | 9                          | 6                            | 5                                    | 0,67                                  | 0,56  | 10              | 9                               | 7                           | 10                          | 10                          | 10                          | 9                                 | 0,90                                 | 0,90                                       |
| 14         | 9                          | 8                            | 8                                    | 0,89                                  | 0,89  | 10              | 8                               | 8                           | 9                           | 9                           | 10                          | 7                                 | 0,80                                 | 0,70                                       |
| 15         | 9                          | 7                            | 5                                    | 0,78                                  | 0,56  | 10              | 6                               | 8                           | 10                          | 9                           | 9                           | 8                                 | 0,60                                 | 0,80                                       |
| 16         | 9                          | 9                            | 6                                    | 1,00                                  | 0,67  | 10              | 10                              | 0                           | 10                          | 10                          | 10                          | 10                                | 1,00                                 | 1,00                                       |
| 17         | 9                          | 9                            | 9                                    | 1,00                                  | 1,00  | 10              | 8                               | 9                           | 10                          | 10                          | 10                          | 9                                 | 0,80                                 | 0,90                                       |

Таблица 4 содержит результаты психологического исследования распределения и концентрации внимания человека. Для исследования применялась методики «Расстановка чисел» и «Перепутанные линии» соответственно.

Таблица 4

Результаты исследования распределения внимания и концентрации внимания

| Респ. № | "Расстановка чисел". Распределение внимания |                      |                           |   |                           |         | "Перепутанные линии". Исследование концентрации внимания |                 |                               |         |
|---------|---|----------------------|---------------------------|---|---------------------------|---------|--|-----------------|-------------------------------|---------|
|         | Р, общее количество расставленных чисел     | В, количество ошибок | t, затраченное время, мин | Показатель распределения внимания $D=(P-B)/t$ | Макс. результат $D_{max}$ | $\beta$ | Кол-во правильных ответов                                | Оценка в баллах | Максимальный результат, баллы | $\beta$ |
| 1       | 17  | 1                    | 2                         | 8,00  | 14,97                     | 0,53    | 13   | 3               | 9                             | 0,33    |
| 2       | 23  | 1                    | 2                         | 11,00   | 14,97                     | 0,73    | 17   | 5               | 9                             | 0,56    |
| 3       | 24  | 0                    | 2                         | 12,00   | 14,97                     | 0,80    | 18   | 5               | 9                             | 0,56    |
| 4       | 25  | 0                    | 2                         | 12,50   | 14,97                     | 0,84    | 17   | 5               | 9                             | 0,56    |
| 5       | 25  | 0                    | 2                         | 12,50   | 14,97                     | 0,84    | 18   | 5               | 9                             | 0,56    |
| 6       | 17  | 0                    | 2                         | 8,50  | 14,97                     | 0,57    | 16   | 4               | 9                             | 0,44    |
| 7       | 22  | 0                    | 2                         | 11,00   | 14,97                     | 0,73    | 16   | 4               | 9                             | 0,44    |
| 8       | 20  | 0                    | 2                         | 10,00   | 14,97                     | 0,67    | 14   | 4               | 9                             | 0,44    |
| 9       | 19  | 1                    | 2                         | 9,00  | 14,97                     | 0,60    | 19   | 5               | 9                             | 0,56    |
| 10      | 25  | 0                    | 2                         | 12,50   | 14,97                     | 0,84    | 18   | 5               | 9                             | 0,56    |
| 11      | 18  | 0                    | 2                         | 9,00  | 14,97                     | 0,60    | 14   | 4               | 9                             | 0,44    |
| 12      | 23  | 3                    | 2                         | 10,00   | 14,97                     | 0,67    | 19   | 5               | 9                             | 0,56    |
| 13      | 25  | 0                    | 2                         | 12,50   | 14,97                     | 0,84    | 21   | 6               | 9                             | 0,67    |
| 14      | 23  | 2                    | 2                         | 10,50   | 14,97                     | 0,70    | 11   | 2               | 9                             | 0,22    |
| 15      | 18  | 0                    | 2                         | 9,00  | 14,97                     | 0,60    | 14   | 4               | 9                             | 0,44    |
| 16      | 25  | 0                    | 1,67                      | 14,97   | 14,97                     | 1,00    | 17   | 5               | 9                             | 0,56    |
| 17      | 25  | 0                    | 2                         | 12,50   | 14,97                     | 0,84    | 19   | 5               | 9                             | 0,56    |

Таблица 5 содержит результаты исследования связи коэффициентов кратковременной, долговременной памяти и относительной восприимчивости работа к накоплению информации на основе опосредованной зрительной памяти и распределения внимания человека.

Таблица 5

Исследование связи на основе опосредованной зрительной памяти и распределения внимания

| №  | 1. Опосредованная зрительная память / методика "Пиктограмма" |                            | А. Распределение внимания / методика "Расстановка чисел" | Расч. коэф. отн. восприим. $\beta_{пр}$ . | Относит. погреш. $ \beta_{пр} - \beta_{теор.}  / \beta_{пр}$ . | Сред. кв. откл. |
|----|--|----------------------------|--|---|--|-----------------|
|    | коэф. кр. пам. $\lambda$                                     | коэф. долг. пам. $\Lambda$ | коэф. отн. воспр. $\beta_{теор.}$                        |   |  |                 |
| 1  | 0,96   | 0,92                       | 0,53   | 0,96                                      | 0,45   | 0,04            |
| 2  | 0,96   | 0,96                       | 0,73   | 0,96                                      | 0,24   | 0,00            |
| 3  | 0,96   | 0,96                       | 0,80   | 0,96                                      | 0,17   | 0,01            |
| 4  | 1,00   | 0,96                       | 0,84   | 1,00                                      | 0,16   | 0,01            |
| 5  | 0,96   | 0,96                       | 0,84   | 0,96                                      | 0,12   | 0,01            |
| 6  | 0,96   | 0,96                       | 0,57   | 0,96                                      | 0,41   | 0,03            |
| 7  | 0,96   | 0,88                       | 0,73   | 0,96                                      | 0,24   | 0,00            |
| 8  | 0,88   | 0,83                       | 0,67   | 0,88                                      | 0,24   | 0,00            |
| 9  | 0,92   | 0,96                       | 0,60   | 0,92                                      | 0,35   | 0,01            |
| 10 | 0,88   | 0,88                       | 0,84   | 0,88                                      | 0,05   | 0,04            |
| 11 | 0,96   | 0,96                       | 0,60   | 0,96                                      | 0,37   | 0,02            |
| 12 | 1,00   | 1,00                       | 0,67   | 1,00                                      | 0,33   | 0,01            |
| 13 | 0,92   | 0,92                       | 0,84   | 0,92                                      | 0,09   | 0,02            |
| 14 | 1,00   | 1,00                       | 0,70   | 1,00                                      | 0,30   | 0,00            |
| 15 | 0,96   | 0,96                       | 0,60   | 0,96                                      | 0,37   | 0,02            |
| 16 | 0,92   | 0,96                       | 1,00   | 0,92                                      | 0,09   | 0,02            |
| 17 | 1,00   | 1,00                       | 0,84   | 1,00                                      | 0,16   | 0,01            |

Средняя относительная погрешность равна 24%, среднеквадратичное отклонение от средней относительной погрешности равно 1%.

Таблица 6 содержит результаты исследования связи коэффициентов кратковременной, долговременной памяти и относительной восприимчивости работа к накоплению информации на основе опосредованной зрительной памяти и концентрации внимания человека.

Таблица 6

Исследование связи на основе опосредованной зрительной памяти и  
концентрации внимания

| №  | 1. Опосредованная зрительная память / методика "Пиктограмма" |                            | В. Концентрация внимания / методика "Перепутанные линии" | Расч. коэф. отн. восприим. $\beta_{пр}$ . | Относит. погреш. $ \beta_{пр.-\beta_{теор.}} /\beta_{пр}$ . | Сред. кв. откл. |
|----|--|----------------------------|--|---|---|-----------------|
|    | коэф. кр. пам. $\lambda$                                     | коэф. долг. пам. $\Lambda$ | коэф. отн. воспр. $\beta_{теор.}$                        |   |   |                 |
| 1  | 0,96   | 0,92                       | 0,33   | 0,96                                      | 0,66  | 0,03            |
| 2  | 0,96   | 0,96                       | 0,56   | 0,96                                      | 0,42  | 0,00            |
| 3  | 0,96   | 0,96                       | 0,56   | 0,96                                      | 0,42  | 0,00            |
| 4  | 1,00   | 0,96                       | 0,56   | 1,00                                      | 0,44  | 0,00            |
| 5  | 0,96   | 0,96                       | 0,56   | 0,96                                      | 0,42  | 0,00            |
| 6  | 0,96   | 0,96                       | 0,44   | 0,96                                      | 0,54  | 0,00            |
| 7  | 0,96   | 0,88                       | 0,44   | 0,96                                      | 0,54  | 0,00            |
| 8  | 0,88   | 0,83                       | 0,44   | 0,88                                      | 0,50  | 0,00            |
| 9  | 0,92   | 0,96                       | 0,56   | 0,92                                      | 0,39  | 0,01            |
| 10 | 0,88   | 0,88                       | 0,56   | 0,88                                      | 0,36  | 0,01            |
| 11 | 0,96   | 0,96                       | 0,44   | 0,96                                      | 0,54  | 0,00            |
| 12 | 1,00   | 1,00                       | 0,56   | 1,00                                      | 0,44  | 0,00            |
| 13 | 0,92   | 0,92                       | 0,67   | 0,92                                      | 0,27  | 0,04            |
| 14 | 1,00   | 1,00                       | 0,22   | 1,00                                      | 0,78  | 0,09            |
| 15 | 0,96   | 0,96                       | 0,44   | 0,96                                      | 0,54  | 0,00            |
| 16 | 0,92   | 0,96                       | 0,56   | 0,92                                      | 0,39  | 0,01            |
| 17 | 1,00   | 1,00                       | 0,56   | 1,00                                      | 0,44  | 0,00            |

Средняя относительная погрешность отклонения расчетных данных от экспериментальных данных равна 48%, среднеквадратичное отклонение расчетов от средней относительной погрешности равно 1%.

Таблица 7 содержит результаты исследования связи коэффициентов кратковременной, долговременной памяти и относительной восприимчивости работа к накоплению информации на основе образной зрительной памяти и распределения внимания человека.

Таблица 7

Исследование связи на основе образной зрительной памяти и распределения  
внимания

| №  | 2. Образная зрительная память / методика «Узнавание фигур» |                            | А. Распределение внимания / методика "Расстановка чисел" | Расч. коэф. отн. восприим. $\beta_{пр}$ . | Относит. погреш. $ \beta_{пр} - \beta_{теор.}  / \beta_{пр}$ . | Сред. кв. откл. |
|----|--|----------------------------|--|---|--|-----------------|
|    | коэф. кр. пам. $\lambda$                                   | коэф. долг. пам. $\Lambda$ | коэф. отн. воспр. $\beta_{теор.}$                        |   |  |                 |
| 1  | 0,78   | 0,89                       | 0,53   | 0,78                                      | 0,32   | 0,01            |
| 2  | 1,00   | 1,00                       | 0,73   | 1,00                                      | 0,27   | 0,00            |
| 3  | 1,00   | 0,89                       | 0,80   | 1,00                                      | 0,20   | 0,00            |
| 4  | 0,89   | 0,78                       | 0,84   | 0,89                                      | 0,06   | 0,02            |
| 5  | 0,89   | 0,89                       | 0,84   | 0,89                                      | 0,06   | 0,02            |
| 6  | 0,78   | 0,56                       | 0,57   | 0,77                                      | 0,26   | 0,00            |
| 7  | 0,89   | 0,89                       | 0,73   | 0,89                                      | 0,18   | 0,00            |
| 8  | 0,89   | 0,67                       | 0,67   | 0,89                                      | 0,25   | 0,00            |
| 9  | 0,89   | 0,89                       | 0,60   | 0,89                                      | 0,33   | 0,01            |
| 10 | 0,33   | 0,33                       | 0,84   | 0,81                                      | 0,04   | 0,03            |
| 11 | 1,00   | 0,67                       | 0,60   | 1,00                                      | 0,40   | 0,04            |
| 12 | 1,00   | 1,00                       | 0,67   | 1,00                                      | 0,33   | 0,01            |
| 13 | 0,67   | 0,56                       | 0,84   | 0,63                                      | 0,34   | 0,02            |
| 14 | 0,89   | 0,89                       | 0,70   | 0,89                                      | 0,21   | 0,00            |
| 15 | 0,78   | 0,56                       | 0,60   | 0,77                                      | 0,22   | 0,00            |
| 16 | 1,00   | 0,67                       | 1,00   | 1,00                                      | 0,00   | 0,05            |
| 17 | 1,00   | 1,00                       | 0,84   | 1,00                                      | 0,16   | 0,00            |

Средняя относительная погрешность равна 21%, среднеквадратичное отклонение от средней относительной погрешности равно 1%.

Таблица 8 содержит результаты исследования связи коэффициентов кратковременной, долговременной памяти и относительной восприимчивости работа к накоплению информации на основе образной зрительной памяти и концентрации внимания человека.

Таблица 8

Исследование связи на основе образной зрительной памяти  
и концентрации внимания

| №  | 2. Образная зрительная память / методика «Узнавание фигур» |                            | В. Концентрация внимания / методика "Перепутанные линии" | Расч. коэф. отн. восприим. $\beta_{пр}$ . | Относит. погреш. $ \beta_{пр} - \beta_{теор.}  / \beta_{пр}$ . | Сред. кв. откл. |
|----|--|----------------------------|--|---|--|-----------------|
|    | коэф. кр. пам. $\lambda$                                   | коэф. долг. пам. $\Lambda$ | коэф. отн. воспр. $\beta_{теор.}$                        |   |  |                 |
| 1  | 0,78   | 0,89                       | 0,33   | 0,78                                      | 0,58   | 0,02            |
| 2  | 1,00   | 1,00                       | 0,56   | 1,00                                      | 0,44   | 0,00            |
| 3  | 1,00   | 0,89                       | 0,56   | 1,00                                      | 0,44   | 0,00            |
| 4  | 0,89   | 0,78                       | 0,56   | 0,89                                      | 0,37   | 0,00            |
| 5  | 0,89   | 0,89                       | 0,56   | 0,89                                      | 0,37   | 0,00            |
| 6  | 0,78   | 0,56                       | 0,44   | 0,77                                      | 0,43   | 0,00            |
| 7  | 0,89   | 0,89                       | 0,44   | 0,89                                      | 0,51   | 0,00            |
| 8  | 0,89   | 0,67                       | 0,44   | 0,89                                      | 0,51   | 0,00            |
| 9  | 0,89   | 0,89                       | 0,56   | 0,89                                      | 0,37   | 0,00            |
| 10 | 0,33   | 0,33                       | 0,56   | 0,81                                      | 0,31   | 0,02            |
| 11 | 1,00   | 0,67                       | 0,44   | 1,00                                      | 0,56   | 0,01            |
| 12 | 1,00   | 1,00                       | 0,56   | 1,00                                      | 0,44   | 0,00            |
| 13 | 0,67   | 0,56                       | 0,67   | 0,63                                      | 0,07   | 0,14            |
| 14 | 0,89   | 0,89                       | 0,22   | 0,89                                      | 0,75   | 0,10            |
| 15 | 0,78   | 0,56                       | 0,44   | 0,77                                      | 0,43   | 0,00            |
| 16 | 1,00   | 0,67                       | 0,56   | 1,00                                      | 0,44   | 0,00            |
| 17 | 1,00   | 1,00                       | 0,56   | 1,00                                      | 0,44   | 0,00            |

Средняя относительная погрешность равна 44%, среднеквадратичное отклонение от средней относительной погрешности равно 2%.

Таблица 9 содержит результаты исследования связи коэффициентов кратковременной, долговременной памяти и относительной восприимчивости работа к накоплению информации на основе слуховой памяти и распределения внимания человека.

Таблица 9

## Исследование связи на основе слуховой памяти и распределения внимания

| №  | 3. Слуховая память / методика "10 слов" |                            | А. Распределение внимания / методика "Расстановка чисел" | Расч. коэф. отн. восприим. $\beta_{пр}$ . | Относит. погреш. $ \beta_{пр.} - \beta_{теор.}  / \beta_{пр.}$ | Сред. кв. откл. |
|----|---|----------------------------|--|---|--|-----------------|
|    | коэф. кр. пам. $\lambda$                | коэф. долг. пам. $\Lambda$ | коэф. отн. воспр. $\beta_{теор.}$                        |   |  |                 |
| 1  | 0,70                                    | 0,70                       | 0,53   | 0,69                                      | 0,23   | 0,00            |
| 2  | 0,50                                    | 0,90                       | 0,73   | 0,48                                      | 0,51   | 0,07            |
| 3  | 0,60                                    | 0,90                       | 0,80   | 0,59                                      | 0,35   | 0,01            |
| 4  | 0,60                                    | 0,60                       | 0,84   | 0,53                                      | 0,58   | 0,11            |
| 5  | 0,60                                    | 0,70                       | 0,84   | 0,56                                      | 0,49   | 0,06            |
| 6  | 0,50                                    | 0,50                       | 0,57   | -   | -  | -               |
| 7  | 0,60                                    | 0,70                       | 0,73   | 0,56                                      | 0,29   | 0,00            |
| 8  | 0,60                                    | 0,50                       | 0,67   | 0,45                                      | 0,47   | 0,05            |
| 9  | 0,80                                    | 0,60                       | 0,60   | 0,79                                      | 0,24   | 0,00            |
| 10 | 0,50                                    | 0,30                       | 0,84   | 0,89                                      | 0,06   | 0,04            |
| 11 | 0,80                                    | 0,70                       | 0,60   | 0,80                                      | 0,25   | 0,00            |
| 12 | 0,80                                    | 0,60                       | 0,67   | 0,79                                      | 0,16   | 0,01            |
| 13 | 0,90                                    | 0,90                       | 0,84   | 0,90                                      | 0,07   | 0,03            |
| 14 | 0,80                                    | 0,70                       | 0,70   | 0,80                                      | 0,12   | 0,02            |
| 15 | 0,60                                    | 0,80                       | 0,60   | 0,58                                      | 0,03   | 0,04            |
| 16 | 1,00                                    | 1,00                       | 1,00   | 1,00                                      | 0,00   | 0,06            |
| 17 | 0,80                                    | 0,90                       | 0,84   | 0,80                                      | 0,05   | 0,04            |

Средняя относительная погрешность отклонения расчетных данных от экспериментов равна 24%, среднеквадратичное отклонение относительной погрешности расчетов от средней относительной погрешности 3%.

Таблица 10 содержит результаты исследования связи коэффициентов кратковременной, долговременной памяти и относительной восприимчивости работа к накоплению информации на основе слуховой памяти и концентрации внимания человека.

Таблица 10

## Исследование связи на основе слуховой памяти и концентрации внимания

| №  | 3. Слуховая память / методика "10 слов" |                            | В. Концентрация внимания / методика "Перепутанные линии" | Расч. коэф. отн. восприим. $\beta_{пр}$ . | Относит. погреш. $ \beta_{пр} - \beta_{теор.}  / \beta_{пр}$ . | Сред. кв. откл. |
|----|---|----------------------------|--|---|--|-----------------|
|    | коэф. кр. пам. $\lambda$                | коэф. долг. пам. $\Lambda$ | коэф. отн. воспр. $\beta_{теор.}$                        |   |  |                 |
| 1  | 0,70                                    | 0,70                       | 0,33   | 0,69                                      | 0,52   | 0,06            |
| 2  | 0,50                                    | 0,90                       | 0,56   | 0,48                                      | 0,16   | 0,01            |
| 3  | 0,60                                    | 0,90                       | 0,56   | 0,59                                      | 0,05   | 0,05            |
| 4  | 0,60                                    | 0,60                       | 0,56   | 0,53                                      | 0,05   | 0,05            |
| 5  | 0,60                                    | 0,70                       | 0,56   | 0,56                                      | 0,01   | 0,07            |
| 6  | 0,50                                    | 0,50                       | 0,44   | -   | -  | -               |
| 7  | 0,60                                    | 0,70                       | 0,44   | 0,56                                      | 0,22   | 0,00            |
| 8  | 0,60                                    | 0,50                       | 0,44   | 0,45                                      | 0,03   | 0,06            |
| 9  | 0,80                                    | 0,60                       | 0,56   | 0,79                                      | 0,29   | 0,00            |
| 10 | 0,50                                    | 0,30                       | 0,56   | 0,89                                      | 0,37   | 0,01            |
| 11 | 0,80                                    | 0,70                       | 0,44   | 0,80                                      | 0,45   | 0,03            |
| 12 | 0,80                                    | 0,60                       | 0,56   | 0,79                                      | 0,29   | 0,00            |
| 13 | 0,90                                    | 0,90                       | 0,67   | 0,90                                      | 0,26   | 0,00            |
| 14 | 0,80                                    | 0,70                       | 0,22   | 0,80                                      | 0,72   | 0,20            |
| 15 | 0,60                                    | 0,80                       | 0,44   | 0,58                                      | 0,24   | 0,00            |
| 16 | 1,00                                    | 1,00                       | 0,56   | 1,00                                      | 0,44   | 0,03            |
| 17 | 0,80                                    | 0,90                       | 0,56   | 0,80                                      | 0,30   | 0,00            |

Средняя относительная погрешность – 28%, среднеквадратичное отклонение от средней относительной погрешности – 4%.

*Научное издание*

**Пенский** Олег Геннадьевич  
**Шарапов** Юрий Альбертович  
**Ощепкова** Наталья Владимировна

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РОБОТОВ  
С НЕАБСОЛЮТНОЙ ПАМЯТЬЮ И ПРИЛОЖЕНИЯ МОДЕЛЕЙ**

Монография

Редактор *Л. Л. Савенкова*  
Корректор *Е. К. Борисова*  
Компьютерная верстка: *О. Г. Пенский*

---

Подписано в печать 30.01.2018. Формат 60×84/16  
Усл. печ. л. 18,54. Тираж 60 экз. Заказ № 15

---

Издательский центр  
Пермского государственного  
национального исследовательского университета.  
614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15

ООО «Ризо-Эксперт».  
614039, г. Пермь, ул. Героев Хасана, 9А